Feuille de TD 2

Exercice 1. *Soit $C \subset \mathbb{F}_q^n$ un code parfait qui corrige t erreurs. Montrer que*

$$\sharp C . \sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} (q-1)^i = q^n.$$

Exercice 2. *Soit C un code linéaire de $\mathbb{F}_q^n$ de dimension k et de distance d. Montrer la borne du singleton*

$$d \leq n - k + 1.$$

Exercice 3. *Soit $G = (I_k | B)$ la matrice génératrice d'un code systématique. Montrer que la matrice H de contrôle peut s'écrire sous la forme $H = (-{}^tB | I_{n-k})$.*

Exercice 4. *Donner une expression d'une matrice de contrôle du code de Hamming de longueur 7.*

Exercice 5. *Montrer que $d = 3$ pour un code de Hamming.*

Exercice 6. *Montrer que $\mathbb{F}_{256} \simeq \mathbb{F}_2[X]/(X^8+X^7+X^6+X^5+X^4+X^2+1)$ et que $\alpha := \overline{X}$ est un générateur du groupe multiplicatif.*

Soit $\Delta(X) \in \mathbb{F}_{256}[X]$ tel que $\Delta(\alpha) = \Delta(\alpha^2) = \Delta(\alpha^3) = \Delta(\alpha^4)$. Montrer alors que Δ possède au moins 5 coefficients non nuls.