

Optimisation d'un plan de mesures, outil nécessaire à la préparation et à l'exploitation d'essais de maquettes dynamiques



Stage de fin d'étude

Sandra LAMBRI

3A MIM – Promo 2012

Du 02-04-2012 au 28-09-2012

Tuteur entreprise
Julien LE MOIGNE
Entreprise
EADS ASTRIUM ST



ASTRIUM
AN EADS COMPANY



Centrale Marseille

Tuteur académique
Jacques LIANDRAT
Ecole d'ingénieur
Centrale Marseille

Tableau de confidentialité recto

Tableau de confidentialité verso

REMERCIEMENTS

Je souhaite tout d'abord remercier mon tuteur de stage M. Julien LE MOIGNE ainsi que ma chef de service Mme Fabienne RAMIANDRASOA, pour leur accueil au sein de l'équipe TEA112 du site des Mureaux d'EADS Astrium Space Transportation au cours de ces 6 mois de stage.

Je leur témoigne également ma reconnaissance pour la confiance qu'ils ont bien voulu m'accorder.

Je tiens, pour finir, à adresser mes remerciements à toutes les personnes du service et du département que j'ai rencontrées durant ce stage pour leur écoute et leur disponibilité.

RESUME

La durée de vie de commercialisation d'un lanceur est d'environ 10 ans. Aujourd'hui, les ingénieurs travaillent sur le nouveau lanceur, successeur d'Ariane 5E/CA, A5ME. Ce lanceur est nouveau par son composite supérieur. Dans le cadre du développement de ce lanceur inédit, un plan d'instrumentation doit être effectué. Ce plan d'instrumentation permettra de participer à la qualification du lanceur à travers les essais de Maquettes Dynamiques (MD).

Ainsi, dans le cadre des essais MD, les ingénieurs cherchent à développer une méthode d'optimisation de plan de mesures simple et compatible avec les problèmes de grandes tailles de type lanceurs civils. Cette méthode devra fournir le nombre de capteurs minimal et leur emplacement optimal respectif. L'intérêt d'une telle optimisation est double, les ingénieurs cherchent à :

- augmenter la qualité de l'identification modale, la fiabilité des exploitations d'essais ;
- réduire les coûts associés.

Après un état de l'art des différentes méthodologies, nous avons sélectionné la méthode de l'indépendance effective (formulation de KAMMER). Celle-ci ne requiert que la connaissance des vecteurs propres théoriques de la matrice modale du modèle EF : utilisation d'une matrice de taille *nombre de ddl* x *nombre de modes*. La méthode est itérative et supprime les ddl de faible contribution grâce à :

- la normalisation de la matrice d'information de Fisher associée à la matrice modale donnant à chaque direction principale la même importance ;
- l'évaluation de la contribution de chaque ddl sur toutes les directions.

Elle permet également le contrôle de la perte d'information par l'évolution de la norme de la matrice d'information, et par l'évolution de la valeur du ddl de plus faible contribution.

Nous pourrions par ailleurs remarquer que cette méthode ne permet le placement de capteurs que de façon « globale ». En effet, il y a impossibilité de distinguer quels sont les capteurs efficaces pour un mode donné, mais seulement pour un ensemble de modes à identifier. Différentes améliorations de la méthode restent également possibles, et nous en traitons quelques aspects. Elle a l'avantage d'être applicable à n'importe quelle structure dynamique, même si sa totale efficacité n'a pas encore été démontrée : quelques post-traitements des essais MD y seront nécessaires.

SUMMARY

The commercialization lifetime of a launcher is about 10 years. Today, engineers work on the new launchers, Ariane 5E/CA's successor, A5ME. This launcher is new by its upper composite. In the framework of this new launcher's development, a measurement plan has to be done. It will contribute to qualify qualifying the launchers through dynamic Mock-up tests.

Thus, in the framework of dynamic Mock-up tests, engineers try to develop a simple and compatible method of optimal sensor placement for problems of large space structures like civilians launchers. This method will provide the minimum number of sensors and their respective optimal location. The interest of such an optimization is twofold, engineers attempt to:

- increase the quality of the modal identification, the reliability of testing operations;
- reduce costs.

After a state of art of different methodologies, we selected the method of effective independence (KAMMER formulation). It only requires the knowledge of the theoretical modal matrix of the FE model eigenvectors: it uses a matrix of size *number of dofs* x *number of modes*. The method is iterative and removes all dofs of low contribution through:

- the normalization of the Fisher's information matrix (built with the modal matrix) giving each main direction the same significance;
- the evaluation of the contribution of each dof in all directions.

It also helps to control the loss of information by the development of norm information matrix, and by evaluating the value of the dof of lower contribution.

Moreover, it may be noticed that this method does allow the placement of sensors only in a global way. Indeed, it is impossible to distinguish which sensors are effective for a given mode, but for a set of target modes. Various improvements of the method are also possible, and we treat some aspects. It has the advantage to be applicable to any dynamic structure, even if its total efficiency has not been proven: some post-processing of the dynamic tests will be necessary.

ACRONYMES

A5	Ariane 5
A5E/CA	A5 Evolution Configuration A
A5ESC-A	A5 Etage Supérieur Cryogénique – Type A (étage supérieur d'A5E/CA)
A5ME	A5 Mid-Life Evolution
ACUB	Adaptateur de Charge Utile Basse
ACUH	Adaptateur de Charge Utile Haute
CUB	Charge Utile Basse
CUH	Charge Utile Haute
ddl(s)	Degré(s) de liberté
dof(s)	Degree(s) of freedom
EAP	Etage A Propulsion
EF	Eléments Finis
EPC	Etage Principal Cryogénique
iid	Indépendants et Identiquement Distribués
ITS	Inter-Tank Struts
LTA	Lower Test Adapter
MEC	Méthode de l'Energie Cinétique
MIE	Méthode de l'Indépendance Effective
RLH2	Réservoir Hydrogène Liquide
RLOX	Réservoir Oxygène Liquide
SARO	Système Amortisseur du Réservoir Oxygène
SRI	Système de Référence Inertielle (ordinateur de bord)
SYLDA	SYstème de Lancement Double Ariane
TF	Thrust Frame
U/S	UpperStage
VIE	Vecteur d'Indépendance Effective

Sommaire

REMERCIEMENTS	4
RESUME	5
SUMMARY	6
ACRONYMES	7
INTRODUCTION	10
I. PRESENTATION DE L'ENTREPRISE	11
1. EADS ASTRIUM	11
2. L'ETABLISSEMENT DES MUREAUX	13
II. PRESENTATION DU DEPARTEMENT ET DU SERVICE D'ACCUEIL	14
1. LE DEPARTEMENT TEA11	14
2. LE SERVICE TEA112	14
a. La définition et la validation des ambiances statiques et dynamiques	14
b. Le POGO	15
c. Les Efforts Généraux (EG)	15
d. Les interfaces GNC (interfaces entre ingénierie mécanique et avionique)	15
III. MISSIONS DURANT LE STAGE : 1^{ERE} PARTIE, ETUDE	16
1. LES ESSAIS : CONTEXTE ET ENJEU	16
2. PROBLEMATIQUE	17
3. ETATS DE L'ART DES METHODOLOGIES D'OPTIMISATION DE PLACEMENTS DE CAPTEURS	18
a. La méthode de l'énergie cinétique	18
b. La méthode de la variance	19
c. La méthode de l'indépendance effective	19
*) Description de la méthode	20
**) Avantages et inconvénients de la méthode	24
d. Synthèse de l'état de l'art	26
4. MISE EN PLACE DE LA METHODE SELECTIONNEE SUR UN CAS TEST : SYSTEME « POUTRE »	27
a. Algorithme mis en place	28
b. Données d'entrée	29
c. Résultats	30
d. Variabilité de la méthode de KAMMER	33
*) Critère d'élimination	33
**) Coefficient d'énergie	34
***) Coefficient d'accélération	39
****) Résolution « Mode par Mode »	40
e. Synthèse des résultats	50
5. CONCLUSION	52

IV.	MISSIONS DURANT LE STAGE : 2^{EME} PARTIE, APPLICATION	53
1.	INTRODUCTION	53
2.	PRE-TRAITEMENT : SELECTION DES MODES CIBLES	55
3.	OPTIMISATION GLOBALE DU PLAN DE MESURE	56
a.	Critère d'élimination	56
b.	Aucune réduction des emplacements potentiels	59
c.	Réductions des emplacements	61
*)	Première réduction : 2391 locations initiales	61
**)	Deuxième réduction : 1659 locations initiales	64
***)	Réduction maximale : 279 locations initiales	67
4.	OPTIMISATION MODE A MODE	69
5.	OPTIMISATION GLOBALE, MODES CIBLES DE PRIORITE 1	74
a.	Aucune réduction d'emplacements potentiels	74
b.	1 ^{ère} réduction : 2391 locations initiales	76
c.	2 ^{ème} réduction : 1659 locations initiales	78
d.	3 ^{ème} réduction : 279 locations initiales	80
6.	CONCLUSIONS ET OUVERTURES	81
	CONCLUSION	84
	REFERENCES	86
I.	ANNEXES POUTRE	87
1.	VISUALISATION DES MODES "CIBLES" POUR LE CAS TEST	87
2.	DDLs SUPPRIMES PAR ITERATION (NCEUD + DDL) POUR LE CAS TEST	89
3.	ETUDE DE SENSIBILITE DU CRITERE D'ELIMINATION	93
4.	ETUDE DE SENSIBILITE, RESOLUTION « MODE PAR MODE »	94
5.	COMPARAISON DES METHODES GLOBALES ET « MODE A MODE »	95
6.	RESULTATS DE LA METHODE « MODE A MODE » SUR LE SYSTEME POUTRE	98
II.	ANNEXES A5	101
1.	MODES CIBLES A5E/CA	101
2.	PLAN DE MESURES A5E/CA	108
3.	NOMBRE DE CAPTEURS EN FONCTION DES VALEURS SEUIL ET DES MODES	109
4.	MODELE ELEMENTS FINIS, NOM DES SOUS-STRUCTURE	110
5.	SIMULATIONS : OPTIMISATION TOUT EMPLACEMENT	110

INTRODUCTION

En tant qu'élèves ingénieurs, le monde du travail et de l'entreprise nous fascine autant qu'il nous est inconnu. Le but du stage de fin d'étude est donc de nous en faire apprendre davantage sur le travail et le rôle de l'ingénieur au sein de l'entreprise et ce, par le biais d'une pratique de six mois.

J'ai eu le plaisir de rencontrer Julien LE MOIGNE, jeune ingénieur dynamique, qui m'a offert l'opportunité de pouvoir réaliser ce stage au sein de son entreprise (EADS ASTRIUM), au cœur des bureaux d'études « A5 Development Mechanical Loads ».

Le service travaille notamment sur la spécification des ambiances dynamiques d'un lanceur lors de ses différentes phases de vol. Dans le cadre de la qualification d'un nouveau lanceur (actuellement A5ME), il valide l'ensemble des hypothèses émises lors de son développement. Ces hypothèses sont notamment construites par le biais d'études réalisées au moyen de modèles EF, représentatifs des évolutions du lanceur. Il convient de les valider, notamment grâce aux essais de Maquettes Dynamiques.

Lors de ces essais, les ingénieurs cherchent à caractériser au mieux le comportement dynamique de la structure étudiée (déformées modales, masses généralisées...). Pour ce faire, l'établissement d'un plan d'instrumentation est nécessaire. Ce plan d'instrumentation doit être le meilleur possible car la qualité de l'identification modale en dépend grandement.

Ainsi, au cours de ce stage, j'ai mis en œuvre mon savoir faire et mes connaissances en mathématiques appliquées et calcul scientifique dans le but de construire une méthode d'optimisation de plan de mesures. Le présent rapport rend compte de mes missions et impressions durant ce stage.

Tout d'abord, je présenterai l'entreprise, le département et le service dans lesquels j'ai effectué mon stage ; dans un second temps, je présenterai les enjeux, les objectifs et les missions que j'ai effectués au sein du service TEA112, enfin, les outils utilisés et les différentes études et analyses que j'y ai faites.

I. PRESENTATION DE L'ENTREPRISE

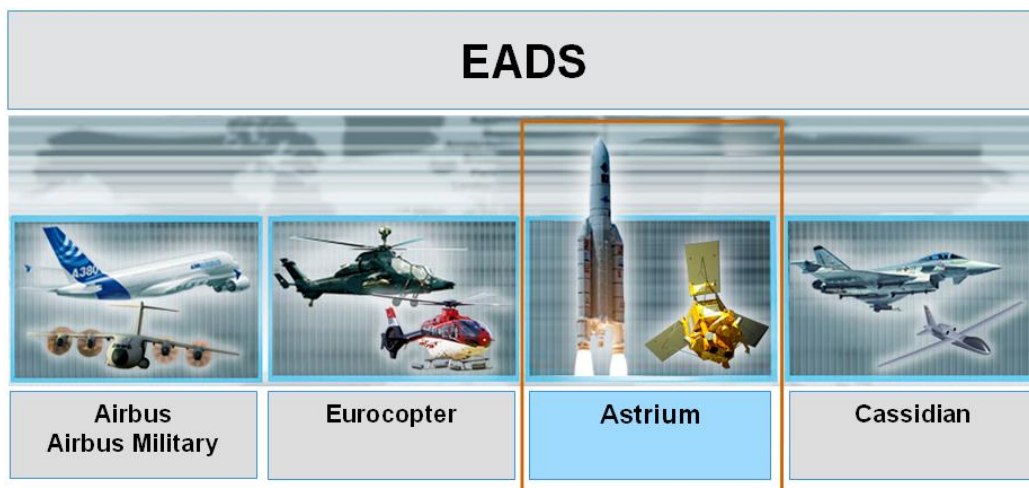
1. EADS ASTRIUM

Astrium est l'un des acteurs principaux de l'industrie spatiale mondiale. Ses compétences de haut niveau et sa grande expérience de maître d'œuvre couvrent tous les secteurs de la filière spatiale. Sans lanceur, aucune activité spatiale ne serait possible, et Astrium est au cœur de l'offre européenne en matière de lanceur commerciaux : Ariane 5, Soyouz,...

Aujourd'hui, les systèmes spatiaux sont des maillons clés de l'organisation des grands systèmes de défense et de sécurité. Astrium est un fournisseur majeur de systèmes spatiaux de défense, de technologies et de services :

- Reconnaissance
- Systèmes de communications sécurisées
- Missiles balistiques
- Futurs systèmes spatiaux de défense

Les technologies spatiales font également partie intégrante de notre vie quotidienne. La société propose à ses clients des solutions sur mesure dans tous les domaines : communications, navigation, géo-information, météorologie... L'observation de la Terre et de l'univers depuis l'Espace a radicalement révolutionné notre vision du monde : depuis toujours, les hommes ont été fascinés par les étoiles, et aujourd'hui, Astrium développe des technologies qui permettent d'explorer le système solaire et les secrets de l'univers : Terre et Soleil, missions interplanétaires, univers lointain...



	Avions civils		No.1
	Hélicoptères		No.1
	Systèmes de missiles		No.2
	Astrium		No.3
	Avions de transport militaire		No.3
	Avions militaires		No.4




Astrium est une filiale d'EADS, leader mondial de l'aérospatiale et de la défense, et a pour mission d'orienter, valoriser et mener à bien la recherche et le développement de technologies aérospatiales.

Pour ce faire, l'entreprise évolue au travers de quatre axes majeurs :

- Concevoir, développer et produire les lanceurs de la famille Ariane 5
- Préparer la nouvelle génération de lanceurs
- Développer et produire des missiles balistiques
- Contribuer à l'ISS (Station Spatiale Internationale) en Europe.

Les moyens industriels d'ASTRIUM sont répartis sur sept sites en France et en Allemagne. La société dispose également de plusieurs détachements implantés au plus près des besoins de ses clients à Houston (Etats-Unis) et à Brest, Cherbourg et Toulon (sites de la Marine nationale et de l'Etat français).

En 2010, le chiffre d'affaires de la division ASTRIUM était de 5 milliards d'Euros, le groupe a ainsi enregistré un **chiffre d'affaires** en progression de 11% sur un an. A la fin de l'année, son **carnet de commandes** totalisait 14,4 milliards d'Euros (+30%). Aujourd'hui, ASTRIUM compte 18 000 salariés, se répartissant sur plusieurs pays tels que la France, l'Allemagne, le Royaume-Uni, l'Espagne et les Pays Bas.

Astrium Space Transportation	Astrium Satellites	Astrium Services
Maître d'œuvre européen du transport spatial et des infrastructures orbitales	L'un des leaders mondiaux dans la conception et la fabrication de systèmes de satellites et de segments sol	Fournisseur mondial de solutions intégrées dans les services de communication par satellite et de géo-information
		

2. L'ETABLISSEMENT DES MUREAUX

Situé à 40 km au nord-ouest de Paris, le site EADS Astrium ST des Mureaux est réparti sur une surface de 46 hectares, il héberge la plupart des services centraux et est spécialisé dans la maîtrise d'œuvre des grands programmes spatiaux et stratégiques. Il abrite le management pour les missiles balistiques de la force de frappe française et l'intégration des lanceurs Ariane.



Outre l'intégration des étages à liquides d'Ariane, ses moyens permettent la fabrication des grandes structures métalliques, des systèmes pyrotechniques et fluidiques, des structures composites drapées... Le site des Mureaux possède par ailleurs, de puissants moyens de calculs, de simulations, d'essais et de contrôles.

Ce site bénéficie d'un emplacement privilégié grâce à la proximité d'un port privé sur la Seine, du chemin de fer et de l'autoroute A 13. Il constitue aussi un carrefour unique en Europe et joue un rôle essentiel dans le développement du lanceur ARIANE.

Le site se divise en quatre zones :

- Les **zones Sud** et **super Sud** avec la Direction de l'Etablissement, la production et la zone pyrotechnique.
- La **zone Centre** réservée à une partie de l'outil de production, à la formation, au Comité d'Entreprise, à l'infirmerie, aux restaurants d'entreprise, ...
- La **zone Nord** abritant les bureaux d'études, la Direction Générale, le site d'intégration Ariane 5, et également Cryospace où sont assemblés les réservoirs cryotechniques Ariane 5.

Avec plus de 3000 personnes sur le site (sociétés de prestations comprises), le site des Mureaux est le plus grand centre de la filiale ASTRIUM Space Transportation.

II. PRESENTATION DU DEPARTEMENT ET DU SERVICE D'ACCUEIL

1. LE DEPARTEMENT TEA11

Le département TEA11 « Launchers & ATV Mechanical Engineering » travaille principalement autour :

- des lanceurs civils & ATV (Automatic Transfert Vehicle)
- des lanceurs militaires, des intercepteurs, des infrastructures orbitales... (activités en complément pour le bureau d'étude avant-projet)
- de l'ingénierie mécanique pour les différentes phases des projets (avant-projet, définition, conception, qualification, exploitation, retrait du service) et pour la recherche (RAF : recherche autofinancée,...)

Le département TEA11 regroupe 4 services :

- TEA112 : Service « A5 Development Mechanical Loads »
- TEA113 : Service « A5 Production & Future Vehicles Mechanical Loads »
- TEA114 : Service « Structural Analysis »
- TEA115 : Service « Structures & Equipment Mechanical Analysis »

Mon stage s'est déroulé au cœur des bureaux d'étude du service TEA112.

2. LE SERVICE TEA112

Dans le cadre du développement d'A5, les compétences métiers du service TEA112 se décomposent en 4 grandes activités :

a. La définition et la validation des ambiances statiques et dynamiques

L'équipe "ambiance dynamique" livre les ambiances dynamiques basses fréquences (BF) sur le lanceur et/ou les charges utiles, ainsi que les ambiances dynamiques hautes fréquences (HF). Le calcul des ambiances dynamiques revient à déterminer les niveaux d'accéléérations dynamiques et les torseurs d'efforts dynamiques sur les structures principales du lanceur et au pied des charges utiles, mais également à déterminer les « Quasi Static Loads » au centre

de gravité des charges utiles et les fluctuations de pression dynamique dans les réservoirs d'ergols.

b. Le POGO

Le POGO est un phénomène vibratoire BF observé sur les étages de lanceurs à propulsion liquide. C'est un phénomène qui résulte du couplage dynamique entre la structure du lanceur (réservoir, bâti moteur, ...), le système hydraulique (lignes d'alimentations en ergols, ...) et le système propulsif (chambre de combustion, turbopompes, ...). La non divergence du POGO est garantie par le calcul au travers de modélisations dynamiques du comportement couplé du système structure-hydraulique-propulsion.

c. Les Efforts Généraux (EG)

La spécification générale des efforts généraux (EG) fournit les charges mécaniques de dimensionnement statique des lanceurs Ariane 5.

d. Les interfaces GNC (interfaces entre ingénierie mécanique et avionique)

Le comportement dynamique du lanceur au cours du vol influe sur la stabilité de la boucle de guidage, navigation et contrôle par le biais des déformées au droit des capteurs et des actionneurs. Afin de vérifier la stabilité de cette boucle d'asservissement vis-à-vis de ces perturbations, le secteur « pilotage » requiert la fourniture des caractéristiques dynamiques du lanceur à différents instants du vol. Les analyses modales reviennent à déterminer et identifier les modes propres du lanceur et à en extraire les fréquences et les déformées au droit des capteurs et des actionneurs, ainsi qu'à synthétiser leurs amortissements et méconnaissances. Ces résultats sont ensuite fournis sous l'appellation de bases modales « pilotage ».

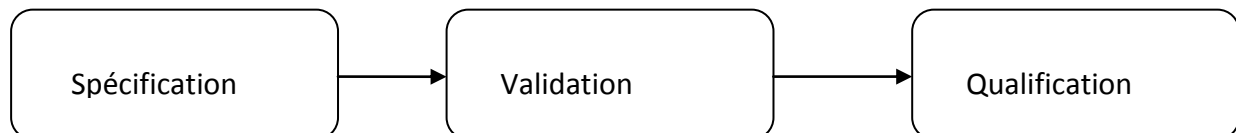
Lors des essais de Maquettes Dynamiques, essais reconstituant au mieux les conditions de vol du lanceur, les ingénieurs cherchent à identifier le comportement dynamique de ce dernier. La qualité de l'identification modale est étroitement liée au plan de mesures réalisé. Afin qu'elle soit la meilleure possible, on cherche à déterminer le nombre de capteurs nécessaire et leur emplacement respectif sur la structure. Le but principal est donc de construire un plan de mesures optimal.

III. MISSIONS DURANT LE STAGE : 1^{ère} PARTIE, ETUDE

1. LES ESSAIS : CONTEXTE ET ENJEU

Les essais MD (Maquettes Dynamiques) contribuent au développement et à la qualification de nouveaux lanceurs. Ces essais ont lieu environ tous les 10 ans (temps de renouvellement d'un nouveau lanceur) et consistent en une longue campagne d'essais (≈ 6 mois) extrêmement coûteuse.

Dans le développement d'un lanceur, il existe principalement trois boucles :



La boucle de spécification est la boucle qui permet essentiellement d'effectuer une analyse critique de la spécification technique, de la définition proposée, des technologies et des moyens de production envisagés.

La boucle de validation porte sur les aspects associés à la définition détaillée du produit et justifications associées, aux études de sûreté de fonctionnement, à la compatibilité avec les exigences définies dans la spécification... Enfin, elle a pour but de s'assurer que le produit répond aux exigences sur le plan de fabrication, reproductibilité, maintenance...

Enfin, la boucle de qualification permet de fournir les arguments qui justifient la recommandation d'approuver ou non la qualification du produit.

Les essais MD n'interviennent que très tardivement dans la boucle de qualification. Ces essais permettent de vérifier les hypothèses associées à la stabilité du lanceur et aux études d'ambiances dynamiques (hypothèses établies lors du développement du lanceur). Les essais doivent, par la mesure :

- des caractéristiques fondamentales dynamiques des spécimens (fréquences, déformées modales, masses généralisées),
- des amortissements,

permettre de valider et, au besoin, de raffiner ces hypothèses. Elles sont déterminées aux moyens d'études d'ingénierie qui doivent permettre de couvrir l'ensemble de la vie du lanceur, et ainsi de la qualifier aux diverses ambiances dynamiques rencontrées pendant les différentes phases de vol. Pour cela, les simulations s'appuient sur des modèles EF représentatifs des évolutions lanceurs.

En conséquence, les essais servent à prouver que tout fonctionne comme prévu par les modèles :

- Validation des caractéristiques dynamiques EF (fréquences propres, déformées modales, masse généralisée)
- Détermination des amortissements

Pour réaliser les essais MD, un plan d'instrumentation doit être défini. Il s'agit de définir le nombre de capteurs et leur emplacement respectif afin de caractériser les modes globaux qui pourront induire, lors des différentes phases de vol du lanceur, de forts dommages sur les parties délicates de la structure mécanique étudiée. A partir du modèle numérique EF de la structure, nous disposons de plusieurs modes théoriques. Des spécialistes identifient, parmi tous ces modes, lesquels sont à analyser et à caractériser en essais. C'est ce que nous appelons les « modes cibles ».

2. PROBLEMATIQUE

Le placement optimal de capteurs est un problème commun rencontré dans de nombreuses applications d'ingénierie. Le but est de maximiser l'information de telle sorte que le comportement dynamique d'une structure puisse être totalement caractérisé.

Dans le cadre des essais Maquettes Dynamiques, des méthodes d'optimisation de plan de mesures simples et compatibles avec les problèmes à grandes échelles sont nécessaires. Ces méthodes doivent permettre, à partir du modèle mathématique EF et de ses déformées modales théoriques, de déterminer le **nombre de capteurs minimal** et leur **emplacement optimal** respectif.

La problématique associée à l'optimisation du plan de mesures se décompose donc de la manière suivante :

- d'un modèle mathématique de type EF,
- d'une configuration géométrique numérique de la structure à soumettre aux essais.

On connaît :

- un certain nombre de modes théoriques.

On veut :

- déterminer, à partir de nos données mathématiques et dynamiques, le nombre de capteurs minimal et leur emplacement respectif sur la maquette, ceci permettant d'optimiser l'identification modale et le recalage de modèle éventuel.

3. ETATS DE L'ART DES METHODOLOGIES D'OPTIMISATION DE PLACEMENTS DE CAPTEURS

Mon stage a commencé, après l'étude et la compréhension du contexte général et du besoin, par une recherche bibliographique des différentes méthodologies d'optimisation de placement de capteurs. Trois principales méthodes ressortent de cet état de l'art.

a. La méthode de l'énergie cinétique

Le principal objectif de la méthode de l'énergie cinétique (MEC) est de trouver une configuration réduite de placements de capteurs qui maximise la mesure de l'énergie cinétique d'une structure. Cette méthode est basée sur l'énergie cinétique par la relation :

$$E_c = \frac{1}{2} \Phi^t M \Phi \quad (1.1)$$

où :

- M est la matrice de masse du modèle EF ;
- Φ est la matrice des déformées modales.

Par la suite, E_c peut être représenté comme le produit d'une matrice ψ et de sa transposée ($E_c = \psi^t \psi$) et être assimilé à la matrice d'information de Fisher Q . Il ne reste plus qu'à mettre en œuvre la méthode de l'indépendance effective (décrite ci-après) sur cette matrice.

Cette méthode a plusieurs gros inconvénients : elle utilise, à chaque itération, une matrice de très grande taille si le nombre de ddls du modèle EF est très important. Elle nécessite une transformation de la matrice de masse avant l'utilisation de l'algorithme de la méthode d'indépendance effective. Enfin, elle permet de conserver des emplacements de capteurs pour les ddls de forte énergie et pas nécessairement de fort déplacement ; or, en essais, ce sont les déplacements modaux qui sont mesurés.

La méthode décrite ci-dessus pour l'énergie cinétique est identique dans le cas de l'énergie de déformation en remplaçant la matrice de masse M par la matrice de raideur K du modèle EF, ce qui conduit à l'équation :

$$E_d = \frac{1}{2} \Phi^t K \Phi \quad (1.2)$$

b. La méthode de la variance

C'est une technique basée sur une méthode statistique qui s'appuie sur une analyse de covariance. Cette méthode a été développée pour les problèmes traitant de l'évaluation et de l'approximation de phénomènes par un nombre fini d'observations. Elle est basée sur la matrice de covariance de taille *le nombre de ddls du modèle EF x le nombre de ddls du modèle EF*.

Quelques désagréments de cette méthode nous apparaissent vite. Tout comme la MEC, cette méthode s'appuie sur une matrice de très grande taille si le nombre de ddls du modèle EF est très important. De plus, compte tenue de sa définition, cette méthode s'appuie sur des données d'observation. Or, nous ne disposons d'aucune expérience précédente pouvant servir de données d'information. Cette méthode n'est donc pas applicable dans notre cas, mais serait tout à fait pertinente dans la construction d'un plan d'expérience.

c. La méthode de l'indépendance effective

La méthode d'indépendance effective sélectionne un ensemble de placements de capteurs optimal à partir d'un ensemble de M modes cibles.

Cette méthode a été développée de façon à maximiser à la fois l'indépendance spatiale et la force du signal des M modes cibles (évaluée par la norme de la matrice d'information de Fisher).

Initialement, un ensemble de P emplacements potentiels de capteurs est sélectionné. Cet ensemble doit être assez grand pour inclure toute la dynamique importante au sein des modes cibles ayant été identifiés pour l'essai. Il doit ensuite être réduit d'une façon optimale.

Cette méthode ne nécessite que l'utilisation de la matrice de déformées modales Φ (matrice de taille *nombre de ddls x nombre de modes cibles*) et elle n'utilise qu'une seule fois la matrice de masse et de raideur du modèle EF : la matrice Φ est construite à partir de la relation :

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (2)$$

où :

- u est le vecteur des déplacements
- M est la matrice de masse du modèle EF
- K est la matrice de raideur

Le problème spectral associé à l'équation (2) est donné par :

$$\omega^2 MU = KU \quad (3.1)$$

$$\Leftrightarrow (K - \omega^2 M)U = 0 \quad (3.2)$$

Les fréquences propres ω_i sont obtenues en résolvant :

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (4)$$

A chaque ω_i correspond un Φ_i (vecteur propre) appelé mode. En rangeant les fréquences propres par ordre croissant $\omega_{(1)} \leq \omega_{(2)} \leq \dots \leq \omega_{(n)}$, (n = nombre de modes calculé $\leq P$ = nombre de ddl du modèle EF) et en conservant cet ordre pour les vecteurs propres, nous avons la matrice des modes $\Phi = (\Phi_{(1)}, \Phi_{(2)}, \dots, \Phi_{(n)})$.

**) Description de la méthode*

La sortie mesurée par les capteurs à chaque instant t est donnée par :

$$u_c = \Phi \cdot q + w \quad (5)$$

$$u_c = \sum_{i=1}^M q_i \phi^i + w \quad (6)$$

où :

- M est le nombre de modes cibles ; $P \geq N$ le nombre initial d'emplacements potentiels de capteurs ;
- Φ est la matrice modale issue du modèle EF réduite aux M modes cibles et P ddl initiaux (emplacements potentiels) ; Φ de taille $P \times M$;
- q est le vecteur des coefficients de réponses (coordonnées généralisées) ;
- w est le vecteur des bruits blancs gaussiens stationnaires iid (indépendants et identiquement distribués) de moyenne nulle et de variance ψ_0^2 ;
- ϕ^i est la $i^{\text{ème}}$ colonne de Φ , c'est-à-dire le vecteur du $i^{\text{ème}}$ mode cible.

Cette décomposition d' u_c est basée sur le fait que la réponse en tout point d'une structure élastique peut être obtenue dans le domaine temporel ou fréquentiel comme une combinaison linéaire des modes (vecteurs de la base modale).

Afin d'« anticiper » les essais, il est nécessaire de disposer d'estimations des sorties mesurées par les capteurs. Pour cela, un estimateur \hat{q} du vecteur d'état q est donné par :

$$\hat{q} = (\Phi^t \Phi)^{-1} \Phi^t u_c \quad (7)$$

$$\Leftrightarrow \hat{q} = (\Phi^t \Phi)^{-1} \Phi^t (\Phi q + w) \quad (8)$$

Cet estimateur a de bonnes propriétés :

- C'est un estimateur sans biais :

$$E[\hat{q}] = E[(\Phi^t \Phi)^{-1} \Phi^t (\Phi q + w)] \quad (9)$$

$$E[\hat{q}] = (\Phi^t \Phi)^{-1} (\Phi^t \Phi) E[q] + (\Phi^t \Phi)^{-1} \Phi^t E[w] \quad (10)$$

$$E[\hat{q}] = E[q] \quad (11)$$

- En référence aux travaux d'UDWDIA et GARBA [R4], la variance de cet estimateur s'exprime facilement en fonction de la matrice modale Φ :

$$\Sigma = E[(q - \hat{q})(q - \hat{q})^t] = [\Phi^t \psi_0^2 \Phi]^{-1} = Q^{-1} \quad (12)$$

On appelle Q la Matrice d'Information de Fisher. L'information de Fisher est une notion qui quantifie l'information relative à un paramètre contenu dans la distribution (ici q).

Le bruit blanc a été supposé iid (indépendant et identiquement distribué), aussi on peut écrire :

$$Q = \frac{1}{\psi_0^2} \Phi^t \Phi = \frac{1}{\psi_0^2} A_0 \quad (13)$$

Pour tout estimateur, une meilleure estimation est obtenue lorsque la matrice de covariance est minimale, cela permet d'avoir des variations d'erreurs les plus petites possibles. Ainsi, minimiser Σ revient à maximiser Q d'après l'équation (12), c'est-à-dire rendre A_0 maximale d'après (13).

Ces différentes relations nous permettent de comprendre que la quantité d'information obtenue par l'estimateur \hat{q} est directement équivalente à la quantité d'information fournie par la matrice A_0 . Aussi, de façon itérative, nous cherchons à supprimer les ddl de plus faible contribution, l'influence de chaque ddl étant mise en évidence en écrivant A_0 sous la forme :

$$A_0 = \sum_{i=1}^P \phi_i^t \phi_i \quad (14)$$

avec :

- ϕ_i est la $i^{\text{ème}}$ ligne de Φ correspondant au $i^{\text{ème}}$ emplacement potentiel.

Afin de déterminer quels ddl apportent les plus faibles contributions à A_0 , nous nous plaçons dans la base des vecteurs propres. Nous recherchons les directions principales en résolvant le système linéaire suivant :

$$(A_0 - \lambda I)\psi = 0 \quad (15)$$

où :

- $\lambda \in R^{M \times M}$ est la matrice diagonale des valeurs propres
- ψ est la matrice des vecteurs propres associés à λ

Théorème : Toute matrice symétrique réelle de $R^{M \times M}$ admet M vecteurs propres linéairement indépendants. De plus, ces vecteurs peuvent être choisis de façon à être orthogonaux et normés. Toute matrice symétrique réelle A peut s'écrire sous la forme :

$$A = P\Lambda P^t \quad (16)$$

où P est une matrice orthogonale et Λ est une matrice diagonale.

Remarque : Par construction, A_0 est réelle symétrique définie positive (elle est le produit d'une matrice réelle et de sa transposée). A_0 est donc semblable à la matrice diagonale λ ; les valeurs propres sont réelles positives, et les vecteurs propres forment une base orthogonale.

Par définition du changement de base de la base euclidienne à la base de vecteurs propres, on a :

$$\begin{cases} \psi^t A_0 \psi = \lambda \\ \psi^t \psi = I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \psi^t \Phi^t \Phi \psi = \lambda \\ \psi^t \psi = I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\Phi \psi)^t (\Phi \psi) = \lambda \\ \psi^t \psi = I \end{cases} \quad (17)$$

Comme les vecteurs ψ forment une base orthogonale, ils représentent M directions orthogonales de l'espace modal. Aussi, formant le produit :

$$G = (\Phi \psi) \otimes (\Phi \psi) \quad (18)$$

où :

- le symbole \otimes représente le produit terme à terme
- le produit $\Phi \psi$ représente la projection des déformées modales sur l'espace des vecteurs propres,

on a :

- chaque terme de G est positif (terme de $\Phi \psi$ au carré) ;
- la somme des termes de chaque ligne i de la matrice G est égale à la somme des carrés des termes de chaque ligne i de la matrice Φ (correspondant au $i^{\text{ème}}$ ddl) ;
- par construction, la somme des termes de chaque colonne j de G est égale à la $j^{\text{ème}}$ valeur propre λ_j associée : le $i^{\text{ème}}$ terme au sein de la colonne j représente la contribution du $i^{\text{ème}}$ emplacement de capteur potentiel dans la $j^{\text{ème}}$ direction principale.

Pour donner à chaque direction principale le même poids, nous effectuons une normalisation de la matrice G en la multipliant par λ^{-1} :

$$F_E = (\Phi\psi) \otimes (\Phi\psi) \lambda^{-1} \quad (19)$$

On obtient une matrice réelle de taille $P \times M$ où le terme $F_{E_{ij}}$ représente la contribution du $i^{\text{ème}}$ emplacement potentiel dans la $j^{\text{ème}}$ direction principale.

Enfin, pour évaluer la contribution d'un ddl sur toutes les directions principales, nous créons le vecteur E_D d'indépendance effective (VIE) pour lequel chaque terme i est égal à la somme des termes de la ligne i de la matrice F_E :

$$E_D = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^M F_{E_{1j}} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^M F_{E_{Pj}} \end{pmatrix} \quad (20)$$

Chaque terme i du vecteur E_D peut donc être interprété comme étant la contribution globale du $i^{\text{ème}}$ emplacement potentiel. Il s'agit en fait du vecteur dont chaque composante i est la norme L^2 au carré de la contribution du $i^{\text{ème}}$ ddl sur toutes les directions principales.

On a de plus la relation (cf. [R3]) :

$$0 \leq E_{D_i} \leq 1 \quad (21)$$

Si $E_{D_i} = 0$, la position du capteur n'apporte aucune contribution, en revanche si $E_{D_i} = 1$, l'emplacement doit être retenu dans la configuration finale de localisation de capteurs car sa contribution est majeure, et il permettra l'identification de certains modes cibles.

Finalement, en rangeant les composantes du vecteur E_D dans l'ordre croissant, nous pouvons ainsi éliminer le ddl de plus faible contribution, c'est-à-dire celui correspondant à la valeur de E_D la plus faible. En itérant le processus, nous pourrions ainsi passer d'un nombre P d'emplacements potentiels à un nombre N recherché.

Remarques :

- *Le nombre minimal N de capteurs trouvé dépend très fortement de la valeur seuil à prendre en compte dans l'élimination d'un emplacement potentiel à travers le vecteur E_D . A partir de quelle valeur la plus faible de E_D arrête-t-on l'algorithme ? C'est l'utilisateur qui convient arbitrairement de sa valeur (choisie dans $[0,1]$). Il est donc nécessaire de contrôler l'allure du vecteur E_D à chaque itération.*
- *Il est possible de supprimer plusieurs emplacements potentiels par itération ; néanmoins, il est conseillé (cf. [R3]) de ne pas en supprimer trop à la fois. En effet, en supprimant un capteur à la fois, on minimise le changement dans le vecteur d'indépendance effective (VIE) ; en supprimer beaucoup induirait un important changement de la matrice Φ donc du VIE.*

Par ailleurs, l'évolution de la perte d'information est directement contrôlée, à chaque itération, par l'évolution de la norme d' A_0 . Nous disposons de trois normes :

- Le déterminant : $||A_0||_d = \det(A_0)$
- La norme euclidienne : $||A_0||_e = \sum_i \sum_j (A_0)_{ij}$
- La trace : $||A_0||_t = \text{Tr}(A_0)$

D'après les applications de la RAF 96 [R1], la trace et la norme euclidienne se comportent identiquement ; le déterminant quant à lui est très sensible au nombre de modes cibles. Aussi, il a été retenu d'évaluer la perte d'information grâce à la norme euclidienne.

****) Avantages et inconvénients de la méthode**

La Méthode de l'Indépendance Effective (MIE) est une méthode simple et compatible avec les problèmes de grande taille. Seule la connaissance des vecteurs propres théoriques de la matrice des déformées modales est nécessaire (utilisation de la matrice modale de taille $P \times M$) ; d'autres méthodes d'optimisation de placement de capteurs existent et sont, elles, basées, à chaque itération de l'algorithme, soit sur les matrices de masses, soit sur les matrices de raideurs du modèle EF. La MIE offre donc un véritable gain de mémoire et de temps de calcul sur les très gros modèles de type lanceur.

La mise en place de la méthode est facile, c'est une méthode itérative qui supprime les ddl de faible contribution grâce à :

- une normalisation L^2 de la matrice d'information donnant à chaque direction principale la même importance ;
- l'évaluation de la contribution de chaque ddl sur toutes les directions.

Cette méthode permet également le contrôle de la perte d'information, notamment par l'évolution de la norme de la matrice d'information et par l'évolution de la valeur de plus faible contribution (valeur minimale du VIE).

Cependant, un inconvénient majeur de la MIE, et commun à toutes les méthodes d'optimisation basées sur la matrice d'information de Fisher, est que la matrice Q devient singulière dès que le nombre de capteurs minimal N est inférieur au nombre de modes M (cf. [R3]). En effet, la matrice d'information de Fisher caractérise la quantité d'information donnée par les paramètres à notre disposition.

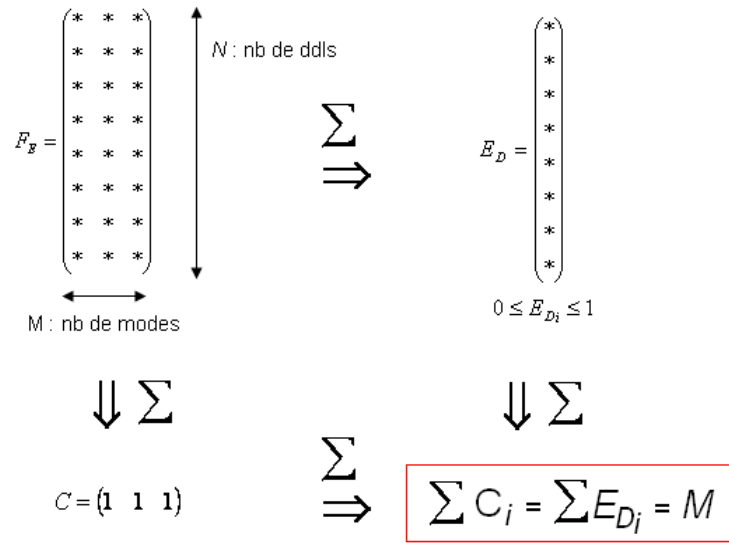


Figure 1 : Démonstration sur la somme des coefficients de FE

Le schéma explicatif précédent montre que la somme de tous ses coefficients est toujours égale à M . Ainsi, lorsque le nombre de ddl's restants est égal à M , on a :

$$\sum_{i=1}^M E_{Di} = M, \ 0 \leq E_{Di} \leq 1 \Rightarrow \forall i, \ E_{Di} = 1 \quad (22)$$

A l'itération suivante, si un ddl est supprimé, la condition (21)¹ ne sera plus nécessairement vérifiée, on pourra avoir des coefficients négatifs, et/ou supérieurs à 1.

D.C. KAMMER (cf. [R3]) montre que la suppression d'un emplacement vital de capteur entraîne une singularité de la matrice.

¹ $0 \leq E_{Di} \leq 1$

De plus, comme expliqué précédemment en remarque, nous ne disposons, actuellement, d'aucune information quant au critère d'arrêt de la méthode. A quelle valeur minimale de E_D l'algorithme doit-il s'arrêter ?

Une autre limitation de la méthode est qu'elle peut conserver des emplacements de capteurs ne contenant que peu d'énergie de déformation, et la conséquence possible est la perte d'information. Pour remédier à ce problème, il suffit de multiplier chaque terme du VIE par son coefficient « énergétique » :

$$DPR_i = \sum_{j=1}^M \frac{\phi_{ij}^2}{f_j} \quad (23)$$

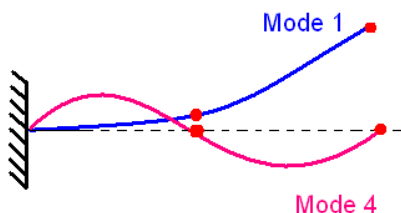
où :

- f_j est la fréquence du $j^{\text{ème}}$ mode ;
- ϕ_{ij} est le terme (i, j) de la matrice modale Φ ;
- M est le nombre de modes.

Ce coefficient donne un poids énergétique aux composantes du vecteur E_D et alors la méthode concentre les positions de capteurs dans des régions de haute énergie de déformation et de fort déplacement.

Nous avons étudié l'effet de ce coefficient sur notre cas test. Les résultats sont fournis au Paragraphe III.4.d.***).

Par ailleurs, le placement de capteurs est effectué de façon « globale », il est impossible de distinguer quels capteurs sont réellement efficaces pour un mode donné :



Sur cet exemple, il est clair que le placement des capteurs (en point rouge) obtenus par la méthode globale ne permet pas, en pratique, d'identifier le Mode 4.

Figure 2 : Identification des modes

Un nouvel objectif se pose : comment pouvoir associer à chaque mode les emplacements qui donneraient les meilleures mesures ? Nous avons essayé de répondre à cette question. Les différentes propositions de solutions sont fournies au Paragraphe III.4.d.****).

d. Synthèse de l'état de l'art

Ces trois méthodes présentent chacune leurs avantages et inconvénients.

Les méthodes de l'énergie sont construites sur le même modèle que la méthode de l'indépendance effective, et utilise à chaque itération la matrice de masse ou de raideur. Ainsi, un des principaux inconvénients est vraiment la taille de la matrice à manipuler (de l'ordre de 10^{10} coefficients pour notre modèle). Dans le cas de l'indépendance effective, le nombre de coefficients à manipuler est beaucoup moins important (de l'ordre de 25×10^5).

Concernant la méthode de la variance, nous faisons également face à ce problème de taille de matrice. De plus, la méthode nécessite plusieurs données d'observations. Cependant, lorsque nous cherchons à mettre en place un plan de mesures, c'est parce qu'aucun plan d'instrumentation n'a jamais été construit pour la structure étudiée en essai. Cette méthode semble donc clairement impossible à utiliser.

Par ailleurs, les méthodes de l'énergie cinétique et de l'énergie de déformation sont basées sur les quantités d'énergie en chaque ddl. Cependant, lors des essais, nous nous intéressons principalement à la mesure du déplacement des ddls. Ainsi, les méthodes de l'énergie semblent inappropriées. La méthode de l'indépendance effective présente, elle, cet avantage (basée sur la mesure du déplacement).

Finalement, la MIE présente de gros avantages : c'est un outil simple à mettre en œuvre (simplicité de l'algorithme), elle n'utilise pas les matrices de masses et de raideur à chaque itération (taille de matrice moins importante) car elle utilise seulement la matrice modale, elle est itérative, contrôle la perte d'information... Ses principaux inconvénients restent tout de même le placement de capteurs de façon global, et les incertitudes liées au critère d'arrêt de l'algorithme.

Malgré tout, cette méthode semble la plus adéquate compte tenu de notre optimisation de plan de mesures.

4. MISE EN PLACE DE LA METHODE SELECTIONNEE SUR UN CAS TEST : SYSTEME « POUTRE »

La Méthode de l'Indépendance Effective (MIE) a été retenue pour répondre à notre problème. De plus, en référence à l'article de M. MEO et G. ZUMPANO [R2], la méthode de l'indépendance effective décrite ci-dessus semble être une des meilleures pour les problèmes d'optimisation de placement de capteurs pour de grandes structures. Toutefois, afin de bien comprendre et évaluer le comportement de cette méthode, nous l'avons mise en place sur un cas simple : un système poutre. Les conditions aux limites données sont du type "encastré-libre".

On construit le modèle EF de ce système à l'aide du logiciel PERMAS v13 dont les caractéristiques géométriques et propriétés mécaniques sont les suivantes :

- Poutre en aluminium (élasticité 70e+09 GPa, densité 2100 kg.m-3)
- Longueur : 10 m
- Section de poutre : carrée de 2 mm par 2 mm
- Nombre de nœuds : 300 (soit 299 éléments de type 'BECOS')
- Nombre de modes calculés : 20



Figure 3 : Représentation géométrique de la poutre (L=1m) pour 30 nœuds

La première étape consiste à post-traiter le calcul de base modale en exploitant la matrice de déformées modales obtenue par les calculs PERMAS. Nous devons disposer en entrée de notre algorithme d'indépendance effective des matrices suivantes :

- Matrice modale (taille $P \times M$) ;
- Vecteur des fréquences associées (taille $1 \times M$) ;
- Vecteur initial des emplacements potentiels de capteurs (taille $P \times 1$) ;

où :

- P est le nombre d'emplacements de capteurs potentiels de départ, ici c'est le nombre de ddls du modèles EF ;
- M est le nombre de modes cibles.

Puisque, lors des essais, nous ne disposons d'aucun capteur permettant de mesurer les rotations, nous avons d'ores et déjà supprimé les ddls de rotation en post-traitement pour ne conserver que les ddls de translation (ddls n°1, 2 et 3).

a. Algorithme mis en place

L'algorithme mis en place est décrit ci-après. Cet algorithme permet de déterminer le nombre de capteurs minimal et leur emplacement optimal respectif. Le placement de capteurs s'effectue sur l'ensemble des modes cibles.

Algorithme : CapteurGlob

Entrées :

- Φ : matrice modale (taille $P \times M$)
- E : vecteur des emplacements potentiels (taille $P \times 1$)
- VAL : valeur seuil d'élimination (dans $[0,1]$)
- n_{\min} : nombre de capteurs minimal désiré ($n_{\min} < P$)
- n_{rm} : nombre d'emplacement à supprimer par itération

Sorties :

- Capteurs sélectionnés
- $N < P$ nombre de capteurs du plan de mesures

Initialisation à 0 du vecteur d'indépendance effective E_D

Réduction éventuelle de la matrice modale aux modes cibles choisis par l'utilisateur

Réduction éventuelle de la matrice des emplacements et de la matrice modale aux emplacements potentiels choisis par l'utilisateur

$$A_0 = \Phi^t \Phi$$

Tant que (valeur minimum de $E_D < \text{VAL}$) **et** (nombre d'emplacement restant $> n_{\min}$)

Calcul de la matrice ψ des vecteurs propres de A_0

Calcul de la matrice diagonale Λ des valeurs propres de A_0

Calcul du vecteur E_D d'indépendance effective grâce à ψ, Λ et Φ

Tri de E_D dans l'ordre croissant

Suppression dans E des lignes des n_{rm} indices des valeurs les plus faibles de E_D

Suppression dans Φ des lignes des n_{rm} indices des valeurs les plus faibles de E_D

$$A_0 = \Phi^t \Phi$$

Fin Tant que

Retourner E vecteur des emplacements de capteurs

Retourner N nombre de capteurs sélectionnés

b. Données d'entrée

L'utilisateur doit choisir :

- Le nombre maximal de capteurs à supprimer par itération ;
- La valeur seuil à partir de laquelle les emplacements sont conservés (à choisir dans $[0,1]$) ;
- Le nombre final minimal de capteurs dans le cas où le critère par la valeur seuil en éliminerait plus que voulu.

Et il peut éventuellement, s'il le souhaite :

- Indiquer les numéros des modes cibles qui l'intéressent ;
- Réduire les emplacements potentiels de départ.

Nous avons donc appliqué cette méthode à notre système poutre avec les paramètres d'entrée suivants :

- Nombre de capteurs à supprimer par itération : 1
- Valeur seuil : 0.5
- Nombre final minimal de capteurs : 20
- Restriction des modes cibles : Non, conservation des 20 modes
- Restriction des emplacements initiaux : Non, conservation de tous les ddls de déplacement initiaux (900 ddls)

Remarque : Nous avons choisi une valeur seuil de 0.5 car il semble, d'après l'étude de sensibilité du critère d'élimination (cf. Paragraphe III.4.d), qu'il s'agisse d'une des valeurs les plus cohérentes.

c. Résultats

La figure 4 présente l'allure de la norme euclidienne relative en fonction du nombre d'emplacements conservés (lecture du graphique de droite à gauche). Il est précisément représenté la norme de la matrice A_0 à chaque itération (appelée norme(A)) sur la norme de la matrice initiale A_0 , c'est-à-dire avant toute suppression. Aussi, nous considérons que la matrice A_0 contient 100 % d'information lorsque tous les ddls de déplacements sont initialement des emplacements potentiels.

On peut faire les constats suivants :

- La suppression des 300 premiers ddls affecte peu la quantité d'information donnée par la matrice A_0 . En effet, cela s'explique par le fait que les 300 premiers ddls supprimés correspondent aux ddls de déplacement selon l'axe x , direction selon laquelle il n'y a quasiment aucune participation des modes (cf. Annexes I.1 et I.2).
- Plus le nombre d'emplacements est réduit, plus la perte d'information est grande (perte d'information relative, information restante dans la matrice A_0 calculée à chaque itération comparativement à l'information donnée par la matrice A_0 initiale).
- La Méthode d'Indépendance Effective nous indique qu'il ne suffit « que » de 24 capteurs pour pouvoir identifier l'ensemble des 20 premiers modes (cf. Tableau 1 et Figure 6). Le pourcentage d'information restante est très faible (~5% par rapport à la matrice d'information initiale), mais mathématiquement suffisant pour identifier l'ensemble des modes cibles.

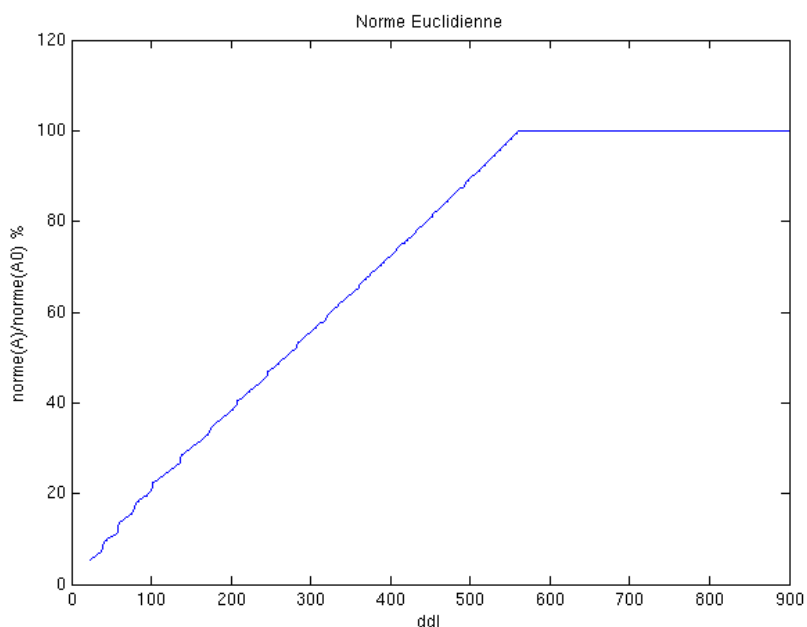


Figure 4 : Evolution de la norme euclidienne en fonction du nombre d'emplacements conservés

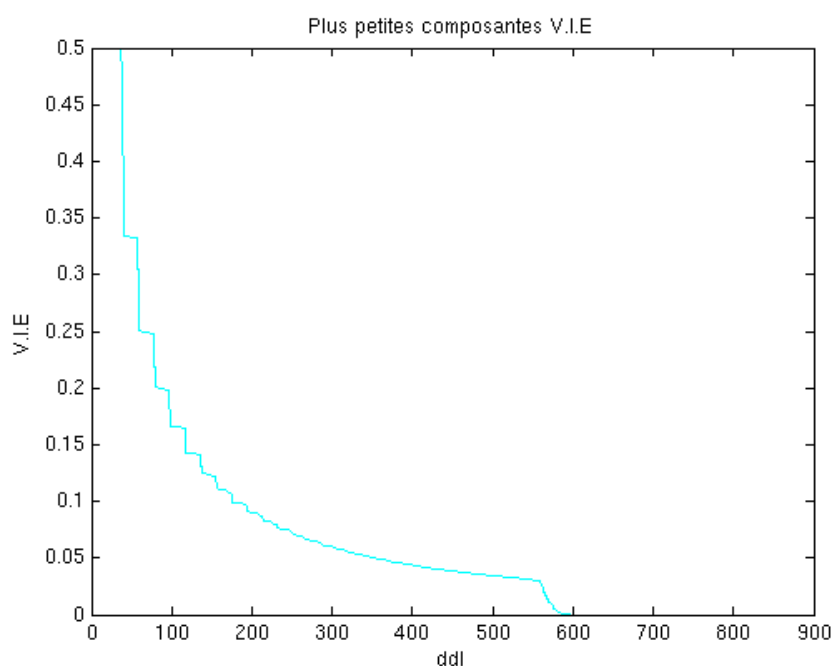


Figure 5 : Evolution de la plus faible valeur du V.I.E. en fonction du nombre d'emplacements conservés

La figure 5 représente l'évolution de la plus petite composante du VIE en fonction du nombre de capteurs sélectionnés (lecture de droite à gauche). Il en ressort principalement que :

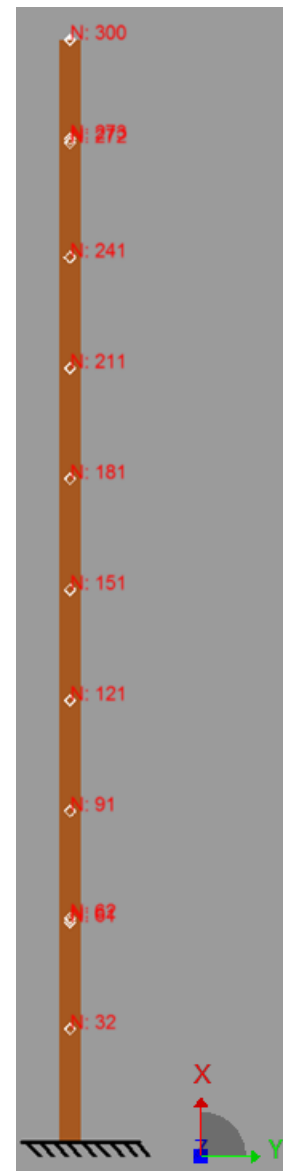
- Plus le nombre de capteurs conservés est important, moins les capteurs sont dépendants (valeur proche de 0).
- La suppression des 300 premiers ddl (selon l'axe x) ne modifie que très faiblement la dépendance des capteurs entre eux ; la dépendance reste proche de 0, cela s'explique encore par le fait que les modes n'ont aucune contribution dans cette direction.
- Peu de ddl sont mathématiquement indispensables (valeur du VIE supérieure à 0.5) à la détermination des modes cibles.

Enfin, le tableau 1 et la Figure 6 présentent la liste des 24 capteurs sélectionnés.

N° Capteur	Nœud	Ddl
1	32	2
2	32	3
3	61	2
4	61	3
5	62	2
6	62	3
7	91	2
8	91	3
9	121	2
10	121	3
11	151	2
12	151	3
13	181	2
14	181	3
15	211	2
16	211	3
17	241	2
18	241	3
19	272	2
20	272	3
21	273	2
22	273	3
23	300	2
24	300	3

Tableau 1 : emplacement sélectionnés par la MIE

Figure 6 : Plan de mesure optimal de la poutre



Notons que :

- La méthode de KAMMER a sélectionné des positions de capteurs de façon régulière le long de l'axe x.
- Les directions y et z sont privilégiées dans le placement de capteurs pour l'identification des différents modes cibles. Ce résultat est cohérent puisque les déformations modales s'effectuent dans ces directions.
- Il y a seulement deux endroits pour lesquels les emplacements de capteurs sélectionnés sont vraiment très proches (couples de nœuds 61-62 et 272-273).
- Les capteurs sont placés aux ventres des déformés

d. Variabilité de la méthode de KAMMER

**) Critère d'élimination*

La méthode de KAMMER s'appuie sur un critère d'élimination des emplacements, elle utilise pour cela une valeur seuil à choisir dans l'intervalle [0,1], on rappelle que $0 \leq E_{D_i} \leq 1$ (0 conservant tous les emplacements initiaux, 1 les éliminant tous).

Comme il a été précédemment dit, le choix de la valeur d'élimination d'un capteur est arbitrairement fait par l'utilisateur. En effet, ce dernier doit imposer la valeur à partir de laquelle la dépendance entre les emplacements de capteurs sera suffisamment importante pour arrêter le processus de suppression.

Il semble donc intéressant d'étudier la relation entre la valeur seuil donnée, le nombre de modes calculés et le nombre de capteurs en sortie.

Nous avons réalisé une étude de sensibilité sur une poutre de longueur 1m, composé de 50 éléments, soit 51 nœuds. Le nombre initial d'emplacements potentiels s'élève à $51 \times 3 = 153$ ddls. Nous avons imposé une unique suppression d'emplacements par itération et un nombre de capteurs minimal final égal au nombre de modes cibles.

L'Annexe I.4 présente un tableau à double entrée dans lequel on a indiqué le nombre de capteurs final en fonction du nombre de modes et de la valeur seuil choisie. Ces données sont représentées sur la Figure 7 : on a tracé l'évolution du nombre de capteurs retenus en fonction de la valeur d'élimination, et ce, pour un nombre de modes consécutifs total différent.

Plusieurs conclusions peuvent être retenues :

- Le nombre de capteurs diminue avec l'augmentation de la valeur seuil (ce à quoi nous pouvions nous attendre compte-tenu de la définition du critère) ;
- Le nombre de capteurs augmente avec le nombre de modes total ; en effet, la fréquence des modes de flexion et de torsion augmente avec le nombre de modes ; il est donc nécessaire d'avoir plus de capteurs pour évaluer les différentes variations de déplacement.
- On peut également noter qu'il y a une très nette baisse d'évolution du nombre de capteurs à partir d'un seuil compris entre 0,5 et 0,6 (fonction du nombre de modes cibles). Aucune loi mathématique triviale ne semble lier le critère d'élimination au nombre de capteurs sélectionnés et au nombre de modes cibles. Aussi d'après ces études, les valeurs comprises entre 0,5 et 0,6 semblent être un choix cohérent pour qualifier l'élimination des emplacements.

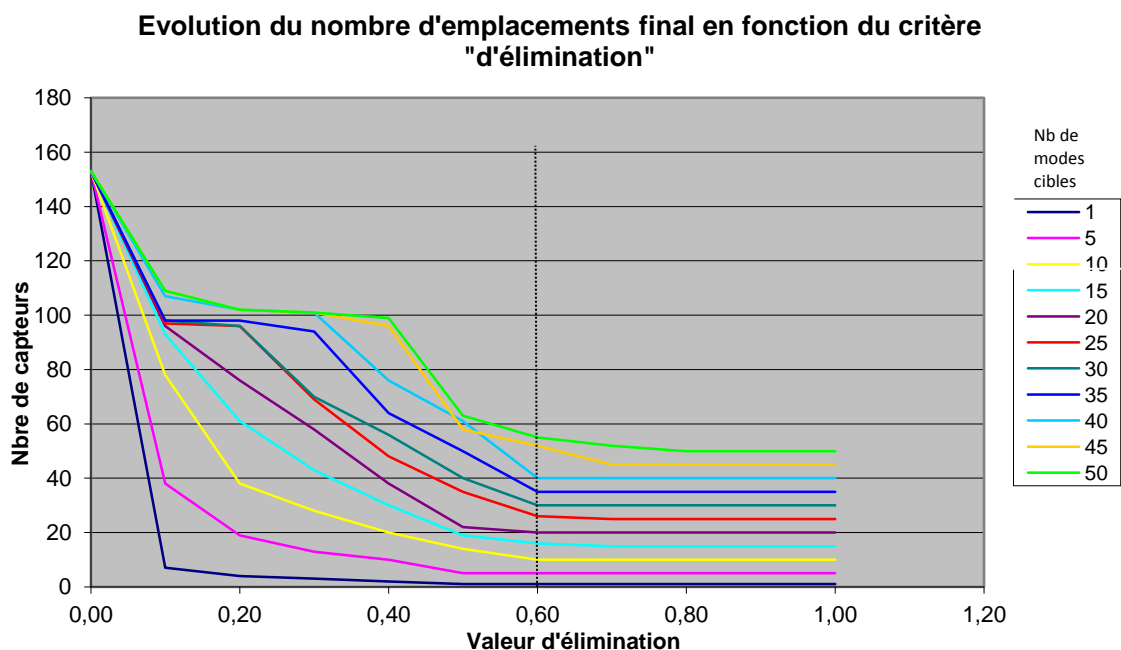


Figure 7 : Evolution de nombre de capteurs sélectionnés en fonction de la valeur seuil pour un nombre de modes cibles différents

****) Coefficient d'énergie**

Nous avons précédemment vu que la Méthode d'Indépendance Effective (MIE) pouvait sélectionner des capteurs contenant peu d'énergie de déformation, et les conséquences possibles étaient une perte d'information. La méthode EFI-DPR (Effective Independence Driving-Point Residue) élimine ce problème en multipliant chaque terme du vecteur E_D

(c'est-à-dire la contribution totale d'un emplacement) par le coefficient « d'énergie » correspondant (*driving point residue coefficient*) :

$$DPR_i = \sum_{j=1}^M \frac{\phi_{ij}^2}{f_j} \quad (24)$$

où :

- f_j est la fréquence associée au $j^{\text{ème}}$ mode cible ;
- M est le nombre de modes cibles ;
- ϕ_{ij} est le coefficient (i, j) de la matrice Φ .

En ce sens, les coefficients DPR sont des poids affectés au vecteur E_D ; cette méthodologie permet donc de sélectionner les emplacements de capteurs pour lesquels l'énergie de déformation est la plus importante (régions de haute énergie).

Le vecteur E_D s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} \sum_{j=1}^M F_{E_{1j}} \sum_{j=1}^M \frac{\phi_{1j}^2}{f_j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^M F_{E_{pj}} \sum_{j=1}^M \frac{\phi_{pj}^2}{f_j} \end{pmatrix} \quad (25)$$

Remarque : On a :

$$0 \leq \sum_{j=1}^M \frac{\phi_{ij}^2}{f_j} \quad (26)$$

Multiplier chaque composante i du vecteur E_D par son coefficient d'énergie associé ne permet plus de garantir que $\forall i, E_{D_i} \leq 1$ (cf. remarque précédente). On a seulement :

$$E_{D_i} \geq 0$$

Aussi, le critère d'élimination utilisé dans la MIE (valeur seuil à donner dans $[0,1]$) n'a plus aucun sens ici, le terme E_{D_i} pouvant être majoré par une valeur supérieure à 1.

Pour palier à ce problème, nous pouvons utiliser deux configurations différentes.

- La première méthode consiste à itérer sur le nombre de capteurs et non plus sur la valeur de plus faible contribution d'un emplacement (min. du vecteur E_D). Pour cela, il suffit de lancer la MIE afin d'obtenir le nombre minimal de capteurs nécessaire à l'identification modale. L'utilisateur applique ensuite la méthode EFI-DPR pour laquelle il aura fixé le nombre de capteurs minimal à obtenir, égal à celui obtenu par la MIE. Les résultats des deux méthodes seront alors comparables.

- La deuxième méthode consiste simplement à construire le vecteur :

$$\widetilde{E}_D = \frac{1}{\max(E_D)} E_D \quad (27)$$

Dont toutes les composantes vérifieront :

$$0 \leq \widetilde{E}_{D_i} \leq 1 \quad (28)$$

Seulement, avec cette méthode, nous ne sommes pas assurés d'obtenir le même nombre de capteurs que par la MIE.

Les résultats indiquant le placement de capteurs optimal pour ces deux méthodes sont donnés en page suivante (cf. Tableaux 2 & 3, Figure 8 & 9)

Ces résultats nous permettent de constater que :

- Quelle que soit la configuration choisie, la méthode d'EFI-DPR favorise les emplacements de capteurs proches du « bord libre » le long de l'axe x. En effet, il est tout à fait compréhensible qu'avec des contraintes dynamiques de type « encastré-libre », l'énergie de déformation soit d'autant plus importante que l'on se rapproche du « bord libre » ; les directions y et z sont également privilégiées dans le placement de capteurs.
- On peut toutefois noter qu'il y a concentration des capteurs dans le cas d'un placement EFI-DPR.

METHODE 1 :

Capteur	MIE		EFI-DPR	
	Nœud	Ddl	Nœud	Ddl
1	32	2	208	2
2	32	3	208	3
3	61	2	222	2
4	61	3	222	3
5	62	2	234	2
6	62	3	234	3
7	91	2	235	2
8	91	3	252	2
9	121	2	252	3
10	121	3	254	2
11	151	2	254	3
12	151	3	260	2
13	181	2	260	3
14	181	3	279	2
15	211	2	279	3
16	211	3	281	2
17	241	2	281	3
18	241	3	297	2
19	272	2	297	3
20	272	3	298	3
21	273	2	299	2
22	273	3	299	3
23	300	2	300	2
24	300	3	300	3

Tableau 2 : Emplacements sélectionnés

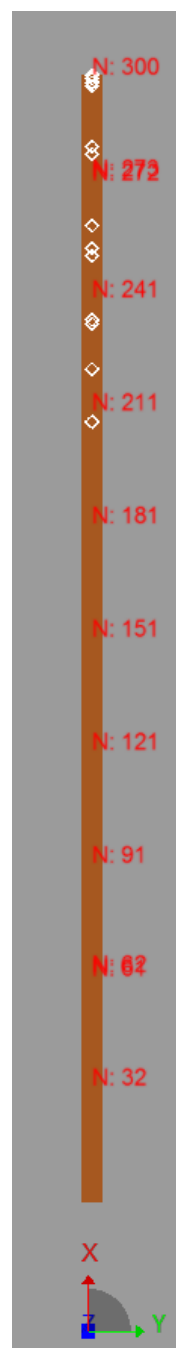
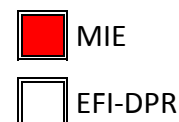


Figure 8 :

Optimisation du plan
de mesure NRJ
METHODE 1



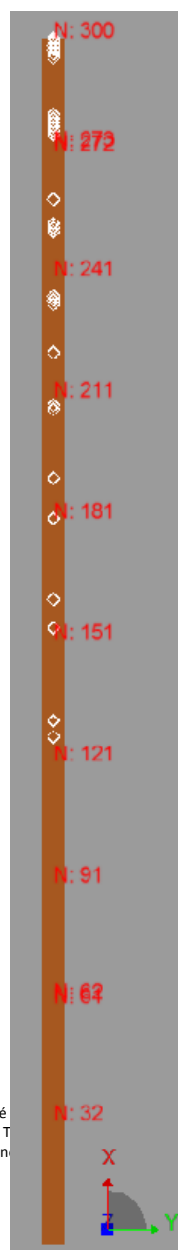
METHODE 2 :

	MIE		EFI-DPR	
Capteur	Nœud	Ddl	Nœud	Ddl
1	32	2	127	2
2	32	3	127	3
3	61	2	131	2
4	61	3	131	3
5	62	2	154	2
6	62	3	154	3
7	91	2	161	2
8	91	3	161	3
9	121	2	181	2
10	121	3	181	3
11	151	2	191	2
12	151	3	191	3
13	181	2	208	2
14	181	3	208	3
15	211	2	209	2
16	211	3	209	3
17	241	2	222	2
18	241	3	222	3
19	272	2	234	2
20	272	3	234	3
21	273	2	235	2
22	273	3	235	3
23	300	2	236	2
24	300	3	236	3
25	-	-	252	2
26	-	-	252	3
27	-	-	253	2
28	-	-	253	3
29	-	-	254	2
30	-	-	254	3
31	-	-	260	2
32	-	-	260	3
33	-	-	276	2
34	-	-	276	3
35	-	-	277	2
36	-	-	277	3
37	-	-	278	2
38	-	-	278	3
39	-	-	279	2
40	-	-	279	3

41	-	-	280	2
42	-	-	280	3
43	-	-	281	2
44	-	-	281	3
45	-	-	295	2
46	-	-	295	3
47	-	-	296	2
48	-	-	296	3
49	-	-	297	2
50	-	-	297	3
51	-	-	298	2
52	-	-	298	3
53	-	-	299	2
54	-	-	299	3
55	-	-	300	2
56	-	-	300	3

Tableau 3 :
Emplacements
sélectionnés

Figure 9 :
Optimisation du plan de
mesure NRJ
METHODE 2



pour lesquelles il a été remis. Il ne peut être ni reproduit, ni
document and the information it contains are property of
used (in whole or in part) to any third party without Astrium

***) Coefficient d'accélération

Lors d'une réunion de travail avec le professeur LADEVEZE du LMT de Cachan, il nous a suggéré de baser notre algorithme d'optimisation sur l'accélération et non sur le déplacement ; en effet, les capteurs utilisés étant principalement des accéléromètres, cette remarque semble légitime.

Dans le domaine fréquentiel, les déformées modales sont équivalentes à la mesure du déplacement de chacun des ddls du maillage EF. Pour obtenir l'accélération, il nous suffit simplement d'établir la relation :

$$\text{accélération} \equiv (2\pi f)^2 \text{déplacement} \quad (29)$$

$$\Leftrightarrow \text{accélération} \equiv \omega^2 \text{déplacement} \quad (30)$$

Ainsi, pour chaque mode cible ϕ_j mesurant un déplacement, il suffit de le multiplier par $(2\pi f_j)^2$ afin d'obtenir l'accélération associée.

En construisant la matrice :

$$\tilde{\Phi} = 4\pi^2 \begin{pmatrix} \phi_{11} & \cdots & \phi_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{P1} & \cdots & \phi_{PM} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} f_1^2 & \cdots & f_M^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1^2 & \cdots & f_M^2 \end{pmatrix} \quad (31)$$

où :

- \otimes représente le produit terme à terme
- ϕ_{ij} est le coefficient (i, j) de la matrice des modes cibles Φ
- f_i est la fréquence associée au $i^{\text{ème}}$ mode cible

la matrice de KAMMER à maximiser devient :

$$\widetilde{A}_0 = \tilde{\Phi}^t \tilde{\Phi} \quad (32)$$

$$\Leftrightarrow \widetilde{A}_0 = 16\pi^4 \begin{pmatrix} f_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & f_M^2 \end{pmatrix} \Phi^t \Phi \begin{pmatrix} f_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & f_M^2 \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\Leftrightarrow \widetilde{A}_0 = F^t \Phi^t \Phi F \quad (34)$$

$$\Leftrightarrow \widetilde{A}_0 = F^t A_0 F \quad (35)$$

où :

$$F = 4\pi^2 \begin{pmatrix} f_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & f_M^2 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Les matrices \widetilde{A}_0 et A_0 ne sont pas semblables (car $F^t \neq F^{-1}$) et admettent donc des vecteurs et valeurs propres différents. Cependant, dans la MIE, nous effectuons une normalisation sur toutes les directions principales, ainsi, l'effet de la multiplication de chaque colonne j de Φ par la fréquence au carré f_j^2 associée est inhibé, et la contribution de chaque ddl mesurée dans le VIE reste la même dans les deux cas.

J.C KAMMER [R3] affirme également, que les résultats restent les mêmes dans le cas du déplacement, de la vitesse ou de l'accélération.

****) Résolution « Mode par Mode »

La Méthode de l'Indépendance Effective (MIE) décrite précédemment est très intéressante dans le sens où elle détermine le nombre de capteurs minimal mais également leur emplacement optimal. Cependant, un des principaux inconvénients est que ce placement est global. Nous ne sommes pas capable de savoir quels sont les capteurs réellement efficaces pour l'identification d'un mode cible donné (cf. Figure 2).

On a donc essayé de développer une méthode qui répondrait à cette contrainte, c'est-à-dire une méthode qui nous permettrait d'associer à chaque mode les emplacements qui donneraient les meilleures mesures.

L'optimisation de placement de capteurs globale s'effectue grâce à la matrice modale dans laquelle tous les modes cibles à identifier sont considérés. Une approche naturelle, puisque l'on s'intéresse à une optimisation de placement de capteurs « Mode par Mode », est de construire la matrice modale comme étant le vecteur colonne du mode cible ϕ^j qui nous intéresse. Nous appliquons alors l'algorithme suivant :

Algorithme CapteurModParMod

<p>Pour j = 1 à M</p>

<p> Appliquer CapteurGlob à $\Phi = \phi^j$</p>

<p>Fin Pour</p>

Plus précisément, considérons un mode cible j donné : ϕ^j . L'étape « Appliquer CapteurGlob à ϕ^j » est décrite ci-dessous.

On considère toujours la matrice A_0 à maximiser :

$$A_0 = \Phi^t \Phi = \langle \Phi, \Phi \rangle \quad (37)$$

Puisque $\Phi = \phi^j$ est un vecteur, A_0 devient un scalaire. Aussi l'étape de la recherche de valeur propre et de vecteur propre est inutile : on a directement $\lambda = A_0$ et $\psi = 1$.

On forme ensuite le produit :

$$G = (\Phi\psi) \otimes (\Phi\psi) \quad (38)$$

où le symbole \otimes représente le produit terme à terme. On a :

- G est un vecteur colonne dont toutes les composantes sont positives ;
- La somme des termes de G est égale à $\lambda = A_0$;

On effectue une normalisation du vecteur G en le multipliant par λ^{-1} :

$$F_E = (\Phi\psi) \otimes (\Phi\psi) \lambda^{-1} \quad (39)$$

Tout comme G , F_E n'est plus une matrice : nous obtenons un vecteur de taille $P \times 1$, dont la somme de ses coefficients vaut 1.

Précédemment, pour évaluer la contribution d'un ddl sur toutes les directions principales, on créait le vecteur E_D d'indépendance effective (VIE) pour lequel chaque terme i était égal à la somme des termes de la ligne i de la matrice F_E :

$$F_E = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^M F_{E_{1j}} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^M F_{E_{Pj}} \end{pmatrix} \quad (40)$$

Et dont chaque composante vérifiait :

$$0 \leq E_{D_i} \leq 1 \quad (41)$$

Avec cette approche, il n'est pas possible de construire le vecteur d'indépendance effective tel que précédemment décrit. F_E peut, dans un certain sens, jouer le rôle du VIE. Nous devons pour cela faire les remarques et adaptations suivantes :

- On est presque assuré que $0 \leq F_{E_i} < 1$. En effet, puisque F_E représente la contribution d'un unique mode et que la somme de ses coefficients vaut 1, si on avait :

$$\exists i \in \{1, \dots, P\}, \quad F_{E_i} = 1 \quad (42)$$

alors cela signifierait que tous les autres coefficients vaudraient 0, et par conséquent, que seul le ddl i contribuerait au mode j donné, ce qui est peu probable.

- D'une manière générale, les coefficients de F_E sont initialement d'autant plus faibles que le nombre de ddl est grand.
- L'aspect itératif de la méthode de KAMMER Globale est conservé : on supprime le ddl de contribution moindre, c'est-à-dire celui ayant la valeur de F_E la plus faible.

Le critère d'élimination (arrêt de suppression des emplacements potentiels) intervient également ici. La méthode de KAMMER Globale s'appuie, rappelons-le, sur une valeur entre 0 et 1, 0 conservant tous les emplacements, 1 les éliminant presque tous. Dans le cas global, une valeur proche de 0.5 avait été démontrée comme étant cohérente.

Dans notre cas, imposer une valeur seuil égale à 0.5 entraîne très souvent que le nombre de capteurs final est faible pour un mode donné : en effet, de manière itérative, la suppression des ddls de faible contribution entraîne que l'indépendance entre les emplacements restants s'équilibre. Il y a, en quelques sortes, « report » de l'information du ddl supprimé sur les ddls restants. Le vecteur F_E se réduit donc progressivement, mais la somme de ses composantes reste égale à 1. Une solution limite très souvent atteinte est que le nombre d'emplacements restants vaut 2, les coefficients de F_E associés sont alors proches de 0.5 et leur somme fait 1.

Une étude sur la valeur seuil dans le cas « Mode par Mode » a été réalisée. Les résultats sont donnés au Paragraphe III.4.d.****) et en Annexe I.6.

On y étudie le critère d'élimination en fonction du nombre de nœuds et du nombre de modes total, mais on compare également ce critère d'élimination à celui de la méthode globale. Nous réalisons une étude sur le nombre de capteurs en sortie pour chacune des deux méthodes et le pourcentage de capteurs en commun.

a. Valeur d'élimination

Dans le cas de la méthode de KAMMER Mode Par Mode, nous nous intéressons de nouveau au critère d'élimination (noté VAL). On veut étudier son comportement en fonction du nombre de modes et du nombre de nœuds (*nombre de ddls = 3*nombre de nœuds*).

Nous avons procédé de la manière suivante :

- On donne en entrée, un critère d'élimination suffisamment important (>1 puisque la somme des coefficients vaut 1) pour que le nombre de capteurs minimal soit atteint (1 capteur).
- A un nombre de nœuds fixés, on a relevé, pour chaque mode, la plus grande valeur du VIE (vecteur d'indépendance effective de la méthode de KAMMER mode par mode correspondant à F_E) du seul capteur restant.

Les résultats graphiques de cette étude sont donnés ci après (cf. Figure 10).

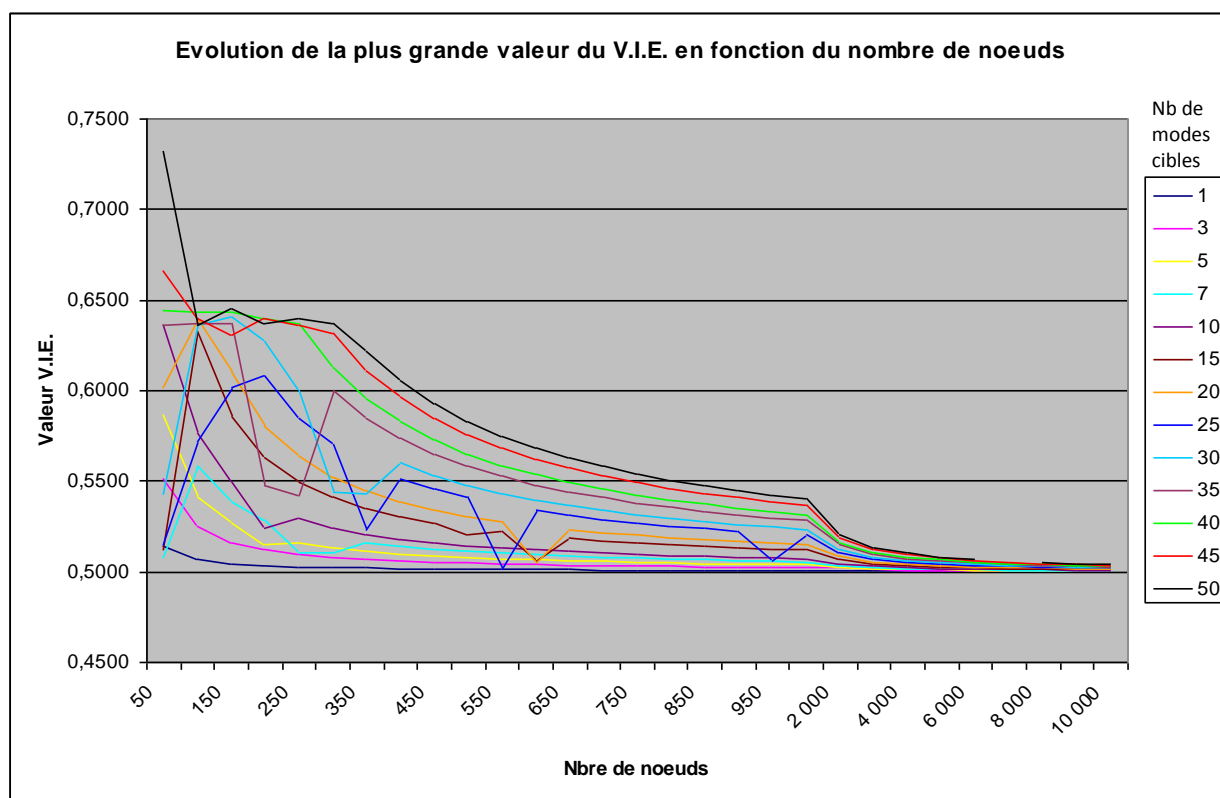


Figure 10 : Evolution de la plus grande valeur du VIE en fonction du nombre de nœuds et pour un nombre de modes total différent

Nous pouvons faire les remarques suivantes :

- On observe que VAL diminue en fonction du nombre de nœuds ;
- VAL semble tendre vers 0,5 quel que soit le nombre de nœuds ;
- La valeur 1 n'est jamais atteinte, quel que soit le nombre de nœuds, ou le nombre de mode ; en effet, le VIE n'est ici composé que d'un unique mode, aussi la somme des composantes de ce vecteur vaut toujours 1, comme précédemment annoncé, il est très peu probable qu'un seul ddl ne contribue seul au mode donné !

b. Comparaison avec la méthode globale

Nous rappelons que la méthode de KAMMER Globale s'appuie sur un critère d'élimination (noté CG) des emplacements, elle utilise pour cela une valeur seuil variant dans $[0,1]$.

La méthode de KAMMER Mode par Mode s'appuie aussi sur un critère d'élimination (noté CM) des emplacements. Je cherche à comparer le nombre de capteurs sélectionnés par cette méthode, avec celui donné par la méthode globale pour une même valeur seuil. Le but final est de déterminer "la fonction" f telle que $CM = f(CG)$ de sorte que le nombre de capteurs soit le même pour les deux méthodes.

On a tracé (cf. Figures 11 et 12) une comparaison de l'évolution du nombre de capteurs en fonction de la valeur d'élimination pour les deux méthodes. Nous pouvons dire que :

- Quel que soit le nombre de modes total, le nombre de capteurs sélectionnés par la méthode Globale (KG) est toujours plus important que celui de la méthode Mode Par Mode (KMPM).
- Le nombre de capteurs KG évolue beaucoup plus lentement en fonction de la valeur seuil que le nombre de capteurs KMPM. La différence du nombre de capteurs est d'autant plus importante que le nombre de modes est grand.
- D'après l'étude de sensibilité sur le critère d'élimination KG, nous savons qu'une valeur seuil cohérente est de l'ordre de 0,50 à 0,60 ; aussi, nous remarquons, d'après les graphiques (cf. Figures 13 à 17), que, pour avoir un nombre de capteurs équivalents pour les deux méthodes, la valeur seuil CM à renseigner est jusqu'à 5,5 fois plus petite que la valeur seuil CG ! (cf. Annexe I.7 et Figure 19).
- Ces figures semblent par ailleurs nous indiquer que le choix du critère seuil CM ne se trouve plus vraiment dans l'intervalle $[0,1]$ tout entier, mais plutôt dans $[0 ; a]$, où a appartient à $[0,20 ; 0,30]$; en effet, la valeur donnée pour un seuil de 0,95 dans le cas KG est souvent retrouvée pour une valeur seuil entre 0,20 et 0,30 dans le cas KMPM.

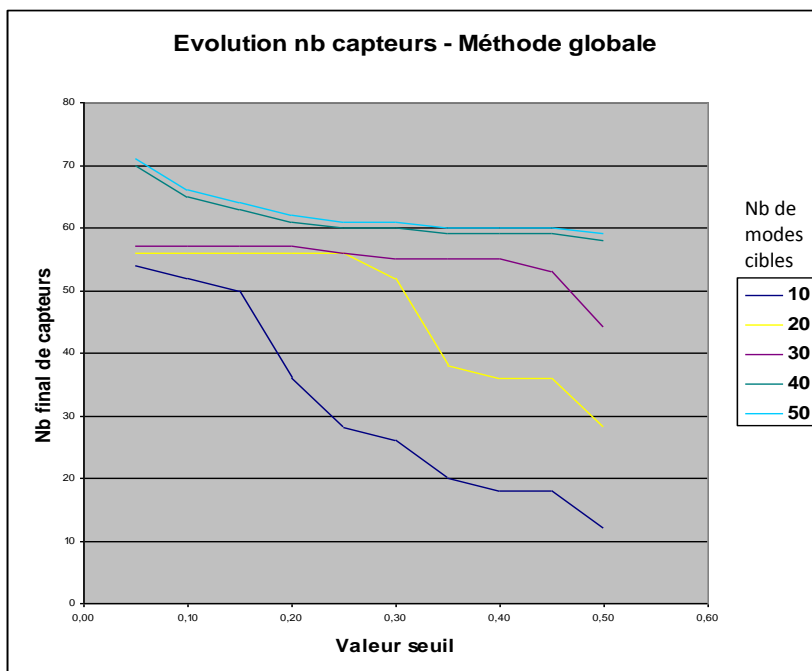


Figure 11 : Evolution du nombre de capteurs pour la méthode globale

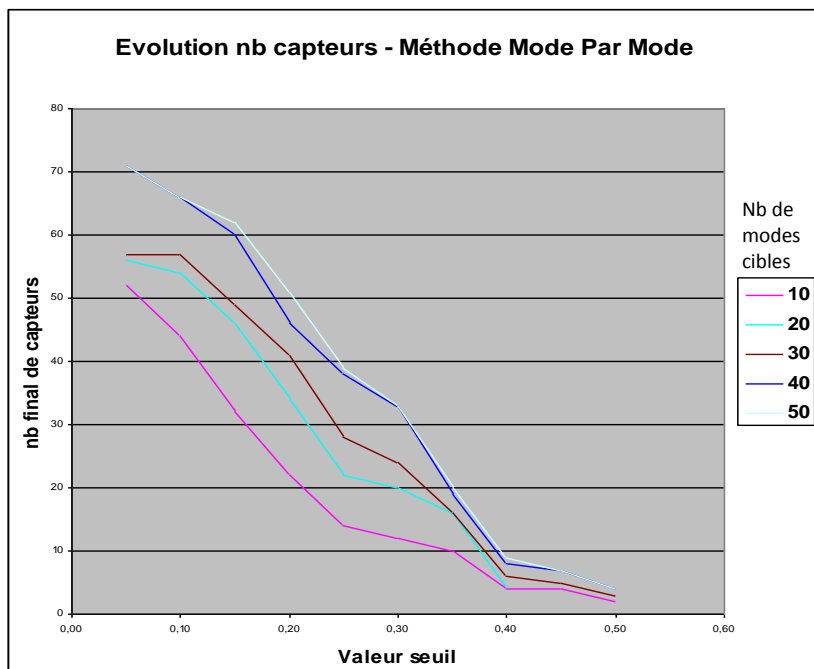
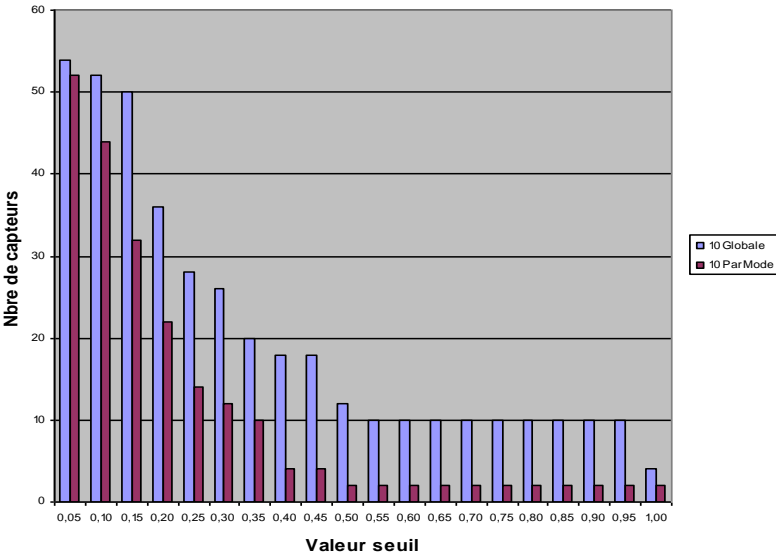
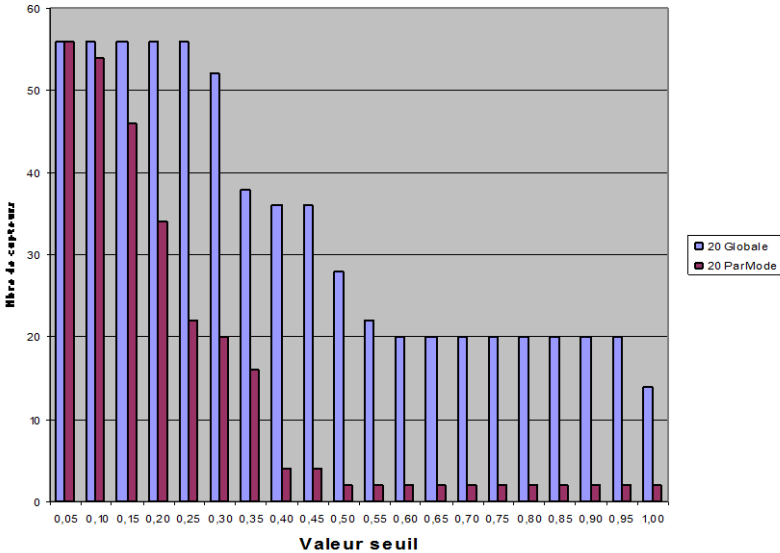


Figure 12 : Evolution du nombre de capteurs pour la méthode « Mode Par Mode »

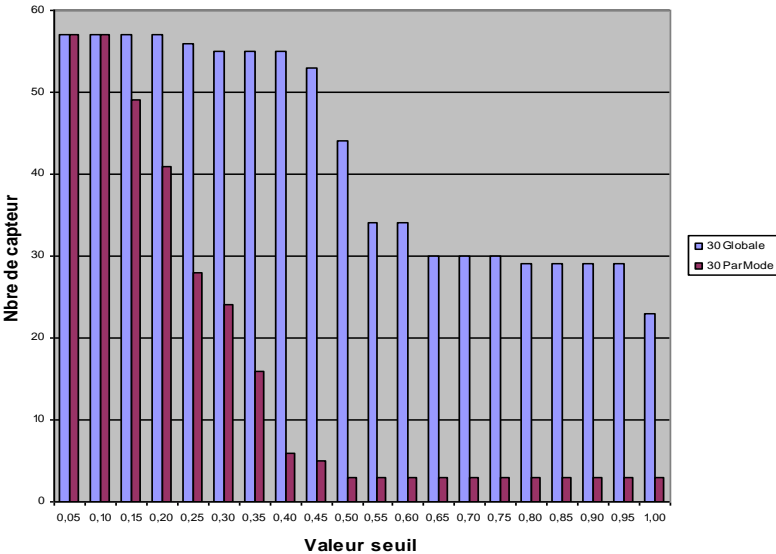
10 Modes - Evolution de nombre de capteurs



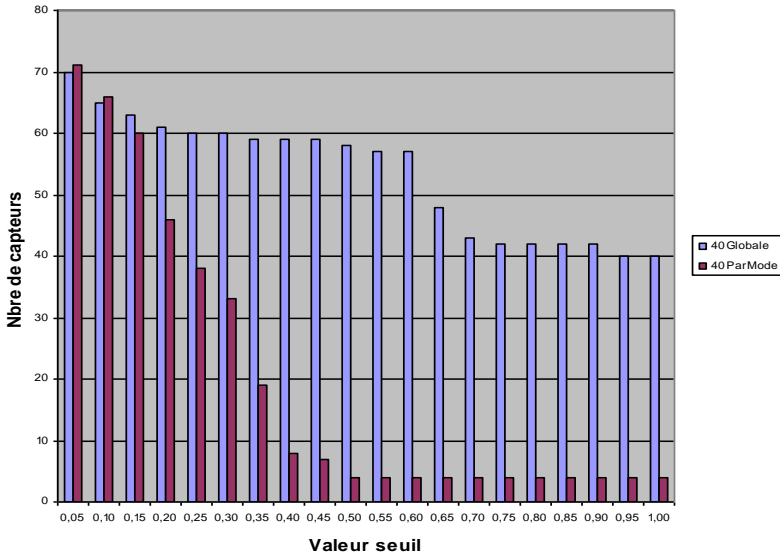
20 Modes - Evolution du nombre de capteurs

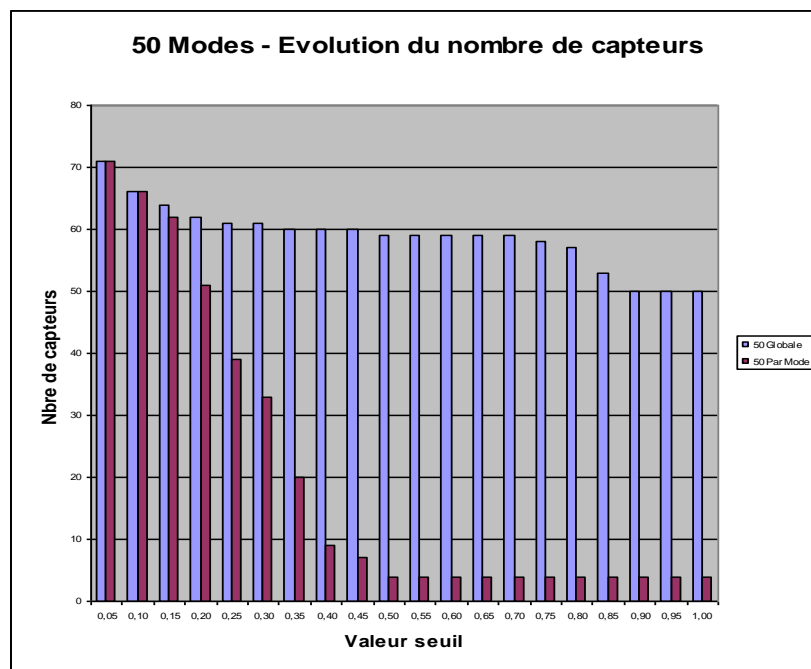


30 Modes - Evolution du nombre de capteurs

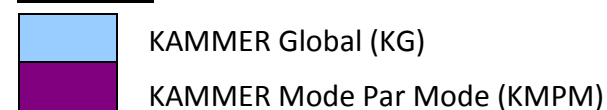


40 Modes - Evolution du nombre de capteurs





LEGENDE :



Figures 13 à 17 : Evolution du nombre de capteurs pour les deux méthodes

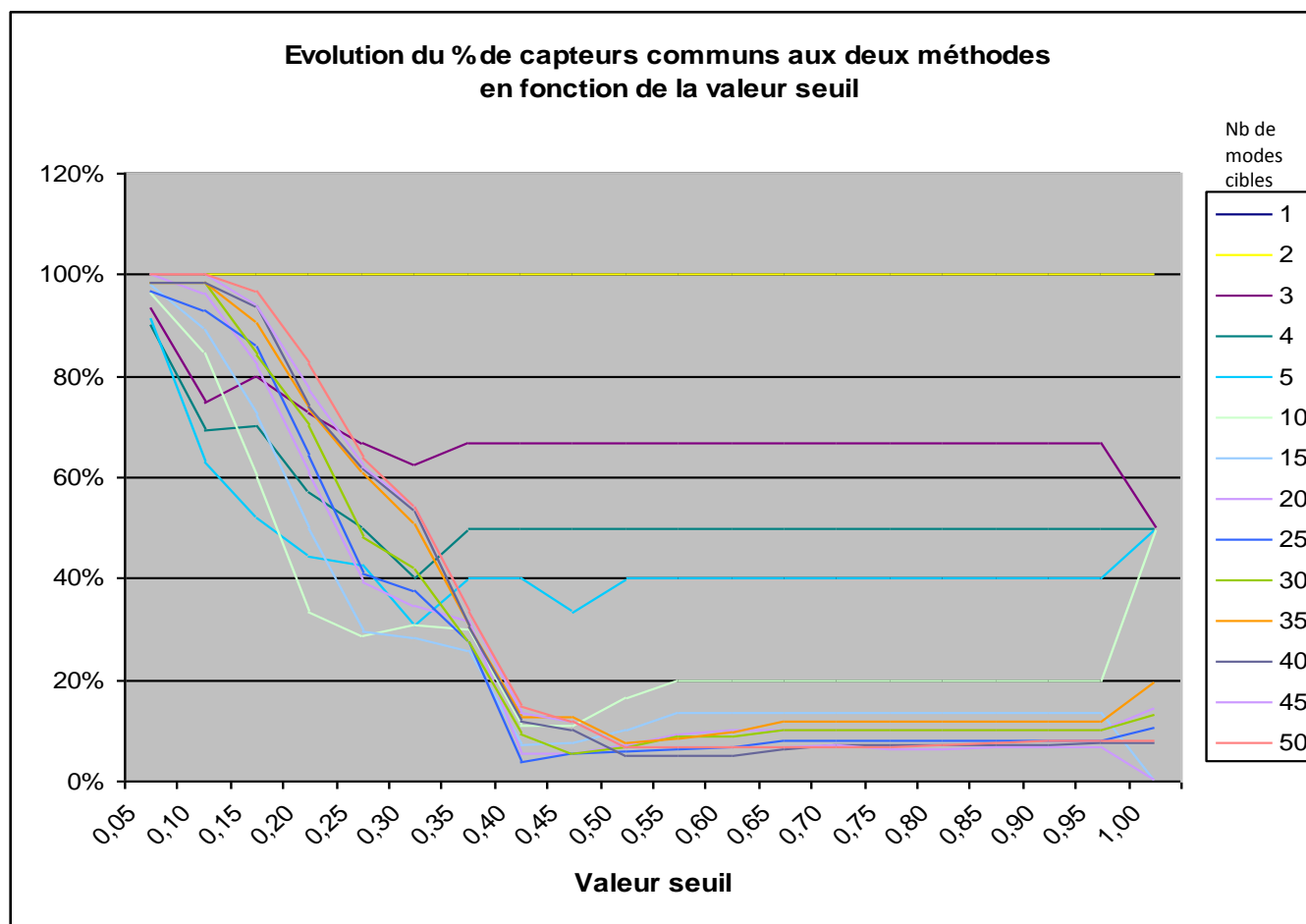


Figure 18 : Evolution du pourcentage de capteurs commun entre les deux méthodes
en fonction de la valeur seuil et du nombre de modes total

Le Tableau 7 (Annexe I.7) et la Figure 18 récapitulent en termes de pourcentages, le nombre de capteurs communs aux deux méthodes pour un seuil et un nombre total de modes fixés. Le pourcentage de capteurs communs décroît très vite vers de faibles valeurs : pour une valeur seuil supérieure à 0.40, il ne nous reste pratiquement plus que 10 % de capteurs communs. Cela s'explique par la chute brutale du nombre de capteurs donné par KMPM (comparé à celui donné par KG). Il semble donc "inutile" d'avoir une valeur seuil supérieure à environ 0,40 dans le cas KMPM pour un nombre de modes important.

Enfin, afin d'étudier l'évolution du nombre de capteurs sélectionnés en fonction du nombre total de modes, nous avons calculé la vitesse de diminution du nombre de capteurs sélectionnés pour chacune des deux méthodes (calcul des pentes sur l'intervalle [0,05 ; 0,5]). La diminution du nombre de capteurs sélectionnés en fonction de la valeur seuil est très importante dans le cas de la méthode KMPM.

Pour comparer les diminutions des deux méthodes, nous avons établi le rapport de la première vitesse sur la deuxième (cf. Figure 19) :

$$\frac{PenteParMode}{PenteGlobale}$$

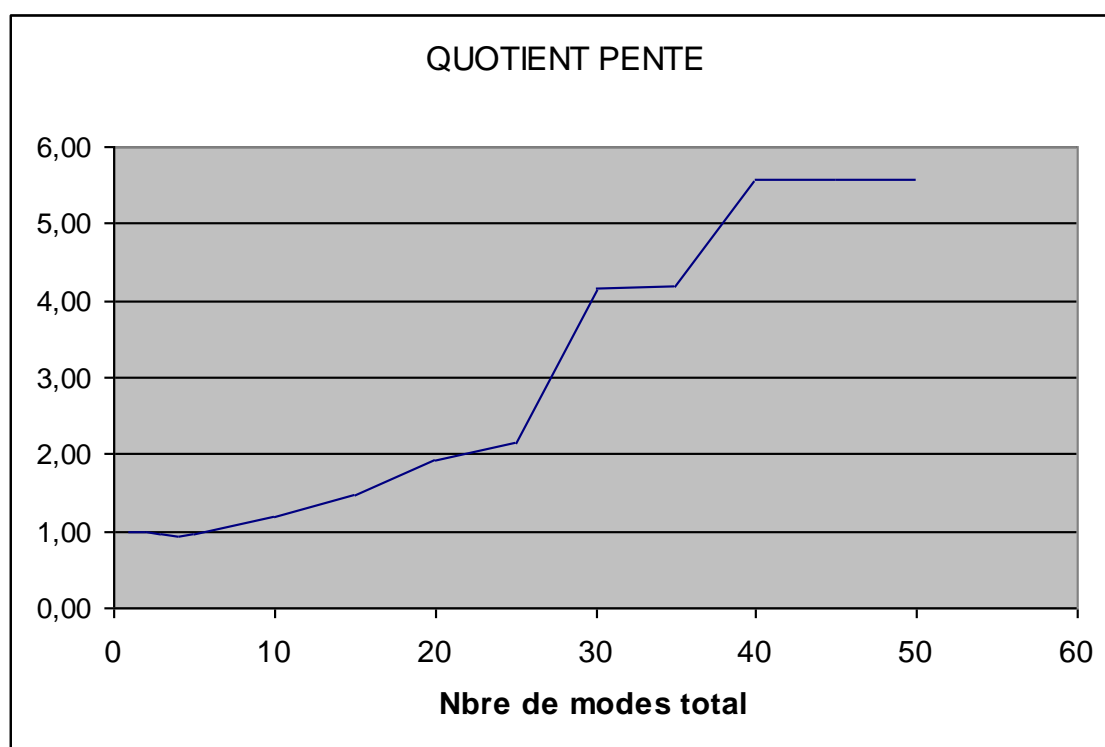


Figure 19 : Evolution du rapport entre les vitesses des deux méthodes en fonction du nombre de modes total

On peut alors voir sur la figure que ce rapport (qui peut, en un sens, être interprété comme un coefficient de recalage de la valeur seuil) augmente largement avec le nombre total de modes. Cela entraîne que, pour une valeur seuil fixée à 0,5 pour la méthode KG, la valeur seuil pour la méthode KMPM diminuera avec le nombre total de modes.

Les résultats après recalage de la valeur seuil sont fournis au Tableau 4.

On a fixé la valeur seuil à 0,5 pour la méthode KG. On a ensuite déterminé le seuil de la méthode KMPM grâce aux coefficients de recalage donnés précédemment.

- Le tableau nous montre que la modification de la valeur seuil par recalage n'est pas si mauvaise. Le nombre total de capteurs sélectionnés par les deux méthodes est plus proche après recalage qu'auparavant.
- De même, le pourcentage de capteurs communs évolue très favorablement. Nous pouvons cependant noter, que cette évolution est satisfaisante pour un nombre de modes relativement important. L'hypothèse précédemment faite sur une vitesse évoluant linéairement (calcul des pentes) est donc à améliorer.

e. Synthèse des résultats

On a cherché, à travers l'étude d'un système mécanique simple, à évaluer et à valider la méthode de l'indépendance effective en tant que méthode d'optimisation de plan de mesures.

Il ressort principalement de cette étude que :

- L'algorithme est simple à mettre en œuvre et est capable de traiter tout type de géométrie.
- Les déformées modales, c'est-à-dire les variables d'intérêts, constituent la base de cette méthode.
- Les critères de sélection des emplacements potentiels ont un réel sens physique : évaluation de la contribution d'un ddl sur l'ensemble des modes cibles.
- Le placement de capteurs s'effectue de façon globale ; cependant, il est possible de réaliser un placement de capteurs mode à mode.
- Le critère d'élimination est un paramètre important : le choix de sa valeur détermine absolument le nombre de capteurs minimal obtenu en sortie de l'algorithme. Comme aucune loi mathématique ne semble lier ce critère aux facteurs importants (nombre de modes, nombre de capteurs), il paraît naturel de réaliser une étude de sensibilité sur ce critère, et ce, pour chaque système mécanique.

LEGENDE :

	Capteurs communs avant recalage
	Capteurs communs après recalage
	Capteurs sélectionnés KAMMER Global (KG)
	Capteurs sélectionnés KAMMER Mode Par Mode (KMPPM)

REALISATION AVEC COEF RECALAGE	NOMBRE DE MODES TOTAL									
	1	2	3	4	5	10	15	20	25	
NB TOTAL AV	1	2	3	4	5	12	20	28	33	2
NB TOTAL APS	1	2	3	4	5	12	20	28	33	2
NB COMMUN AV	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
EN %	100%	100%	67%	50%	40%	17%	10%	7%	6%	
NB COMMUN APS	1	2	2	2	2	2	6	12	22	
EN %	100%	100%	67%	50%	40%	17%	30%	43%	67%	

REALISATION AVEC COEF RECALAGE	NOMBRE DE MODES TOTAL					
	25	30	35	40	45	50
NB TOTAL AV	33	44	54	58	59	59
NB TOTAL APS	33	44	54	58	59	59
NB COMMUN AV	2	3	4	3	4	4
EN %	6%	7%	7%	5%	7%	7%
NB COMMUN APS	22	44	54	58	59	59
EN %	67%	77%	83%	87%	88%	88%

Tableau 4 : Nombre de capteurs communs sélectionnés
pour les deux méthodes après recalage

5. CONCLUSION

L'objectif principal était de déterminer, à partir des données mathématiques et dynamiques, le nombre de capteurs minimal et leur emplacement optimal respectif sur la maquette poutre afin d'avoir la meilleure identification modale possible lors des essais.

A ce stade, une partie des objectifs initiaux est atteinte : nous disposons d'une méthode de construction de plan de mesures. Mais le plan de mesures fourni est-il optimal ? Sans essais dynamiques pour valider celui-ci, il nous est actuellement impossible de savoir si cette méthode permet, in fine, d'accroître la qualité de l'identification modale.

C'est pourquoi, suite à cette étude, j'appliquerai cet algorithme au modèle d'A5E/CA, et je comparerai les résultats de placements de capteurs obtenus par la méthode de KAMMER avec ceux qui avaient été réalisés lors des essais MD A5E/CA de 2001. Ultérieurement, l'application du critère de MAC (traitant de la corrélation entre les modes théoriques et les modes d'essais) permettra également d'évaluer le plan de mesure. En cas de bons résultats, nous pourrions alors dire que l'objectif initial est atteint.

IV. MISSIONS DURANT LE STAGE : 2^{ème} PARTIE, APPLICATION

1. INTRODUCTION

Comme précédemment expliqué, les essais MD contribuent à la qualification d'un nouveau lanceur. Le lanceur A5ME, encore en développement, abordera sa phase d'essais MD dans les prochaines années. Il est donc important d'obtenir, d'ici là, une configuration de plan de mesures optimale et acceptable pour la partie haute de ce lanceur.

Jusqu'à aujourd'hui, les plans de mesures ont été réalisés par retour d'expérience et sens de l'ingénieur, et un grand nombre de capteurs était utilisé pour la caractérisation des modes propres de la structure en essais (pour avoir un ordre d'idée, les ingénieurs avaient placé 360 capteurs sur A5ESC-A pour l'identification de 27 modes cibles, lors des essais MD de 2001). Aujourd'hui, le service ne dispose d'aucun outil spécifique dédié à la préparation des essais MD. L'utilité d'une méthode d'optimisation de placement de capteurs est donc réelle.

Pendant les essais, les ingénieurs tentent de reconstituer au mieux les conditions de vol théoriques du lanceur : températures, pressions, vibrations... Cependant ces conditions ne peuvent pas toujours être exactes. Par exemple, pour des conditions de sécurité lors des essais et afin d'éviter d'endommager les réservoirs, ces derniers ne sont pas remplis avec les combustibles (LOX et LH₂), ils peuvent être soit à vide, soit remplis avec de l'eau. La pression dans les réservoirs est également plus faible que lors du vol. Nous pouvons aussi penser aux conditions aux limites que l'on applique pendant les essais. De part la grande taille d'un lanceur, il est impossible de pratiquer les essais sur la structure entière. Les essais sont réalisés sur la partie haute, les conditions aux limites sont donc légèrement différentes des conditions de vol. Afin de représenter au mieux la réalité (cf. Figure 1), plusieurs configurations sont étudiées lors des essais : la première est de type « encastré-libre » pour correspondre à la phase de vol EAP, EPC (la partie inférieure du composite supérieur est physiquement rattachée au composite inférieur, il y a donc un déplacement nul de l'interface imposé), et la deuxième est de type « libre-libre » pour correspondre à la phase de vol U/S (aucun déplacement et aucune contrainte n'est imposé à la structure).

Les essais sont vraiment importants car ils permettent de montrer que les modèles numériques développés sont bons. L'erreur est inévitable car ces essais n'interviennent que très tardivement et il est presque impossible de faire marche arrière dans le développement du lanceur.

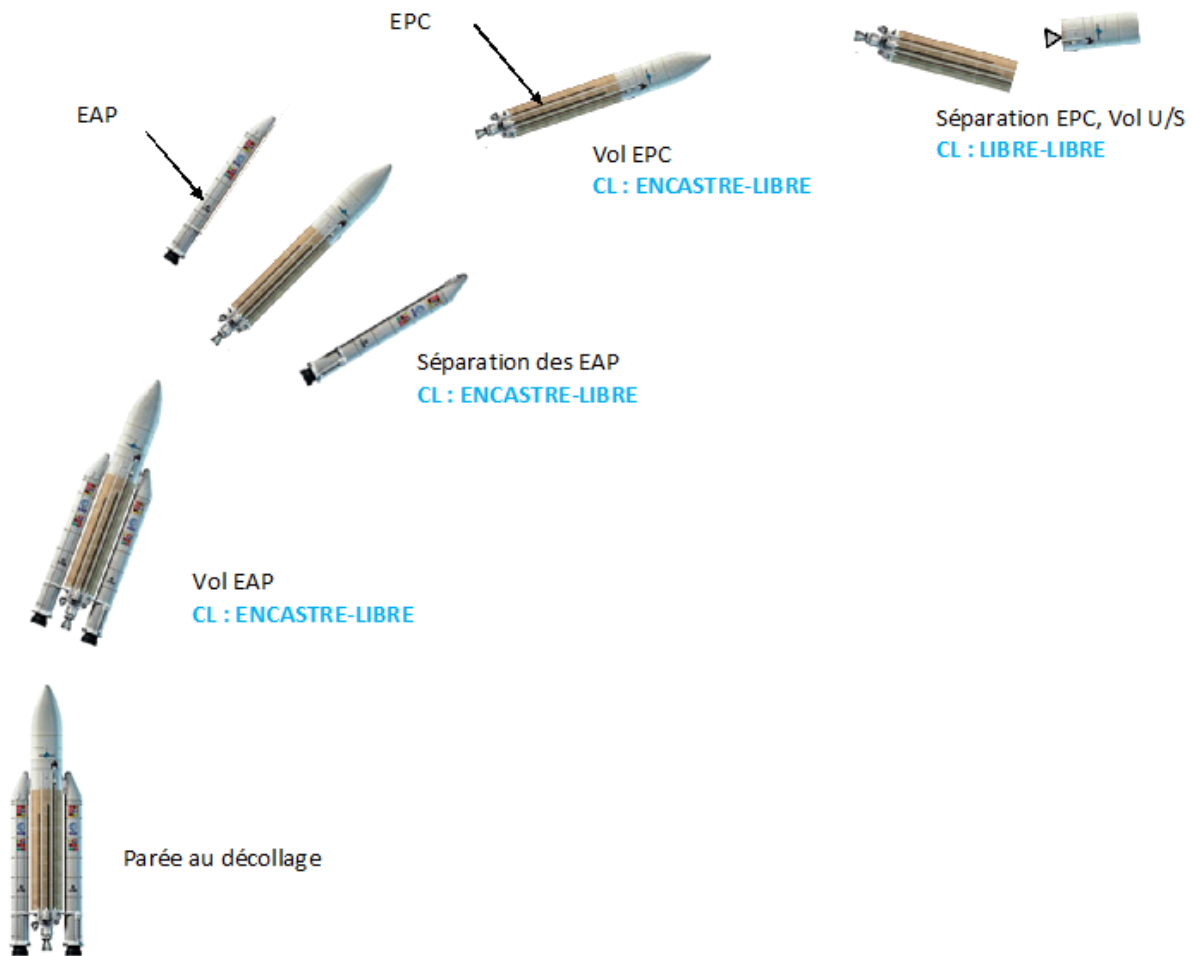
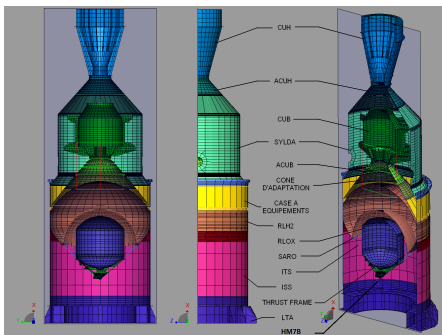


Figure 20 : Phases de vol

Nous avons alors mis en place l'algorithme d'optimisation de plan de mesures précédemment décrit sur la partie haute d'A5E/CA.

Cette maquette est composée de plusieurs sous-structures (cf Annexes II.4) que sont :



- la CUH : 1^{er} satellite à mettre en orbite ;
- la CUB : 2^{ème} satellite à mettre en orbite ;
- le SYLDA : structure permettant de charger le lanceur avec 2 CU. C'est un système qui permet l'empilement sécurisé des deux CU ;
- les adaptateurs (ACUH et Cône) : socles pour les CU ;
- les réservoirs ;
- le SARO : système d'amortissements du réservoir d'oxygène ;

- la case à équipement ;
- le moteur HM7B ;
- l'ITS : renfort entre les deux réservoirs ;
- l'ISS : cylindre qui entoure les partie réservoirs et moteur HM7B ;
- et enfin le LTA : adaptateur entre la partie haute et la partie basse du lanceur.

Avant de commencer notre étude, quelques prétraitements ont été nécessaires.

2. PRE-TRAITEMENT : SELECTION DES MODES CIBLES

La configuration numérique d'essais d'A5ESC-A utilisée pour l'application de la MIE est légèrement différente de celle des essais MD de 2001 (poids de chargement des réservoirs, pressurisation des réservoirs). Aussi, afin d'identifier de nouveau les modes cibles qui avaient été définis pour les essais de 2001, on a comparé les modes obtenus en sortie du programme PERMAS v13 pour A5ESC-A (modèle 2012), à ceux qui avaient été identifiés pour A5E/CA (modèle 2001).

Nous avons effectué une comparaison visuelle et par énergie de déformation. Grâce à cette comparaison, nous avons obtenu les numéros des modes cibles et leur fréquence respective. On a identifié 25 modes cibles (cf. Annexe II.1) :

Type de mode	Numéros des modes	Priorité d'identification
Mode latéral CUH sur SYLDA	n°1, n°2	1
Mode latéral CUB sur Cône	n°3, n°4	1
Mode de pendulation HM7B	n°6	1
Mode latéral du RLOX	n°7	1
Mode latéral du RLOX couplé avec CU	n 9, n°17, n°18	1
Mode longitudinal du RLOX couplé avec CUH	n°10	1
Mode de cisaillement SYLDA	n°11, n°12	1
Mode longitudinal CUH sur SYLDA	n°15,	1
Mode longitudinal CUB	n°19	1
Mode d'ovalisation du RLOX	n°21	2
Mode de CASE	n°44	1
Mode de fond RLOX	n°47, n°65	1
Modes locaux de RLOX	n°49, n°82, n°102, n°161, n°176, n°182, n°204	2

Remarque : les deux configurations étant quelque peu différentes, il a été difficile de retrouver exactement les mêmes modes à identifier, les modes cibles fournis en Annexe II.1 sont les modes les plus ressemblants possibles à ceux de 2001.

Le plan de mesures A5E/CA de 2001 nous sert d'outil de comparaison. Environ 360 capteurs avaient été placés sur la partie haute du lanceur lors de ces essais MD : principalement des accéléromètres triaxiaux (3 capteurs), 4 à chacune des interfaces entre les sous-structures, aux angles 0°, 90°, 180° et 270°, mais également à des hauteurs milieux des sous-structures (4 accéléromètres par plans également), et sur des nœuds importants tels que les fonds des réservoirs, les boîtes SRI (ordinateurs de bord)... (cf. Annexe II.2).

3. OPTIMISATION GLOBALE DU PLAN DE MESURE

Les modes cibles ayant été identifiés, l'optimisation de plan de mesure peut débuter. La première étape consiste simplement en l'étude du critère d'élimination.

a. Critère d'élimination

Avant d'analyser où l'algorithme plaçait les capteurs, nous avons commencé par étudier les nombres de capteurs obtenus en fonction de la valeur seuil pour un nombre de modes cibles différents (cf. Figure 21).

De même que dans le cas « poutre », on constate qu'il y a diminution du nombre de capteurs restants en fonction de la valeur seuil, et que, plus le nombre de modes est grand, plus il y a de capteurs.

Contrairement au cas de la poutre, il n'y a pas de valeur seuil flagrante qui permettrait de qualifier l'élimination d'un emplacement potentiel. Quelle valeur seuil peut-on alors choisir ?

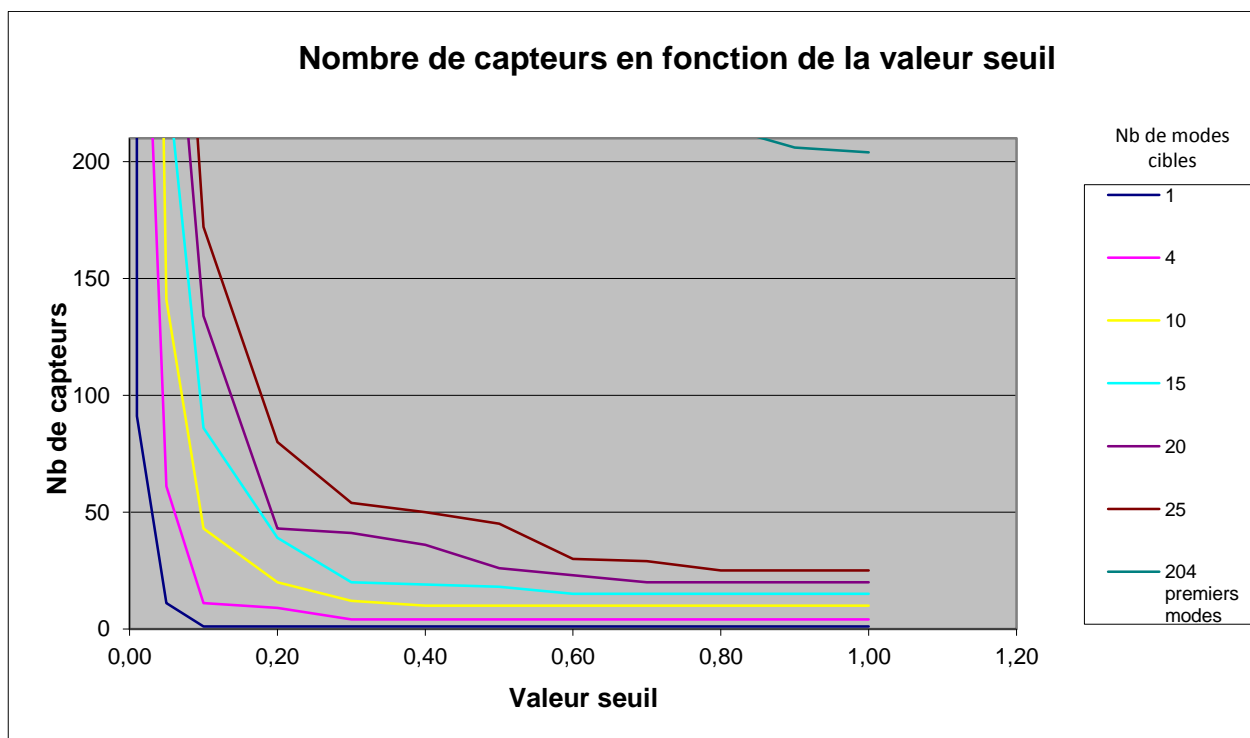


Figure 21 : nombre de capteurs en fonction de la valeur seuil et du nombre de modes

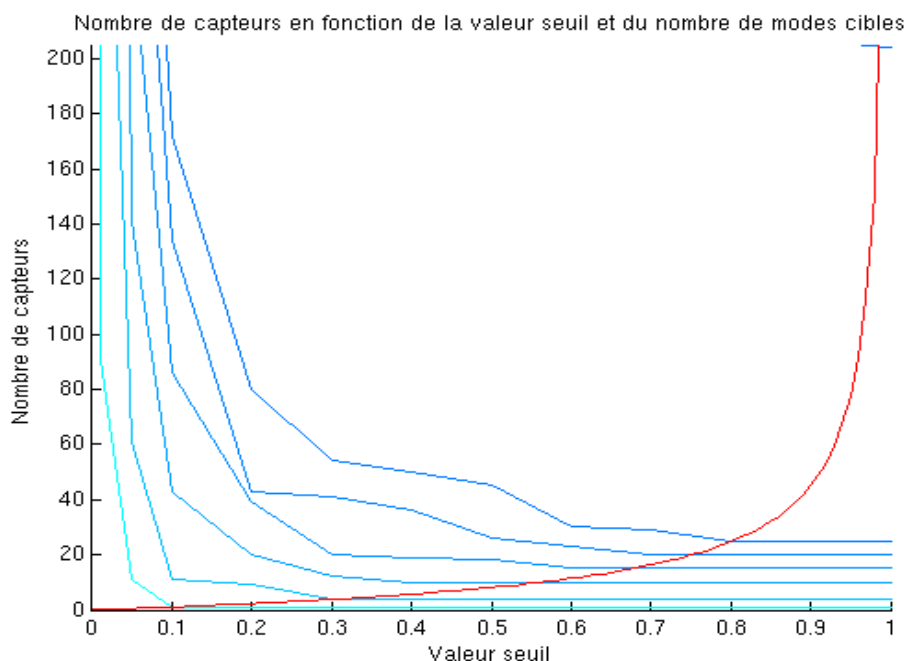


Figure 22 : Nombre de capteurs + Valeur seuil pour nombre de capteurs minimum atteint

Sur cette figure (Figure 22), on a retracé en bleu les courbes d'évolution de capteurs précédentes. On y a aussi ajouté la courbe rouge qui indique pour quelle valeur seuil, le nombre de capteurs

minimum est atteint (égal au nombre de mode). Nous pouvons obtenir cette courbe grâce à la méthode des moindres carrés. L'indication de cette courbe est précieuse car elle nous permet de savoir, pour un nombre de mode cibles donné, à partir de quelle valeur, le nombre minimal de capteurs est atteint. Nous pourrions remarquer que cette valeur est nécessairement inférieure à 1.

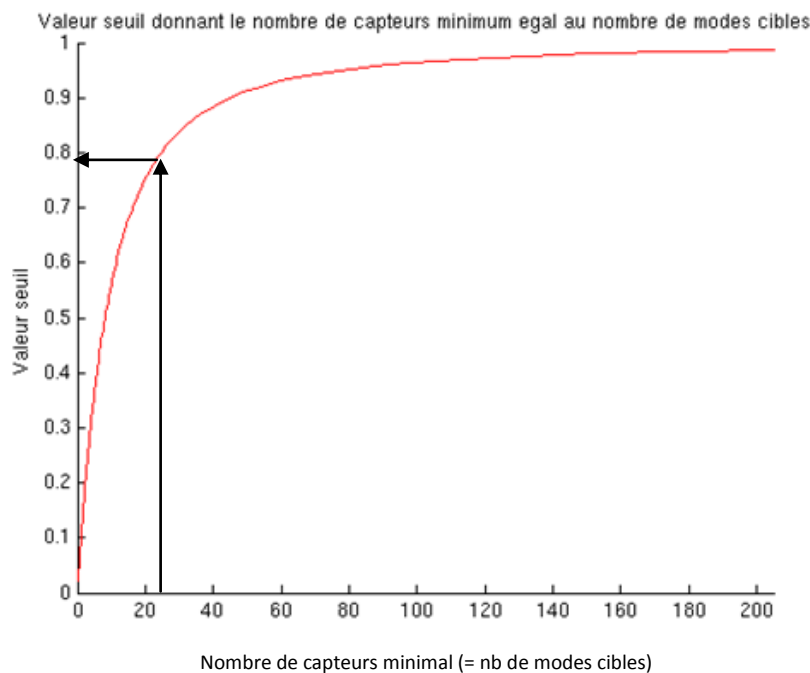


Figure 23 : Valeur seuil à partir de laquelle le nombre de capteurs minimum est atteint

D'après cette courbe (Figure 23), on sait alors que si on veut plus de 25 capteurs (cas de 25 modes cibles), il faut choisir une valeur seuil inférieure à 0,78.

Sans étude de sensibilité sur ce paramètre important de l'algorithme, nous ne disposons d'aucune information quant au choix de cette valeur. De plus, aucun papier pouvant nous orienter ce choix n'est paru à l'heure actuelle. L'étude de sensibilité semble donc, à ce stade, une étape obligatoire de l'optimisation de plan de mesures par la MIE.

Ayant fait une étude de sensibilité sur le nombre de capteurs en sortie de l'algorithme, on dispose d'un ordre d'idée du nombre de capteurs en sortie de l'algorithme. La valeur seuil de 0,1 permettra ainsi d'obtenir un nombre de capteurs de l'ordre de 150. Disposant également du plan de mesures d'A5E/CA à 360 capteurs, nous avons fait deux choix de simulation :

- 1^{er} choix :
 - Valeur seuil = 0,1
 - Nombre de capteurs minimal = 25

- 2^{ème} choix :
 - Valeur seuil = 0,1
 - Nombre de capteurs minimal = 360

Le premier choix permet de donner un plan de mesures avec un nombre de capteurs moindres cohérent du nombre de modes cibles. Le deuxième choix permet d'obtenir un plan de mesures avec 360 capteurs au minimum pour pouvoir le comparer à celui de A5E/CA, sans présager de leur positionnement final.

b. Aucune réduction des emplacements potentiels

Pour la première simulation, aucune réduction d'emplacement potentiel n'a été faite. Tous les ddls du maillage sont susceptibles d'être des emplacements de capteurs (cf. Figure 24). Nous avons donc initialement 124 611 ddls. Les résultats des simulations sont fournis ci après (cf. Figures 25 & 26).

On observe que :

1 ^{er} choix	2 ^{ème} choix
<ul style="list-style-type: none"> • Le nombre de capteurs atteint est de 172 (et 163 nœuds) ; • Il n'y a aucun capteur sur la partie extérieure étudiée ; • Nous avons une importante concentration de capteurs sur les parties moteur, le réservoir LOX et le TF ; • Proximité des capteurs 	<ul style="list-style-type: none"> • Le nombre de capteurs atteint est de 360 (et 342 nœuds) ; • Il n'y a aucun capteur sur l'extérieur de la structure étudiée, même si le nombre de capteurs est presque 2 fois plus important que le premier choix ; • La concentration des capteurs est importante sur les charges utiles, les parties moteur et le réservoir LOX ; • Proximité des capteurs.

Un nœud sélectionné a en moyenne gardé $172/163 = 1.055$ ddls sur les trois initiaux dans le premier cas et $360/342 = 1.052$ dans le deuxième cas. Chaque nœud sélectionné mesure donc en moyenne une seule direction.

Les directions sélectionnées sont dans les proportions suivantes :

- Choix 1 : 40 % selon x, 35 % selon y, 25 % selon z.
- Choix 2 : 30 % selon x, 39 % selon y, 31 % selon z.

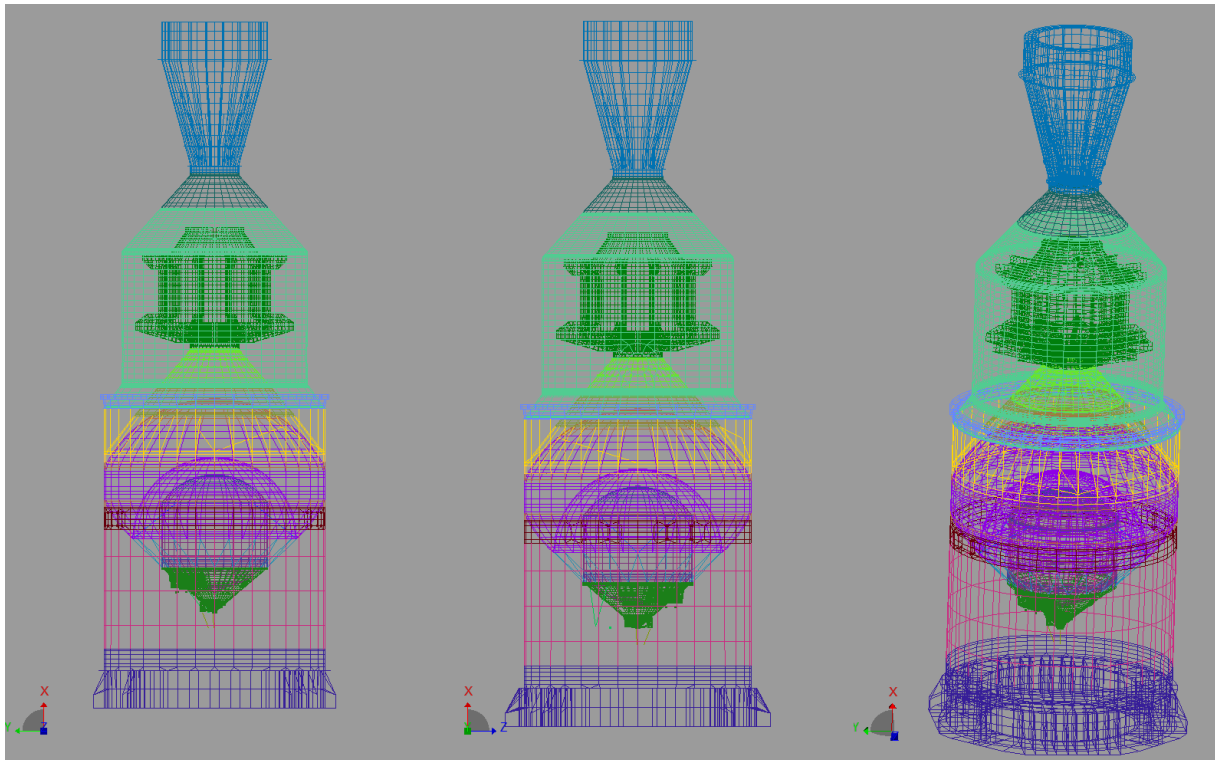


Figure 24 : tous les emplacements potentiels

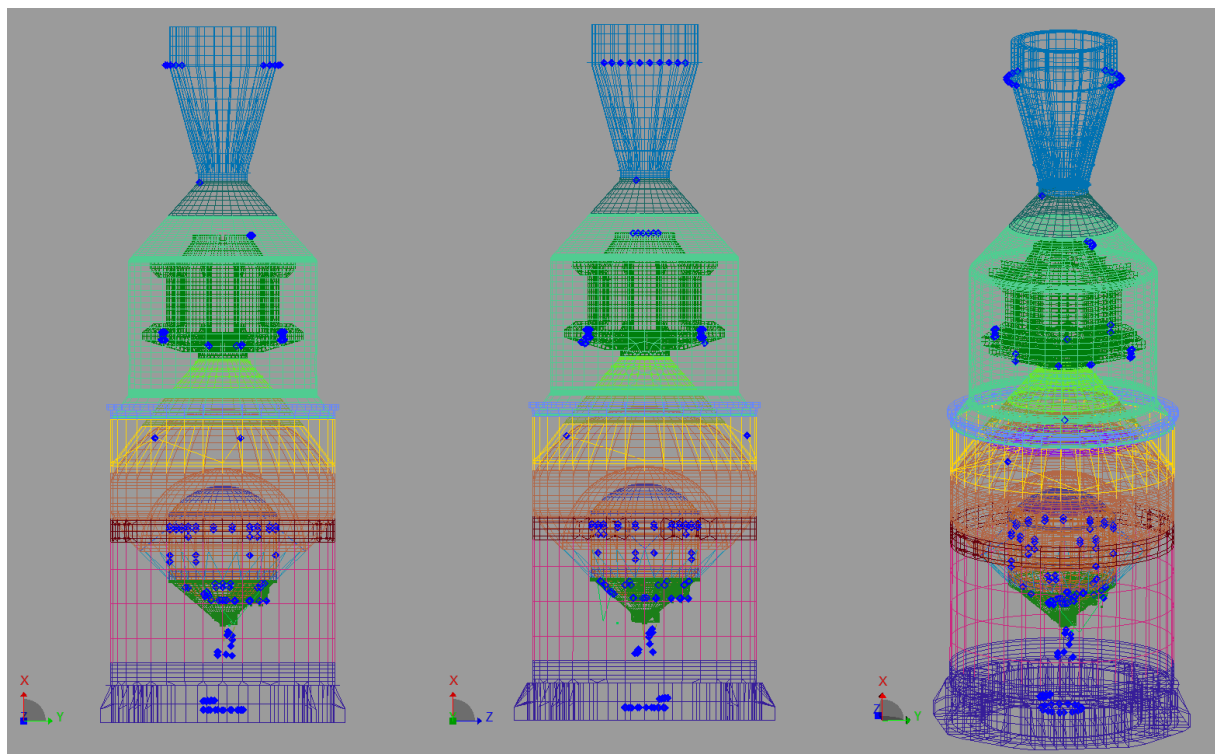


Figure25 : solution de la MIE « Globale », choix 1

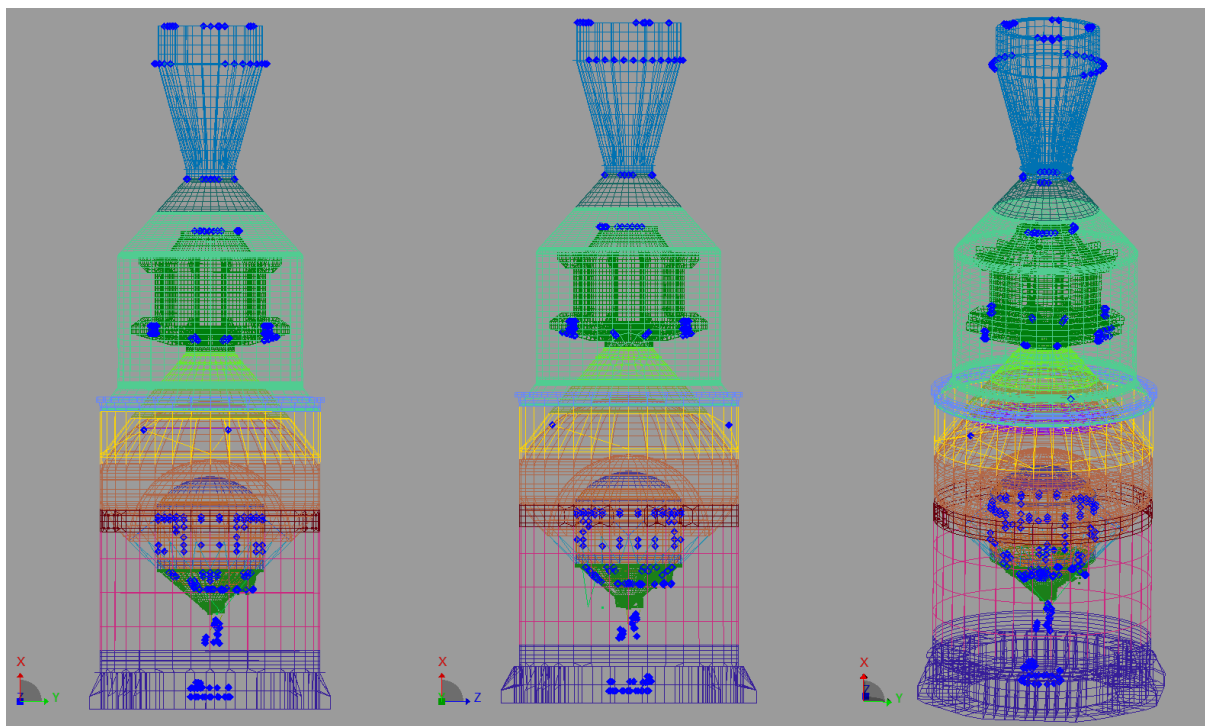


Figure 26 : solution de la MIE « Globale », choix 2

La concentration importante de capteurs sur le RLOX peut notamment s'expliquer par le nombre importants de modes cibles locaux du RLOX. On retrouve ici également un positionnement logique de capteurs quant aux modes de CU, de CASE, et de pendulation du HM7B.

c. Réductions des emplacements

Afin d'éviter la concentration des capteurs (en essais, il n'est pas possible de positionner deux capteurs très proches l'un de l'autre), on a effectué une réduction successive des emplacements potentiels de départ.

**) Première réduction : 2391 locations initiales*

Puisqu'il y avait une grande concentration des capteurs sur la tuyère du moteur, on a seulement conservé le nœud faisant l'interface entre les parties HM7B et tuyère (cf. Figure 27). On a également réduit les autres emplacements à des plans par hauteurs : aux interfaces entre sous-structures et aux hauteurs milieux des différentes grandes sous-structures ; on a par ailleurs conservé les nœuds isolés importants tels que les fonds des réservoirs (cf. Figure 27). Une telle réduction est possible car on ne cherche qu'à identifier des modes globaux.

Nous disposons initialement de 2391 emplacements potentiels. Les résultats obtenus à la suite de l'optimisation sont les suivants :

1 ^{er} choix	2 ^{ème} choix
<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 147 (et 113 nœuds) ; Des capteurs ont été sélectionnés sur l'extérieur de la structure au niveau de l'ISS et du SYLDA ; Nous avons toujours une forte concentration des capteurs proche du réservoir LOX, plus précisément à l'interface RLOX/TF ; Les capteurs sont concentrés sur les interfaces « hautes » des deux charges utiles. Quelques-uns apparaissent sur l'interface inférieure ; Les deux fonds de réservoir LOX ont été conservés ; Quelques capteurs apparaissent sur la CASE. 	<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 360 (et 239 nœuds) ; Le constat est identique au premier choix, avec une concentration de capteurs beaucoup plus importante sur les charges utiles.

Dans le premier choix, un nœud sélectionné aura donc gardé, en moyenne,

$$\frac{147 \text{ ddls sélectionnés}}{113 \text{ nœuds sélectionnés}} = 1.30$$

1,30 ddls. Pour le deuxième choix, le nombre de ddls moyen par nœud sélectionné est de : $360/239 = 1,50$ ddls.

Les directions ont été sélectionnées dans les proportions suivantes :

- Choix 1 : 38 % selon x, 35 % selon y, 27 % selon z.
- Choix 2 : 25 % selon x, 39 % selon y, 36 % selon z.

Comparé à la première simulation (sans réduction), la proportion de capteurs dans chaque direction reste du même ordre de grandeur. La réduction des emplacements potentiels de départ n'a donc pas fondamentalement changée les résultats.

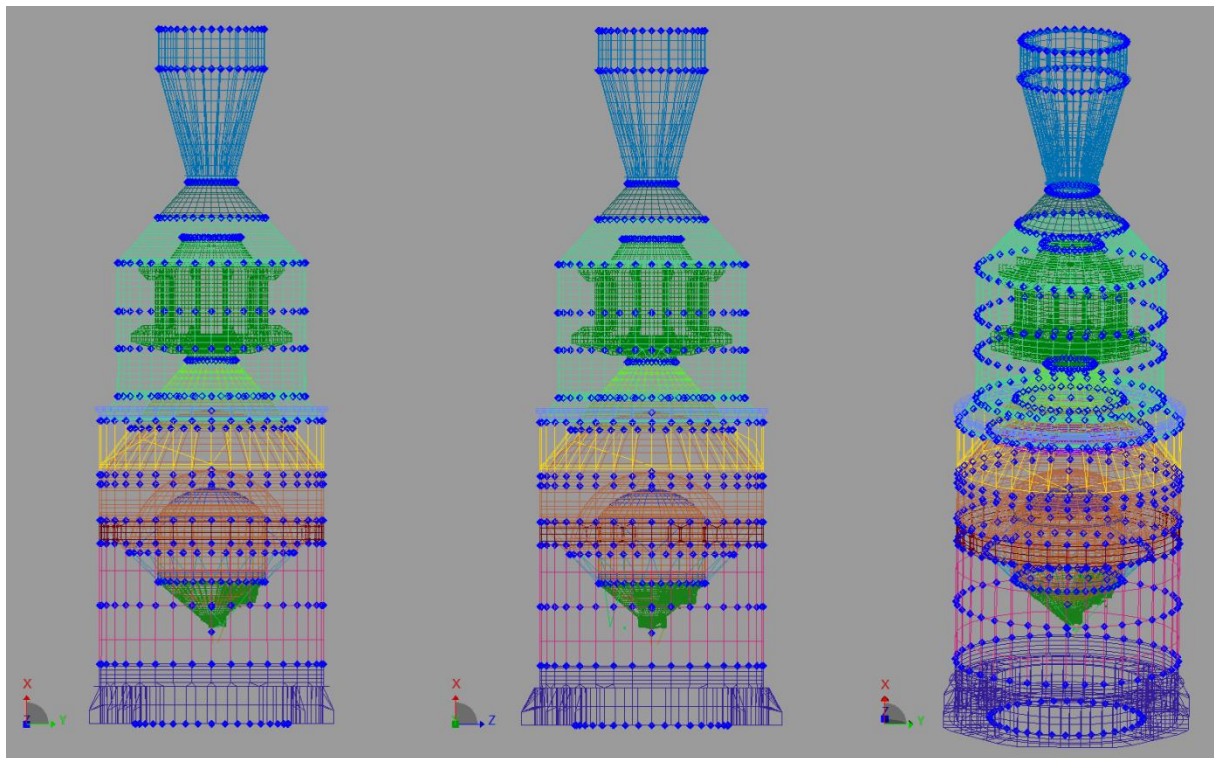


Figure 27 : tous les 2391 emplacements potentiels

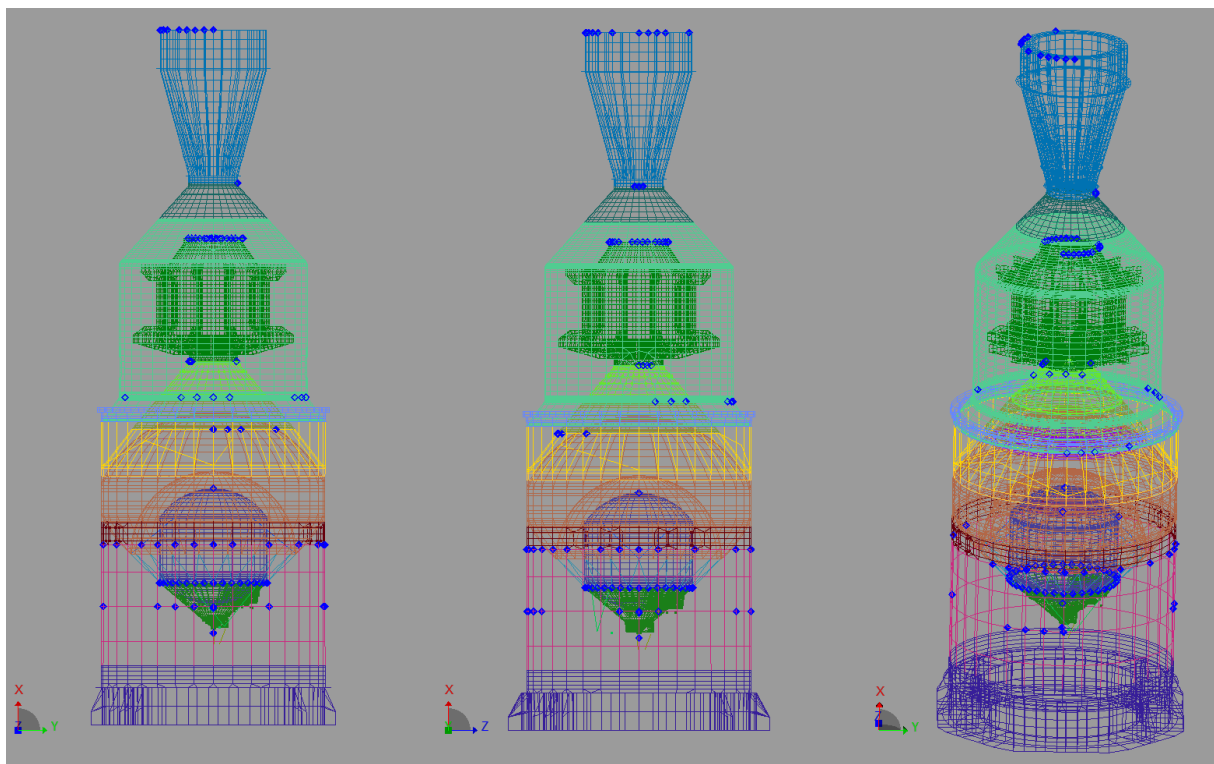


Figure 28 : solution de la MIE « Globale », choix 1

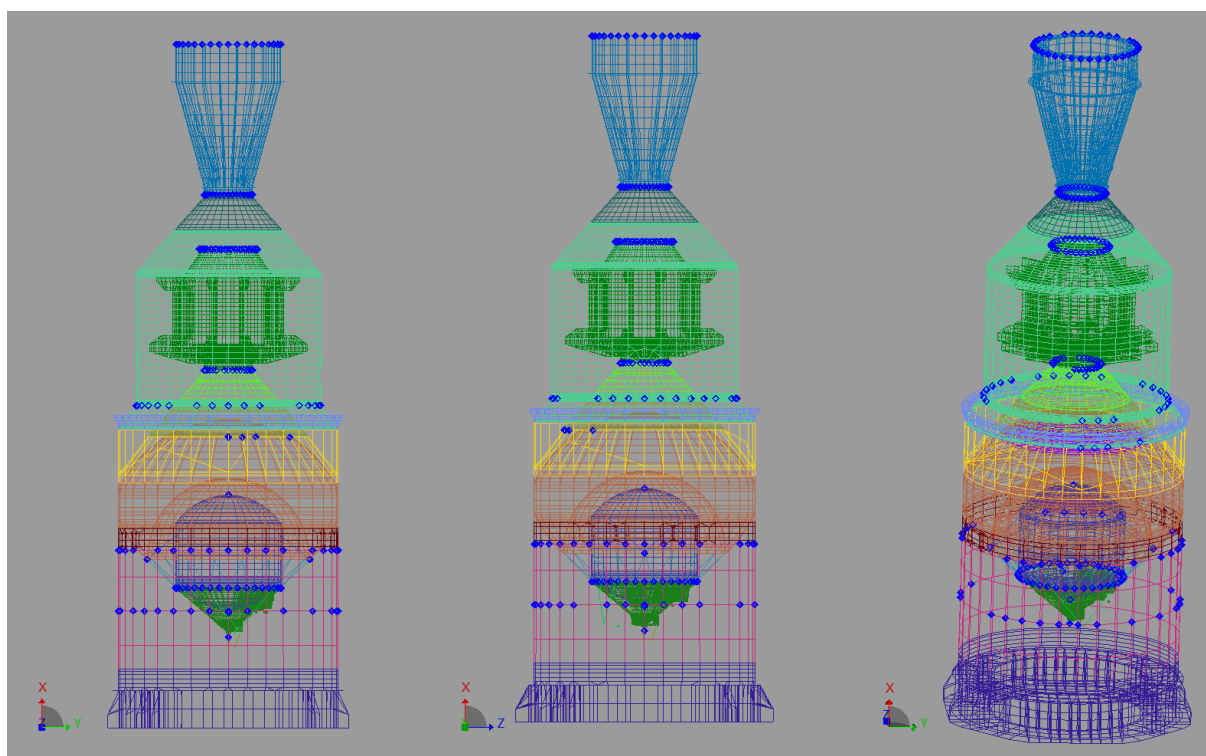


Figure 29 : solution de la MIE « Globale », choix 2

****)** *Deuxième réduction : 1659 locations initiales*

La simulation précédente nous montre que, compte tenu de la quantité de capteurs obtenus sur les charges utiles, le placement de capteurs sur ces parties est nécessaire. Or, comme précédemment expliqué, on souhaite éviter la proximité de capteurs.

Comme la méthode est fondée sur le déplacement, elle a tendance à conserver l'ensemble des ddl de fort déplacement. En effet, ne cherchant pas à caractériser les modes d'ovalisation en étoiles, il suffit, pour une section donnée, de mesurer ce déplacement par quatre génératrices principales orthogonales. Cette réduction a donc consisté à ne garder que l'ensemble des ddl des interfaces entre les sous-structures, excepté pour les CUB et CUH où nous n'avons conservé que 4 nœuds pour l'interface supérieure. Nous conservons également les nœuds isolés importants (cf. Figure 30).

L'optimisation nous donne, à partir d'un ensemble de 1659 locations potentielles (cf. Figure 31 & 32) :

1 ^{er} choix	2 ^{ème} choix
<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 139 (et 94 nœuds) ; Il y a peu de capteurs sur la partie extérieure étudiée : quelques-uns 	<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 360 (et 184 nœuds) ; Les constats sont identiques au premier choix ;

<p>sont positionnés sur la section marquant le pli du SYLDA, et un peu plus sont sur l'interface ISS/RLH2 ;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nous avons toujours une importante concentration de capteurs sur l'interface RLOX/TF (et une forte proximité des capteurs) ; • Les capteurs placés sur les charges utiles hautes et basses sont en nombres raisonnables ; • Les fonds du RLOX ont été conservés ; • Il y a quelques capteurs sur la CASE. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cependant, la concentration et la proximité des capteurs aux interfaces non réduite à 4 nœuds est vraiment importante.
--	--

Dans le premier cas, nous avons en moyenne $139/94 = 1.47$ ddls par nœud sélectionné. Dans le deuxième cas nous en avons $360/184 = 1.95$ ddls.

Les directions ont été sélectionnées dans les proportions suivantes :

- Choix 1 : 37 % selon x, 28 % selon y, 35 % selon z.
- Choix 2 : 29 % selon x, 37 % selon y, 34 % selon z.

Dans le cas de 360 capteurs, les résultats n'ont pas beaucoup évolué, quant aux directions privilégiées. En revanche, on observe une inversion des tendances entre les directions y et z : alors que la direction y était favorisée précédemment, c'est maintenant z qui se détache.

On peut également remarquer que deux nœuds proches sélectionnés peuvent contenir des ddls de directions différentes. Or, en pratique, il est très difficile de positionner des capteurs proches les uns des autres. C'est pourquoi, nous avons décidé d'effectuer une nouvelle réduction d'emplacements potentiels.

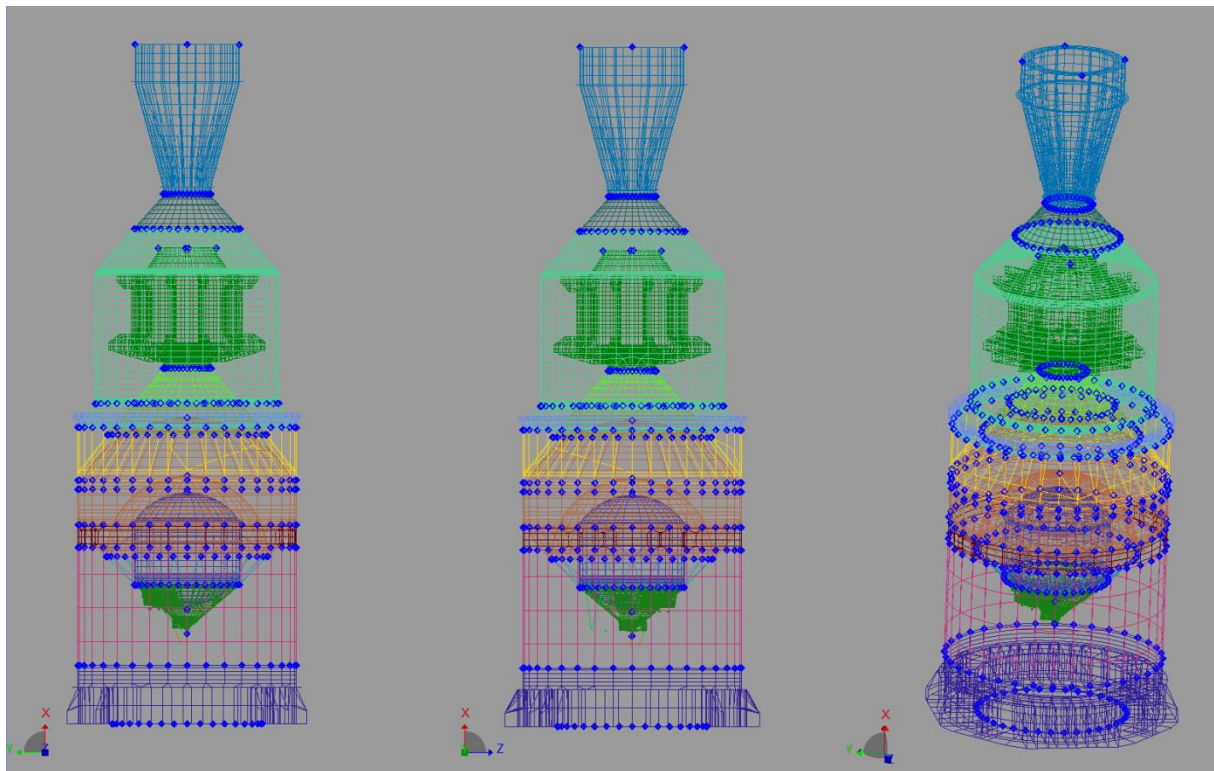


Figure 30 : tous les 1659 emplacements potentiels

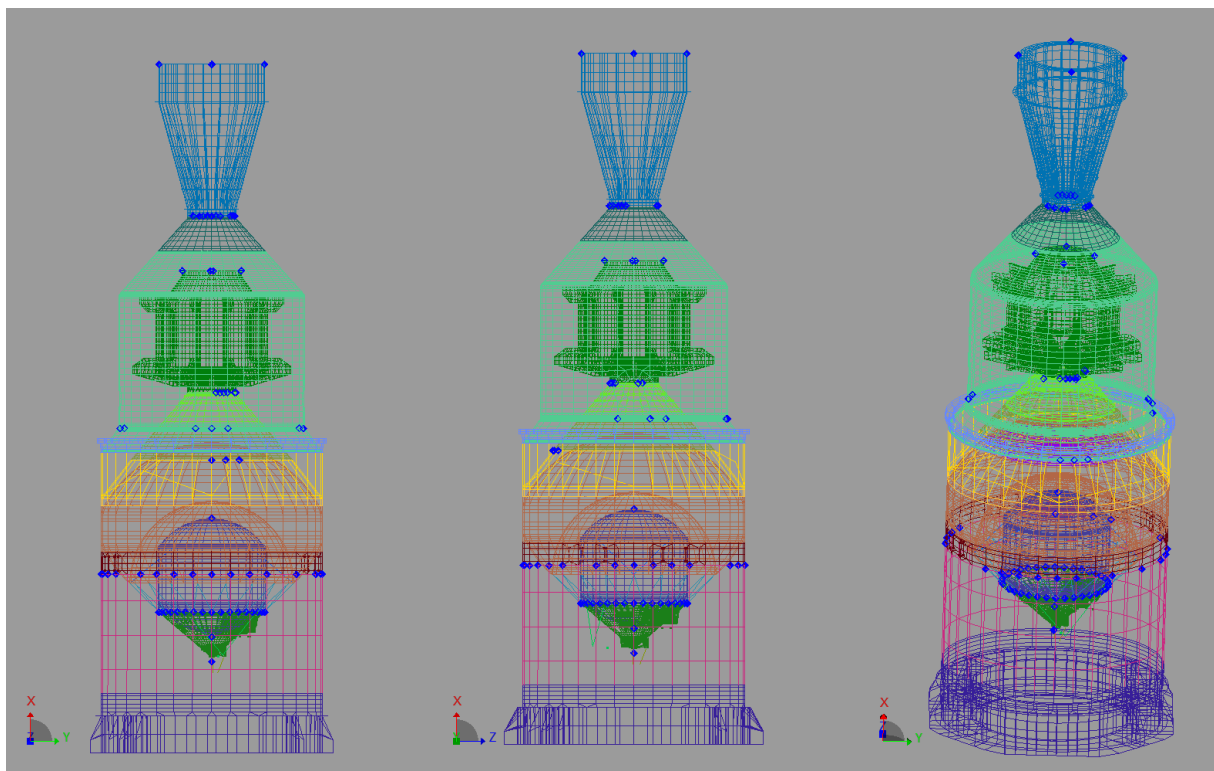


Figure 31 : solution de la MIE « Globale », choix 1

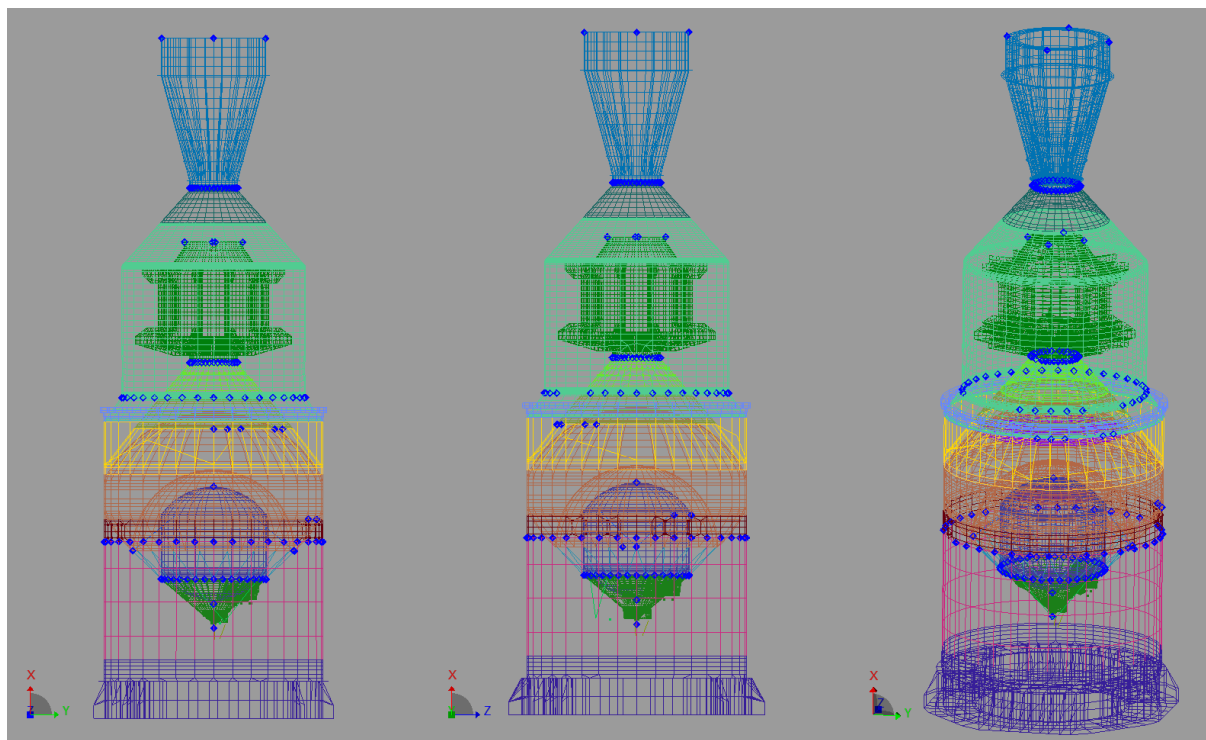


Figure 32 : solution de la MIE « Globale », choix 2

*** Réduction maximale : 279 locations initiales

Dans cette réduction, on cherche encore à limiter la proximité des capteurs entre eux. De la même manière que précédemment, l'ensemble des emplacements potentiels de départ est donc réduit à 4 nœuds par interfaces entre les différentes parties, 4 nœuds par interfaces pour les hauteurs milieux des principales sous-structures, et enfin aux nœuds isolés importants (fonds des réservoirs...) (cf. Figure 33).

Les résultats sont les suivants (cf. Figures 34 & 35) :

1 ^{er} choix	
<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 108 (et 49 nœuds) ; Les capteurs apparaissant sur la surface extérieure sont toujours placés sur le « pli » du SYLDA et sur l'ISS ; Tous les nœuds d'emplacements potentiels de capteurs sur les CU hautes et basses ont été sélectionnés ; Des emplacements sur l'interface ACUH/SYLDA ont été sélectionnés 	<p>Pas de deuxième choix (impossible compte-tenu du minimum de capteurs désirés)</p>

contrairement à tous les cas de simulation précédents ;

- Des emplacements sur l'interface ITS/RLH2 ont été sélectionnés contrairement au cas précédent ;
- Les nœuds isolés, à l'exception du nœud du fond supérieur du RLH2, ont tous été conservés.

Finalement, dans ce plan de mesure, nous constatons que 11 interfaces sur 16 ont été entièrement sélectionnées (en termes de nœuds), soit 68.75% des interfaces. 4 nœuds isolés sur 5 ont également été sélectionnés, soit 80 %. Mais au final, seulement 108 emplacements sur 279 ont été choisis, soit 38.71 %. En moyenne, un nœud sélectionné a conservé :

$$\frac{108 \text{ ddl's sélectionnés}}{49 \text{ noeuds sélectionnés}} = 2.20 \text{ ddl's}$$

2,20 ddl's sur les trois initiaux.

Les directions ont été sélectionnées comme suit :

- Choix 1 : 25 % selon x, 39 % selon y, 36 % selon z.

On observe ici une très nette baisse du nombre de capteurs dans la direction x, alors que le nombre de capteurs dans les directions y et z est plus important et équilibré.

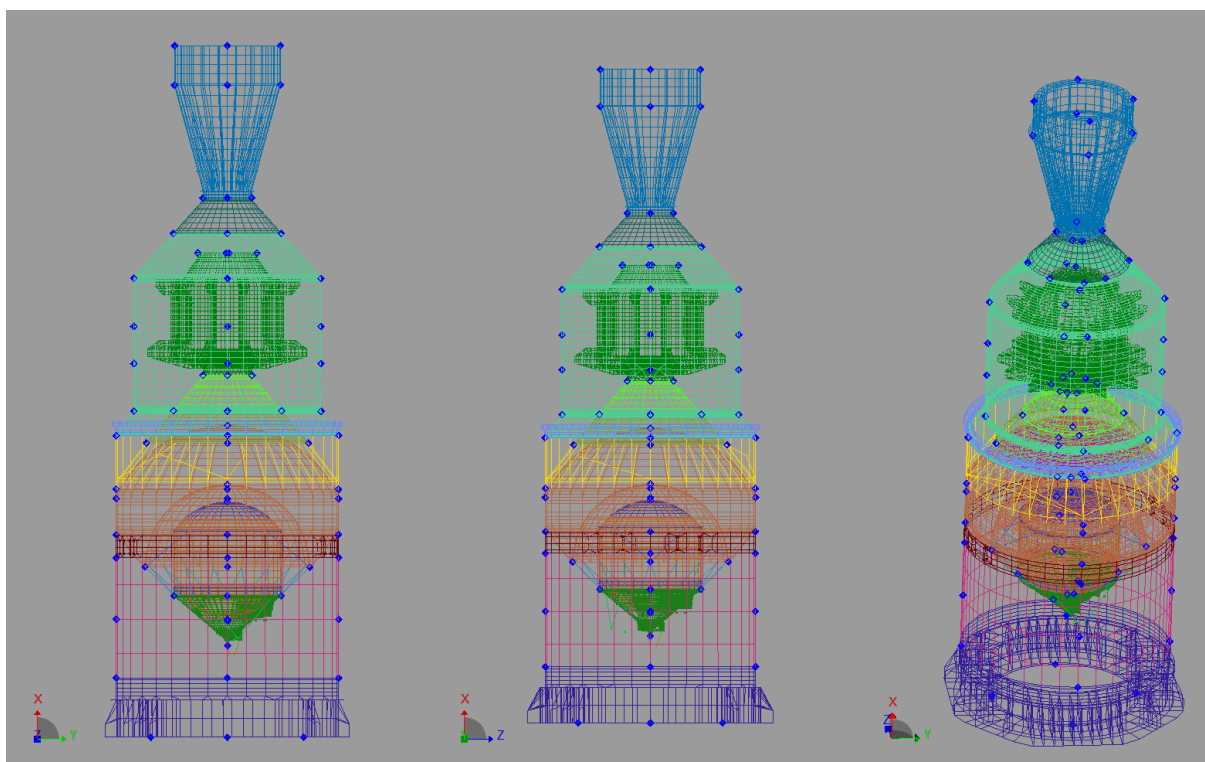


Figure 33 : tous les 279 emplacements potentiels

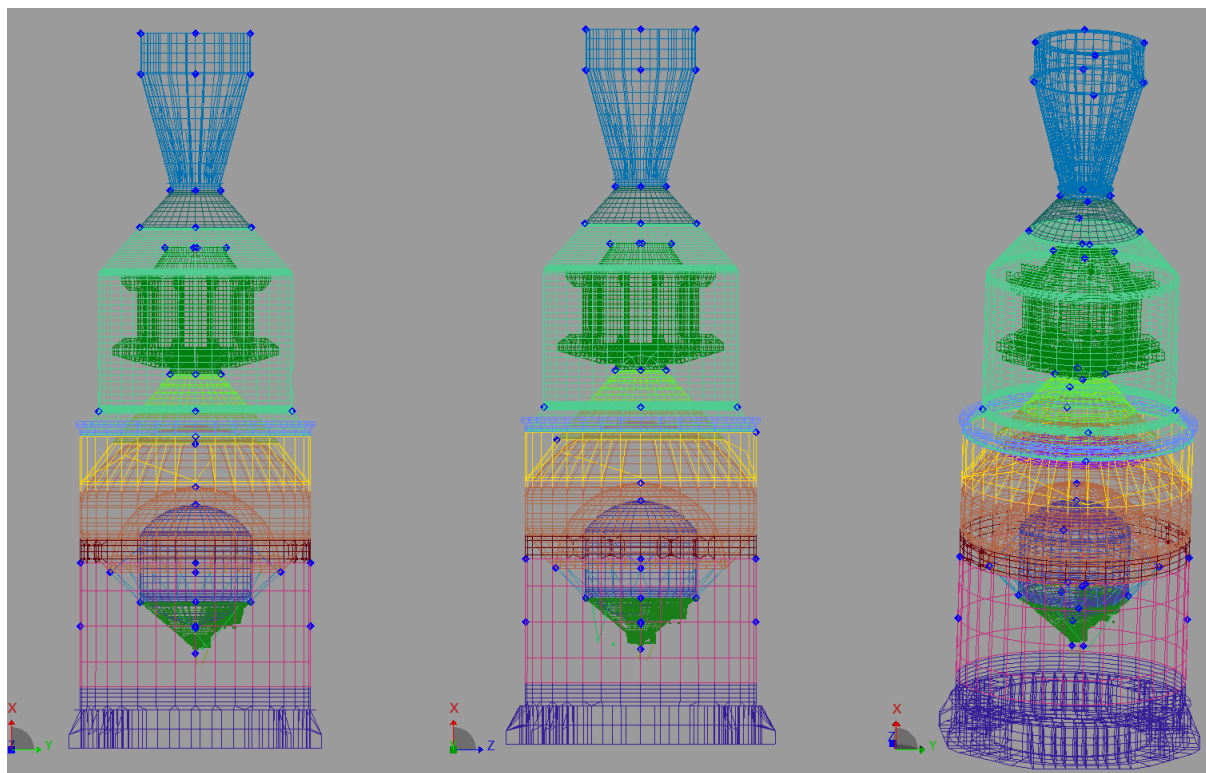


Figure 34 : solution de la MIE « Globale », choix 1

Enfin, dans cette configuration, le plan de mesures obtenu est proche de celui utilisé pour A5E/CA, mais la réduction des emplacements potentiels l'y force.

Nous avons tout de même un plan de mesure similaire avec $360/108 = 3.33$ fois moins de capteurs !

4. OPTIMISATION MODE A MODE

Comme dans le cas de la poutre, nous nous sommes intéressés au plan de mesure fourni dans le cas d'une résolution « mode par mode ». Nous avons choisi une valeur seuil de 0.10, une élimination de 1 capteur à chaque itération (sauf dans le cas où nous considérons tous les ddls du modèle, la suppression était de 10 par itération, ce choix a été fait par rapport au temps de calcul). Enfin on a demandé à ce qu'il y ait au moins un capteur par mode. Les résultats de simulations sont les suivants :

<p><u>1^{er} cas :</u></p> <p>Tous les ddls du modèle EF sont des emplacements potentiels</p>	<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteur en sortie est de 123 (et 117 nœuds) ; un nœud sélectionné possède donc en moyenne $123/117 = 1.05$ ddls ; Les directions sélectionnées sont dans les proportions suivantes : 21 % selon x, 39 % selon y, 40 % selon z. Une grande partie des capteurs est concentrée sur la partie tuyère, et sur le réservoir LOX ; Aucun capteur n'a été sélectionné à l'extérieur de la structure ; Le nombre de capteur obtenu sur les CU est raisonnable. Il existe tout de même une certaine concentration de capteurs en certains points ; Il y a très peu de capteurs sur la CASE. <p>Comparativement à l'optimisation globale (choix 1 pour avoir un nombre de capteurs équivalent), le placement de capteurs est, ici, plus important sur les interfaces supérieures des deux CU. Cela semble plus cohérent compte tenu de l'allure des modes 1, 2, 3 et 4 correspondants à des modes de CU. En revanche, le placement de capteurs sur les parties réservoir, CASE et tuyère sont sensiblement les mêmes.</p>
<p><u>2^{ème} cas :</u></p> <p>1^{ère} réduction des emplacements potentiels : 2391 ddls</p>	<ul style="list-style-type: none"> Nous avons 98 ddls choisis (et 86 nœuds) par l'algorithme. Chaque capteur nœud mesure donc en moyenne $98/86 = 1.14$ directions ; Les directions sélectionnées sont dans les proportions suivantes : 22 % selon x, 32 % selon y, 46 % selon z. Certains capteurs apparaissent à l'extérieur de la structure, sur le « pli » du SYLDA et sur l'ISS ; Nous avons une forte concentration de capteurs proche du réservoir LOX à l'interface RLOX/ITS ; Le nombre de capteurs sur le CASE est faible et concentré : 3 nœuds très proches les uns des autres ; Le nombre de capteurs sur la CUH et la CUB (interface haute) est important, et la proximité des capteurs est grande. <p>Lorsque l'on compare ce résultat à celui obtenu lors de l'optimisation globale (choix 1), nous constatons alors que le placement de capteurs est semblable. Les seules régions extérieures sélectionnées sont les mêmes dans les deux cas, le placement de capteurs sur les CU est très similaire.</p>
<p><u>3^{ème} cas :</u></p> <p>2^{ème} réduction des emplacements potentiels : 1659 ddls</p>	<ul style="list-style-type: none"> Le programme nous fournit un plan de mesures à 103 ddls (et 75 nœuds) ; nous avons donc, en moyenne, $103/75 = 1.37$ ddls choisis par nœud ; Les directions sélectionnées sont dans les proportions suivantes : 33 % selon x, 36 % selon y, 31 % selon z. Il y a toujours une forte concentration de capteurs à l'interface RLOX/ITS ;

	<ul style="list-style-type: none"> • Sur l'extérieur, les capteurs sont à nouveau placés sur le « pli » du SYLDA et à l'interface RLH/ISS ; • Le nombre de capteurs sur le CASE est comparable aux simulations précédentes : peu de capteurs (3 nœuds) mais placés les uns à côté des autres ; • Sur les CU, enfin, tous les nœuds potentiels de l'interface supérieure ont été sélectionnés ; quant à l'interface inférieure, nous retrouvons une assez forte concentration de capteur. <p>En comparaison à la simulation qui avait été faite dans le cas global (choix 1), nous constatons que le placement de capteurs est quasi-identique. En effet, puisque le nombre d'emplacements potentiels de départ est de plus en plus restreint, le comportement dynamique global ou mode à mode se mesure finalement aux mêmes ddls restants de plus fort déplacement.</p>
<p><u>Dernier cas :</u> réduction maximale des emplacements potentiels : 279 ddls</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Enfin, dans ce cas, nous avons 94 ddls choisis (et 45 nœuds), soit une moyenne de $94/45 = 2.09$ ddls par nœuds sélectionnés ; Les directions sélectionnées sont dans les proportions suivantes : 28 % selon x, 35 % selon y, 37 % selon z. • Les capteurs apparaissant sur la surface extérieure sont toujours placés sur le « pli » du SYLDA et sur l'ISS ; • Tous les nœuds d'emplacements potentiels de capteurs sur les CU hautes et basses ont été sélectionnés ; • Des emplacements sur l'interface ACUH/SYLDA ont été sélectionnés contrairement à tous les cas de simulation précédents ; • Des emplacements sur l'interface ITS/RLH2 ont été sélectionnés contrairement au cas précédent. <p>Pour finir, comparativement à la simulation dans le cas globale (choix 1), nous pouvons dire que les résultats sont très semblables. Il n'y a pas de différences majeures.</p>

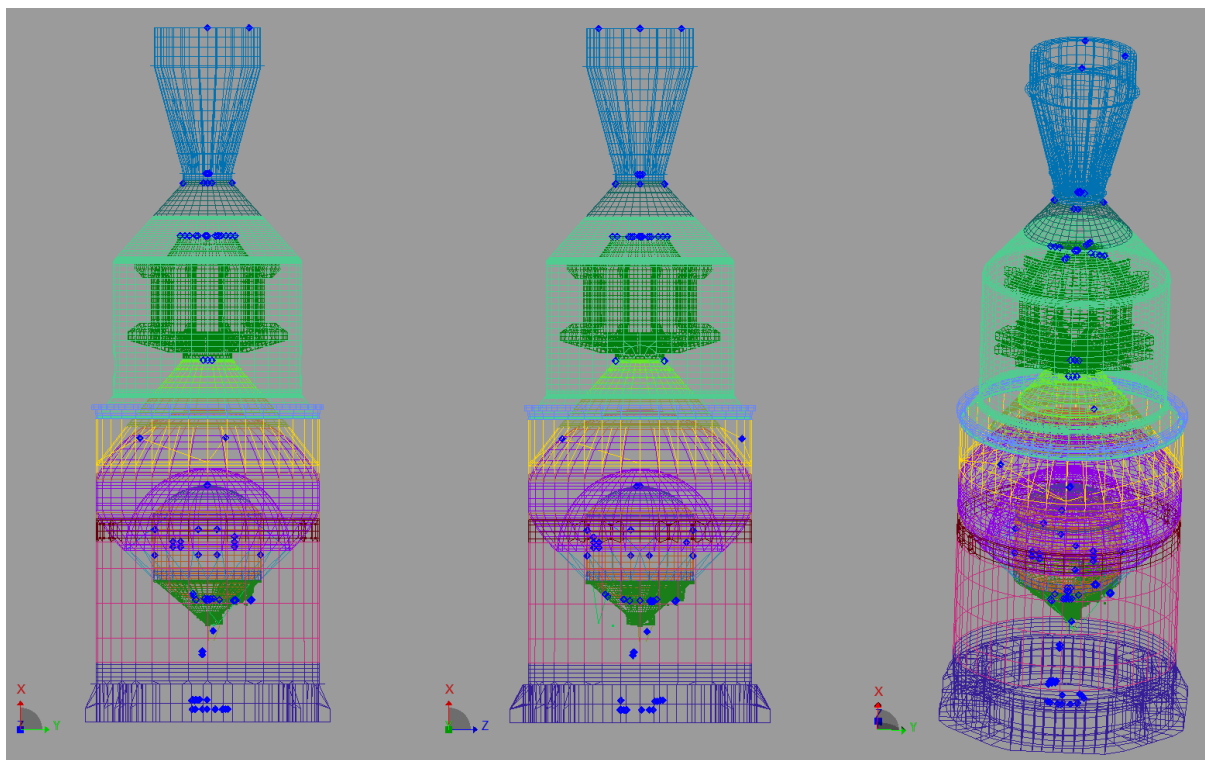


Figure 35 : Solution MIE « Mode par Mode », tout emplacement

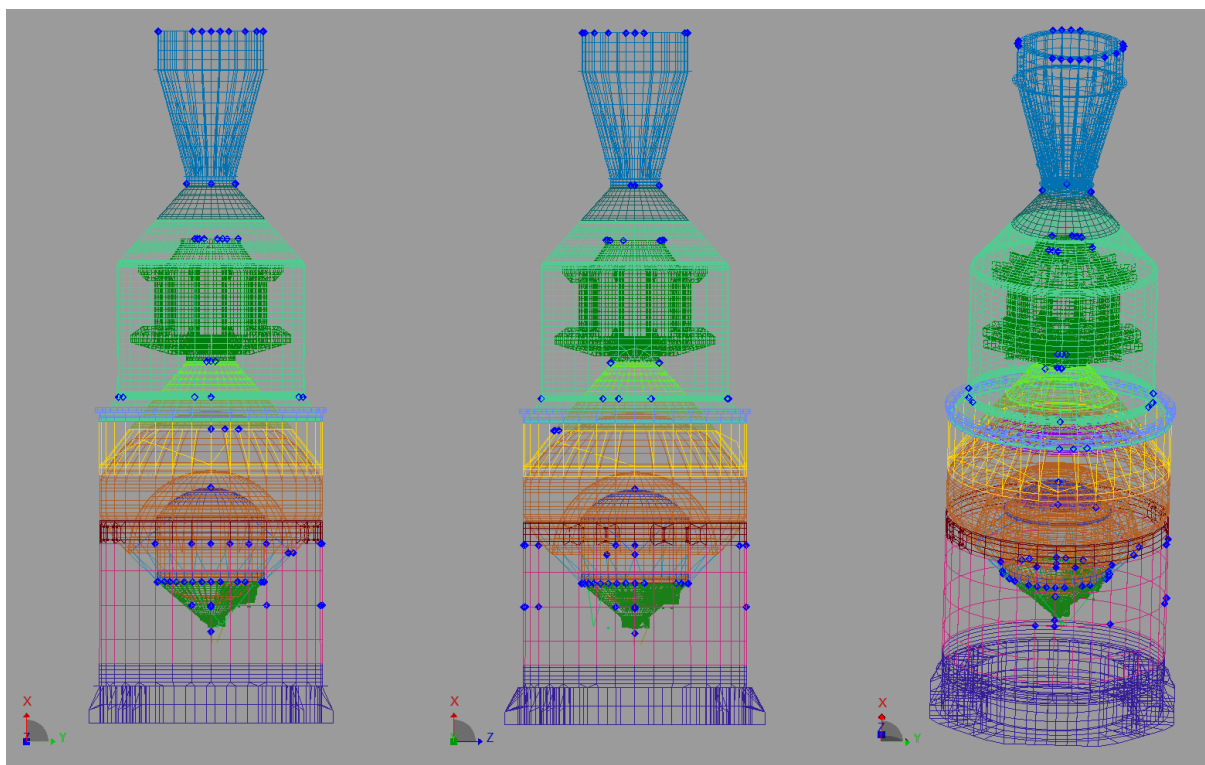


Figure 36 : solution de la MIE « Mode par Mode », réduction 1

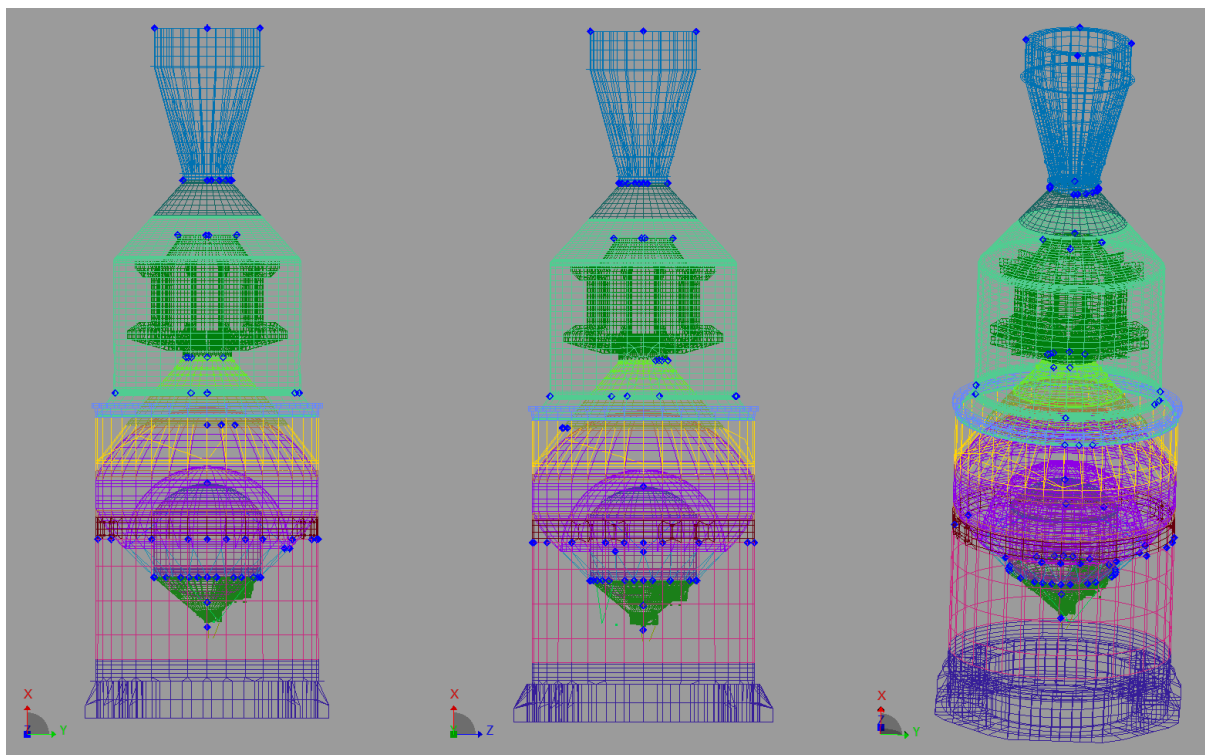


Figure 37 : solution de la MIE « Mode par Mode », réduction 2

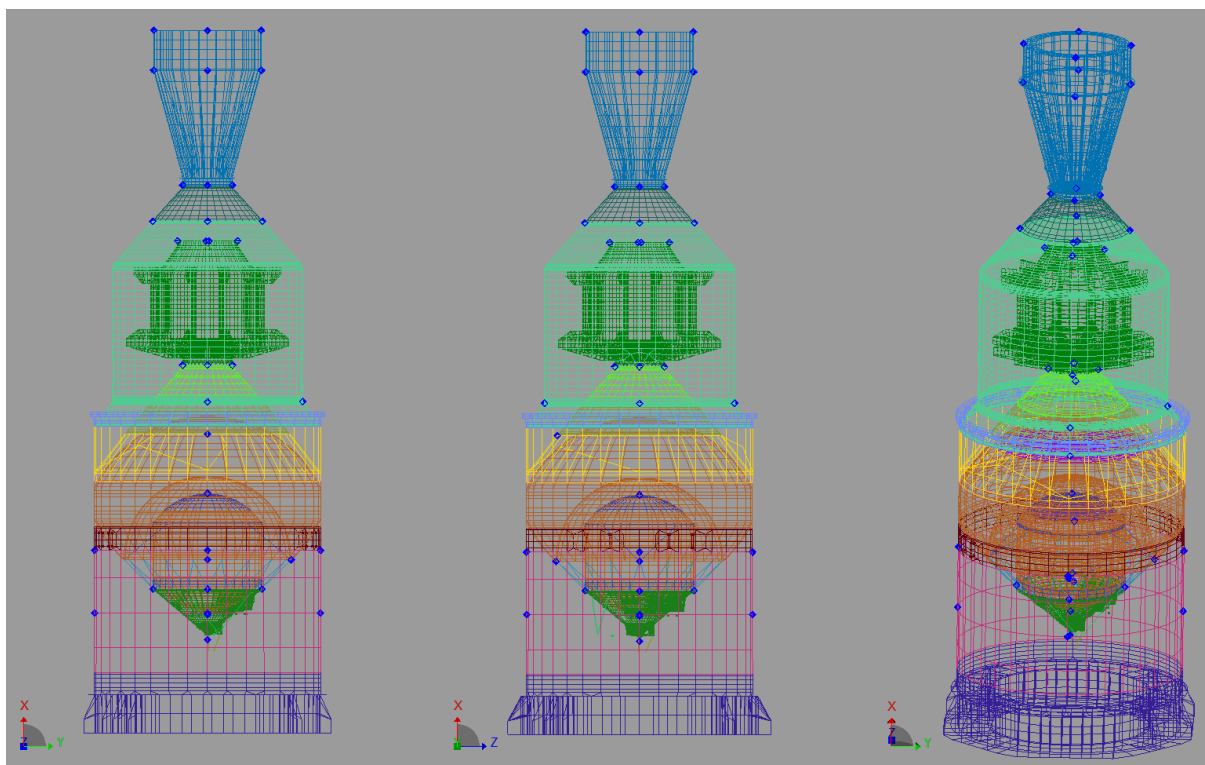


Figure 38 : solution de la MIE « Mode par Mode », réduction 3

5. OPTIMISATION GLOBALE, MODES CIBLES DE PRIORITE 1

Précédemment, la méthode de l'indépendance effective (cas global ou mode à mode) a été appliquée sur l'ensemble des modes cibles identifiés, et ce, quel que soit leur indice de priorité d'identification (1 ou 2). Dans cette partie, nous nous sommes attachés à la construction d'un plan de mesures basé sur les modes cibles de première priorité seulement. En effet, les modes cibles classés de « priorité 2 » sont des modes locaux. Ce sont seulement des modes susceptibles d'être identifiés en essai, et non des modes que les ingénieurs souhaitent absolument identifier. Nous n'avons donc conservé que 17 modes cibles : les n°1-2-3-4-6-7-9-10-11-12-15-17-18-19-44-47-65.

Nous avons fait des choix de simulation similaires aux précédentes :

- 1^{er} choix :
 - Valeur seuil = 0,1
 - Nombre de capteurs minimal = 17
- 2^{ème} choix :
 - Valeur seuil = 0,1
 - Nombre de capteurs minimal = 360

Nous avons les résultats suivants :

a. Aucune réduction d'emplacements potentiels

1 ^{er} choix	2 ^{ème} choix
<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 116 (et 112 nœuds) ; On observe une forte concentration des capteurs sur les CU, également sur le TF et RLOX, le HM7B et la tuyère du moteur ; Seulement 2 nœuds ont été conservés sur la CASE ; Des capteurs sont positionnés sur le fond inférieur du RLOX Aucun capteur n'a été sélectionné à l'extérieur de la structure. 	<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 360 (et 347 nœuds) ; Les constats sont identiques aux premiers choix, mais la concentration de capteurs est beaucoup plus importante ; Des capteurs sont positionnés sur le fond supérieur du RLOX. Proximité des capteurs.

Dans le premier cas, nous avons en moyenne $116/112 = 1.04$ ddls par nœud sélectionné. Dans le deuxième cas nous en avons $360/347 = 1.04$ ddls. Les directions ont été sélectionnées dans les proportions suivantes :

- Choix 1 : 58 % selon x, 25 % selon y, 17 % selon z.
- Choix 2 : 41 % selon x, 31 % selon y, 28 % selon z.

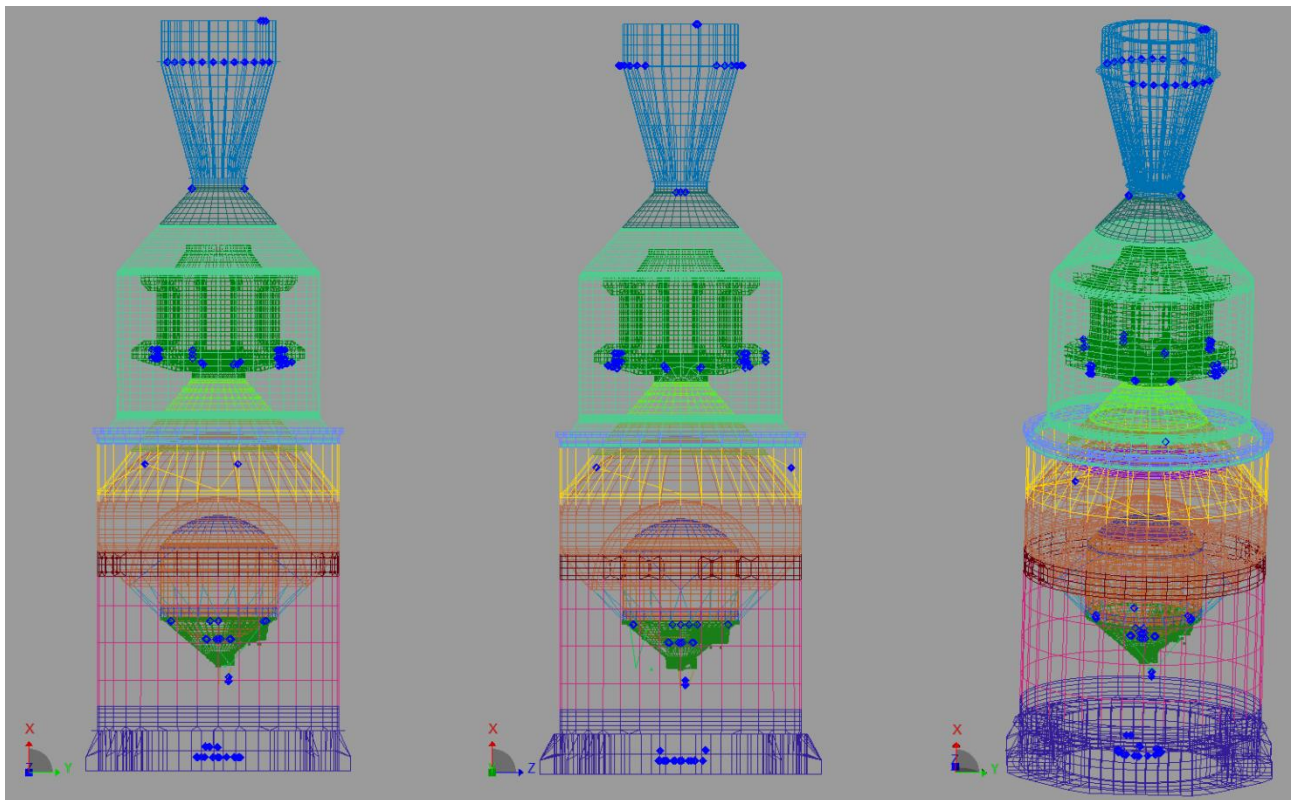


Figure 39 : MIE Globale, choix 1

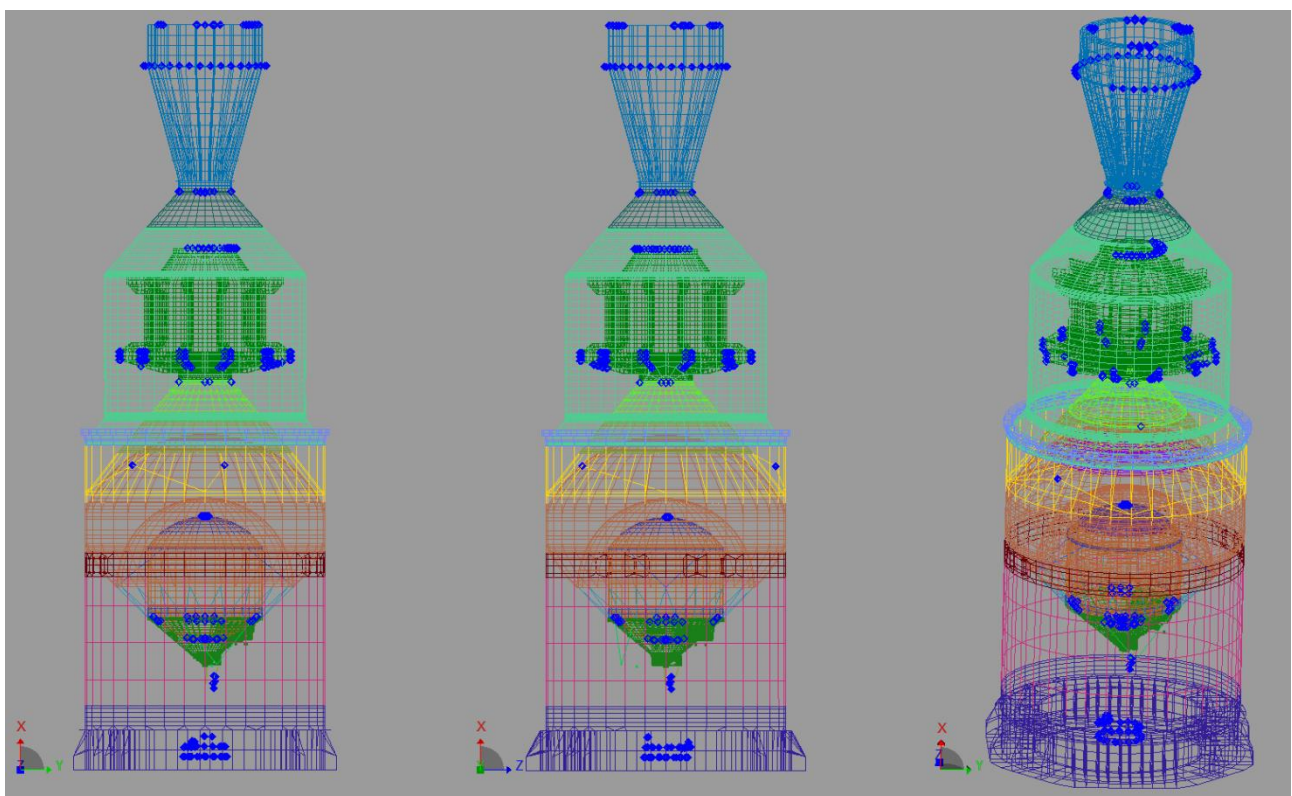


Figure 40 : MIE Globale, choix 2

On note que les résultats sont tout de même similaires à ceux des simulations sur les 25 modes cibles. On remarquera toutefois que le nombre de capteurs sur le RLOX est nettement inférieur. Cela peut s'expliquer par la suppression des nombreux modes locaux de réservoir LOX. Compte tenus des modes conservés (modes longitudinaux, latéraux de CU, modes de CASE, mode de pendulation du HM7B et mode de fond de RLOX), on comprend les localisations de capteurs choisis.

b. 1^{ère} réduction : 2391 locations initiales

Sur le même principe que pour les simulations avec 25 modes cibles, en essais, nous ne cherchons qu'à mesurer les modes globaux. Aussi, nous pouvons réduire nos emplacements potentiels de départ. Les emplacements potentiels de départ sont donc situés aux interfaces entre les sous-structures, aux hauteurs milieux des importantes sous-structures, et aux nœuds isolés importants (fond des réservoirs...).

Les résultats des simulations sont les suivants :

1 ^{er} choix	2 ^{ème} choix
<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 94 (et 76 nœuds) ; Beaucoup de capteurs sont positionnés sur les interfaces des CU ; Des capteurs sont placés sur les deux fonds du RLOX ; Aucun capteur n'a été sélectionné sur l'extérieur de la structure, excepté au « pli » du SYLDA ; Il y a peu de capteurs sur la CASE ; Des capteurs ont été conservés sur l'interface RLOX/TF et sur le HM7B ; Proximité des capteurs. 	<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 360 (et 203 nœuds) ; Le constat est identique, avec une concentration de capteurs beaucoup plus importante ; Un capteur apparaît à l'interface ITS/RLH2 ; La proximité des capteurs est importante.

Dans le premier cas, nous avons en moyenne $94/76 = 1.24$ ddls par nœud sélectionné. Dans le deuxième cas nous en avons $360/203 = 1.77$ ddls. Les directions ont été sélectionnées dans les proportions suivantes :

- Choix 1 : 50 % selon x, 27 % selon y, 23 % selon z.
- Choix 2 : 29 % selon x, 35 % selon y, 36 % selon z.

La principale différence de cette simulation avec la simulation à 25 modes cibles, est qu'ici, aucun capteurs n'a été sélectionné sur l'ISS. Ce résultat est sans doute dû à la suppression des modes cibles de haute fréquence qui imposaient une déformation de cette sous-structure. On retrouve ici une cohérence quant au positionnement de capteurs par rapport aux modes cibles conservés : modes sur les CU, la CASE, le HM7B, le fond de RLOX. Par ailleurs, nous retrouvons l'influence des modes de CU, de CASE, de pendulation du HM7B dans le positionnement des capteurs.

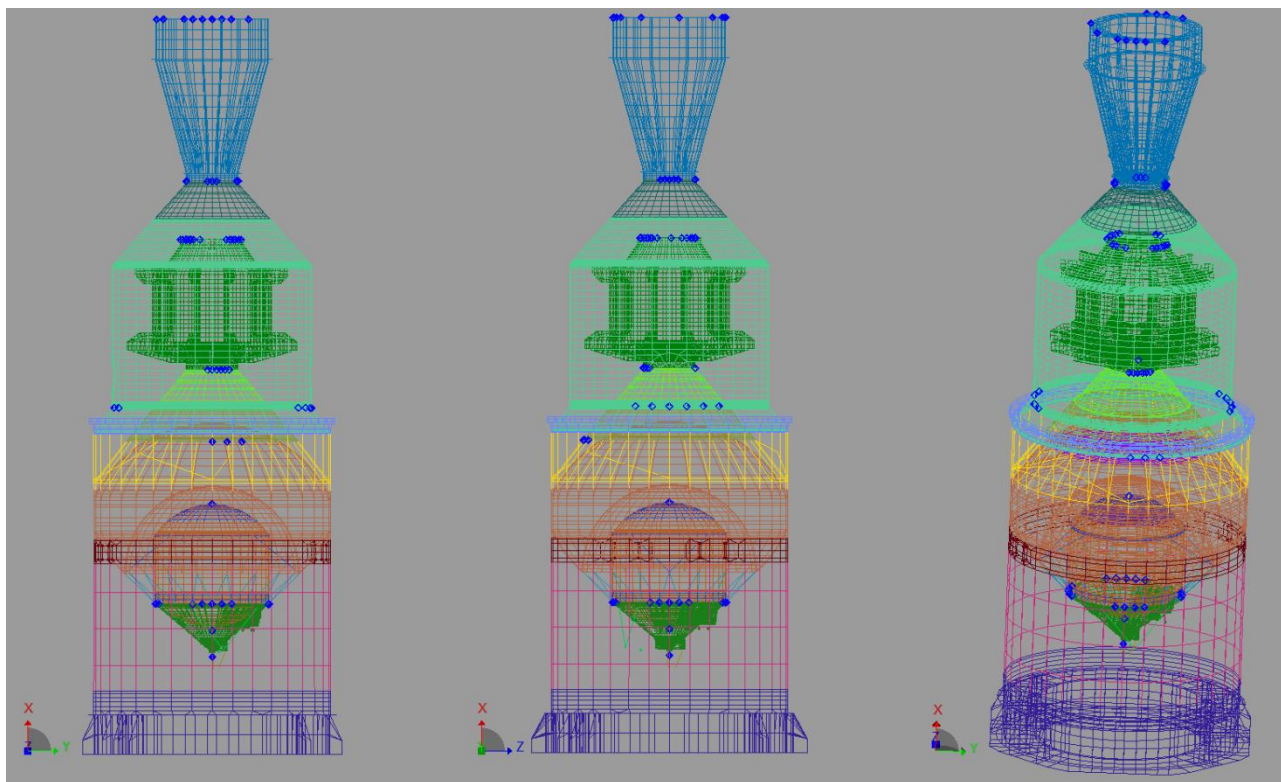


Figure 41 : MIE Globale, choix 1

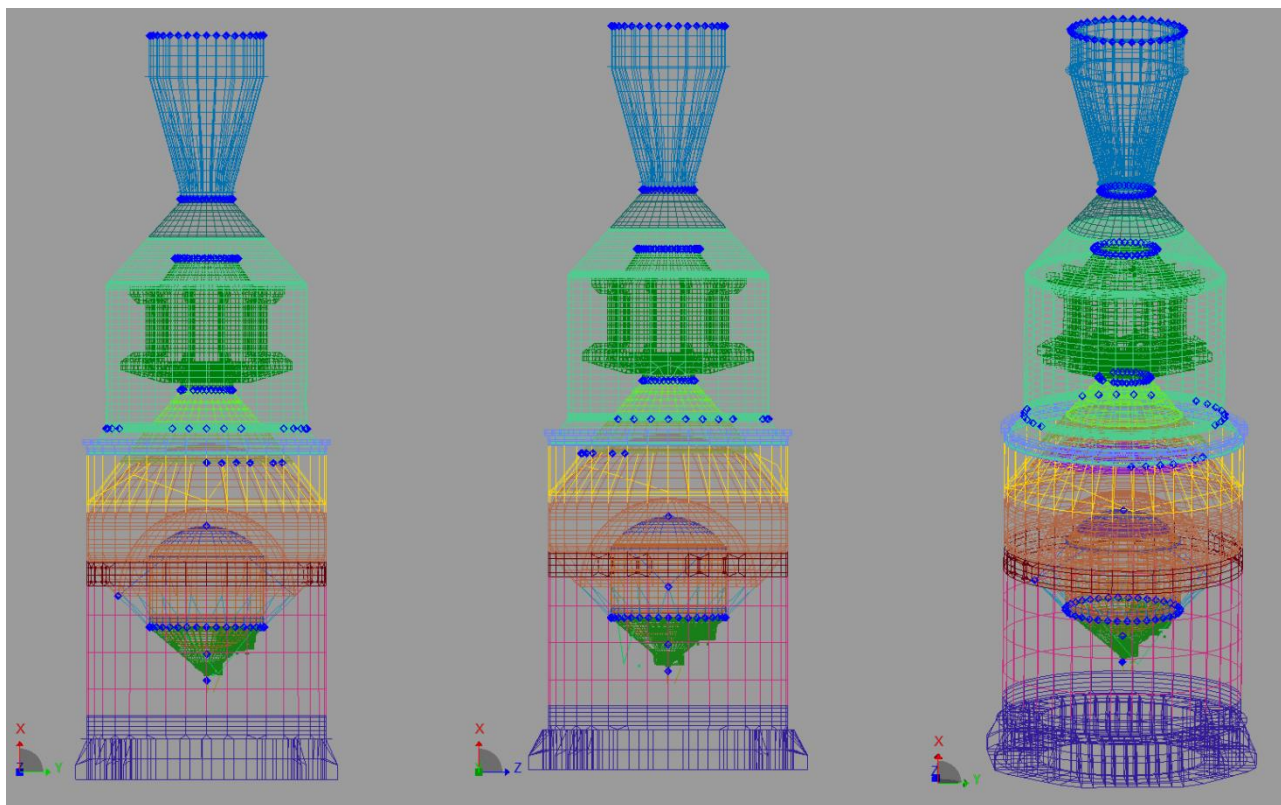


Figure 42 : MIE Globale, choix 2

c. 2^{ème} réduction : 1659 locations initiales

Comme expliqué précédemment, et puisque nous ne cherchons toujours pas à mesurer les phénomènes d'ovalisation, nous pouvons réduire nos emplacements potentiels à 4 nœuds par interface. Nous commençons cette réduction uniquement sur les interfaces supérieures des CU. Les autres interfaces précédemment choisies restent entières.

Les résultats issus de la formulation de KAMMER sont donnés ci-après :

1 ^{er} choix	2 ^{ème} choix
<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 92 (et 56 nœuds) ; Les constats sont similaires à la simulation précédente (1^{ère} réduction) ; On note une proximité importante des capteurs sur les interfaces non réduites à 4 nœuds. 	<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 360 (et 156 nœuds) ; Il y a très peu de capteurs sur la surface extérieure de la structure, seulement quelques-uns sur le pli du SYLDA, et un seul sur l'interface ISS/RLH2 ; Les résultats restent similaires au premier choix, avec une concentration de capteurs plus importante aux emplacements sélectionnés.

Dans le premier cas, nous avons en moyenne $92/56 = 1.64$ ddls par nœud sélectionné. Dans le deuxième cas nous en avons $360/156 = 2.31$ ddls.

Les directions ont été sélectionnées dans les proportions suivantes :

- Choix 1 : 37 % selon x, 30 % selon y, 33 % selon z.
- Choix 2 : 34 % selon x, 33 % selon y, 32 % selon z.

La principale différence entre cette simulation et la simulation à 25 modes cibles, est qu'il n'y a, ici, aucun capteur sélectionné sur l'ISS. Dans le cas des 25 modes cibles, la concentration de capteurs sur l'ISS et sur l'interface RLOX/TF était importante. Cette concentration pouvait être expliquée par la prise en compte de modes locaux sur le RLOX qui induisaient des déformations de ces sous-structures. L'influence des autres modes globaux restent, ici, également visible sur les CU, le SYLDA, la CASE, et le HM7B.

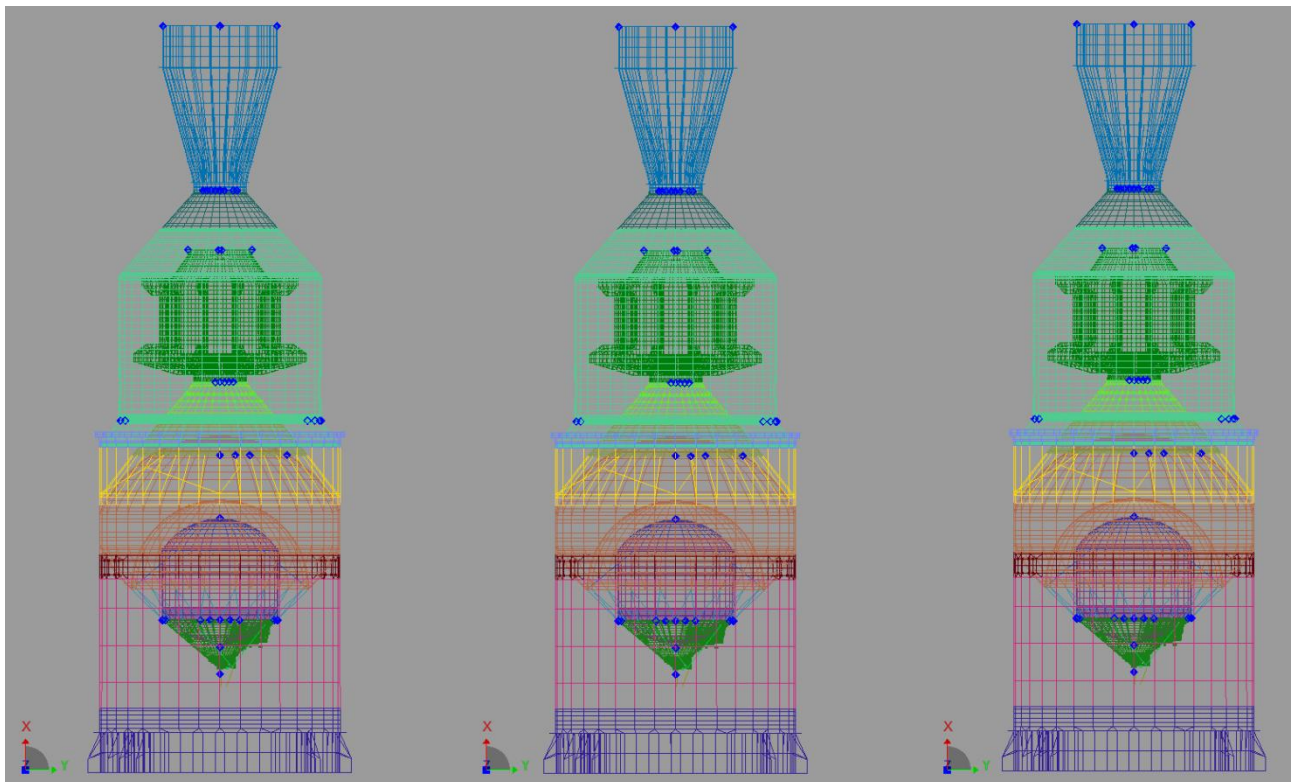


Figure 43 : MIE Globale, choix 1

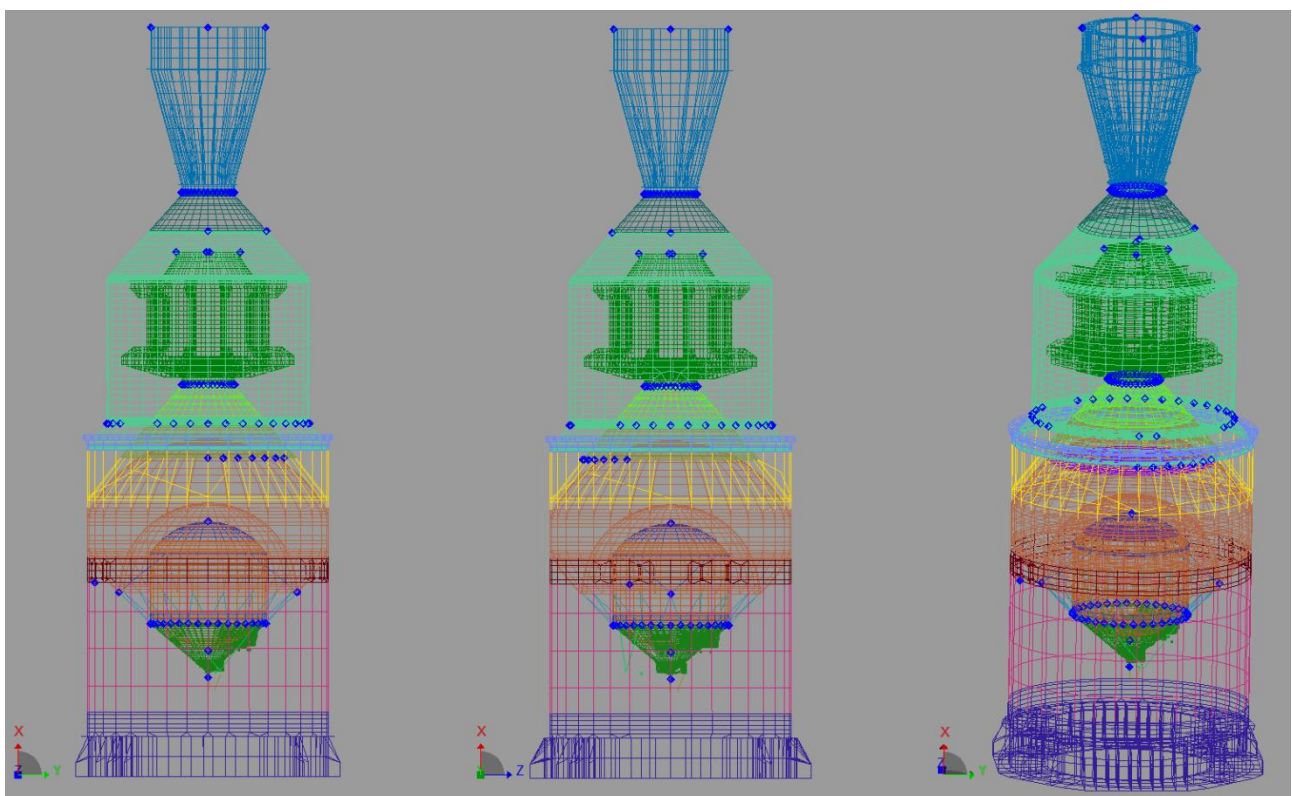


Figure 44 : MIE Globale, Choix 2

d. 3^{ème} réduction : 279 locations initiales

Pour cette dernière réduction, nous n'avons conservé que 4 nœuds par hauteurs choisies. Les résultats sont les suivants :

1 ^{er} choix	2 ^{ème} choix
<ul style="list-style-type: none"> Le nombre de capteurs atteint est de 84 (et 38 nœuds) ; Les capteurs apparaissant sur la surface extérieur sont toujours placés sur le « pli » du SYLDA seulement ; Tous les emplacements potentiels sur les CU haute et basse ont été sélectionnés ; Des capteurs sur l'ACUH ont été sélectionnés ; Un seul nœud sur la CASE a été conservé, les fonds du RLOX également ; On voit apparaître des capteurs sur les 2 interfaces ITS/RLH2, sur le TF et sur le HM7B. 	Pas de deuxième choix possible

Nous avons en moyenne $84/38 = 1.31$ ddls par nœud sélectionné. Les directions ont été sélectionnées dans les proportions suivantes :

- Choix 1 : 33 % selon x, 34 % selon y, 33 % selon z.

La principale différence avec la simulation à 25 modes cibles se situe sur l'extérieur de la structure. En effet, lors de la précédente simulation, nous retrouvions un nombre important de capteurs sur l'ISS et sur son interface avec le RLH2. Les modes cibles à haute fréquence entraînaient une déformation de cette sous-structure. Dans cette simulation, ces modes ne sont pas considérés et cela peut expliquer leur absence dans les résultats de simulations.

Par ailleurs, on retrouve toujours l'influence des modes longitudinaux, latéraux et de pendulation des différentes sous-structure de la maquette : CU, CASE, SYLDA, HM7B, et fonds du RLOX.

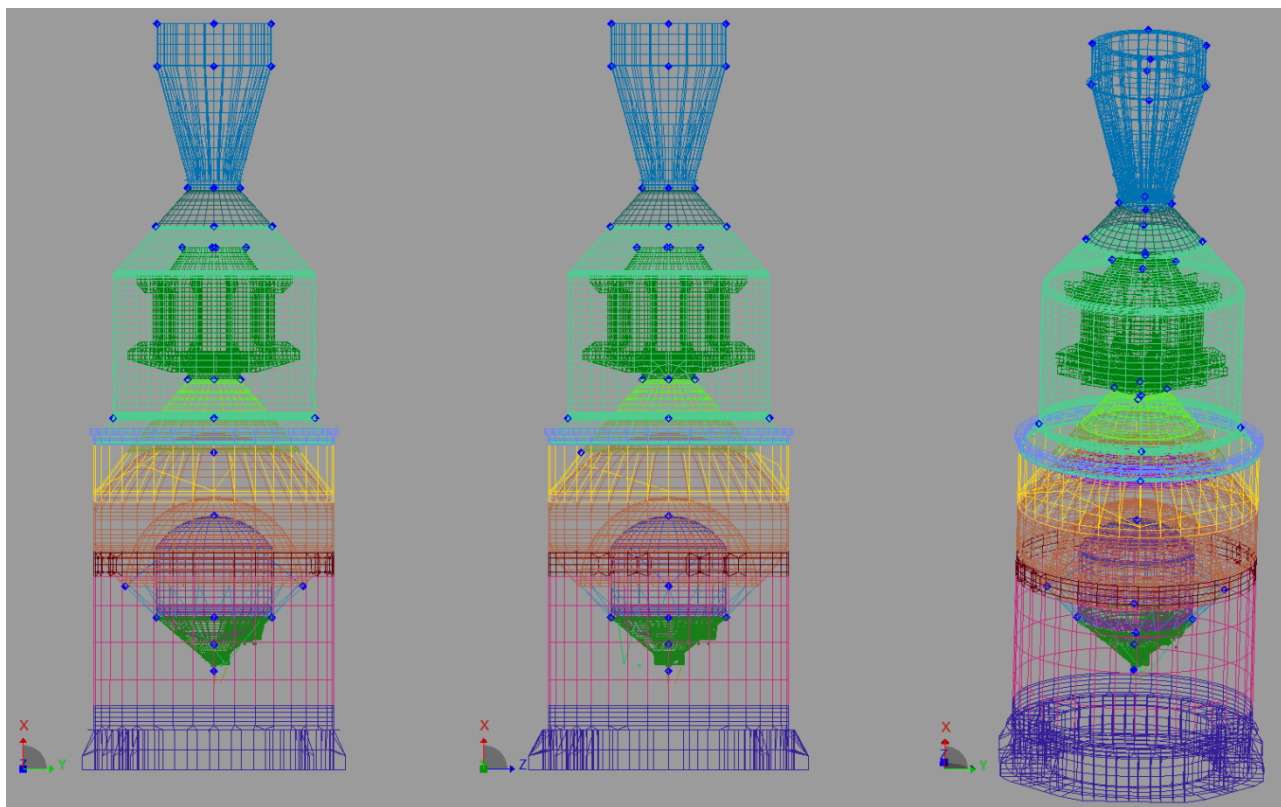


Figure 45 : MIE Global, choix 1

6. CONCLUSIONS ET OUVERTURES

Nous rappelons qu'un de nos principaux objectifs était d'établir un plan de mesures à partir des données dynamiques (déformées modales) et mathématiques (modèle EF) de notre structure.

Aujourd'hui, aucun essai MD utilisant les plans de mesures fournis par la MIE n'a été réalisé, nous ne disposons donc d'aucun critère quant à la qualité de ces plans de mesures. Cependant, quelques résultats montrent que cette méthode n'est pas incohérente :

- Il n'y a jamais de capteurs sélectionnés à la base de la partie haute du lanceur. Cela est bien en adéquation avec la logique de la méthode : sélection des ddl de fort déplacement. Compte tenu des conditions aux limites de type « encastré-libre », il aurait même été absurde d'obtenir un plan de mesure avec des capteurs à la base de la structure.
- La méthode sélectionne toujours des capteurs sur les charges utiles haute et basse. Lorsque l'on visualise l'ensemble des modes cibles impliquant les CU principalement, nous constatons alors que ce résultat est tout à fait logique.
- La méthode sélectionne des capteurs proches du réservoir LOX dans le cas de la simulation à 25 modes cibles (notée simulation 25), et beaucoup moins dans le cas de la simulation à 17 modes cibles (notée simulation 17). Encore une fois, cette sélection semble naturelle

aux vues des nombreux modes locaux impliquant la déformation du réservoir LOX dans les simulations 25. Dans le cas des simulations 17, seuls les modes de fonds de réservoirs ont été conservés, et en conséquence, la méthode a positionné des capteurs sur les fonds du RLOX ;

- Nous avons un mode de CASE, et quelle que soit la simulation, des capteurs sont positionnés sur cette dernière ;
- Le mode de pendulation du HM7B est également pris en compte dans toutes les simulations, puisque des capteurs sont sélectionnés sur cette partie.

Compte-tenues de ces observations, nous pouvons dire que la méthode dépend fortement des modes à identifier. Le choix des modes cibles à caractériser en essais est donc primordial dans la construction du plan de mesures par la méthode de l'indépendance effective.

Par ailleurs, plusieurs ouvertures concernant cette méthode restent possibles.

On dispose d'un plan de mesure. Mais est-il optimal ? Lorsque l'on parle d'optimalité du plan de mesures, deux questions surviennent à l'issue de ces études menées sur le système poutre et sur A5ESC-A :

- Le nombre de capteurs obtenu est-il vraiment optimal ? Aujourd'hui, la réponse est incomplète. En effet, le nombre de capteurs fourni par l'algorithme est optimal pour la valeur seuil fournie par l'utilisateur. Cette valeur seuil (valeur minimum du VIE) détermine entièrement la taille du plan de mesures, et à l'heure actuelle, aucune étude sur ce critère d'élimination n'a été effectuée, et il semble qu'aucune loi mathématique ne lie cette valeur aux nombres de modes cibles et à la taille de l'ensemble des emplacements potentiels de départ.
- Les emplacements de capteurs sont-ils optimaux ? Les instrumentations réalisées en essais à partir de nos plans de mesures permettront-elles d'identifier plus facilement les modes cibles qui nous intéressent ? Aucune réponse ne peut être donnée pour le moment. A la suite des essais MD, et dans le cas de l'utilisation d'un plan de mesures « KAMMER », nous pourrions savoir si l'identification modale a été plus aisée que dans le cas d'un plan de mesures « sens de l'ingénieur ». L'application du critère de MAC (Modal Assurance Criteria) traitant de la corrélation entre les modes théoriques et les modes d'essais, pourra également nous informer sur la qualité de cette identification modale. En cas de bons résultats, nous pourrions alors dire que l'objectif initial (optimisation d'un plan de mesures) est atteint.

A l'heure actuelle, une solution envisageable est la construction de plans de mesures « KAMMER » et « sens de l'ingénieur ». En effet, ces différentes études montrent que l'intervention des ingénieurs est nécessaire à la construction d'un plan d'instrumentations par la méthode de l'indépendance effective, notamment dans la réduction des emplacements potentiels de départ pour éviter, in fine, la proximité des capteurs.

Enfin, nous remarquons que, dans le placement de capteurs, la méthode pouvait sélectionner des nœuds très proches les uns des autres. Nous avons vu qu'un nœud sélectionné mesurait en moyenne le déplacement dans une à deux directions. Ainsi, deux emplacements proches (nœuds) peuvent mesurer le déplacement dans des directions différentes.

En essai, les capteurs utilisés sont souvent des accéléromètres triaxiaux. Aussi, pour remédier à ce problème de proximité, nous nous sommes demandé s'il y avait un moyen de modifier la méthode de l'indépendance effective traitant les ddls un à un, en une méthode qui traiterait les données nœuds par nœuds, c'est-à-dire, une méthode qui prendrait en compte la participation des trois ddls directement. On pourrait ainsi regrouper l'information en un seul capteur triaxial, plutôt qu'en deux ou trois capteurs uni-axiaux faiblement distants.

CONCLUSION

L'objectif principal de mon stage était de déterminer, à partir des données mathématiques et dynamiques, le nombre de capteurs minimal et leur emplacement optimal respectif sur la structure à étudier, et ce, afin d'avoir la meilleure identification modale possible lors des essais. En effet, dans le développement d'un nouveau lanceur, la phase de qualification est vraiment importante. Elle permet de montrer, grâce à l'identification modale, que toutes les hypothèses faites, et donc tous les modèles numériques créés, sont, in fine, bons.

Plusieurs méthodes de construction de plan de mesures existent. Elles sont soit basées sur l'énergie, soit sur les déformées modales ou peuvent encore être des méthodes statistiques de covariance.

Compte-tenu des données (modèle mathématiques EF) et du problème posé (identification modale), je recommande la méthode qui me semble la plus appropriée : la méthode de l'indépendance effective.

Cette méthode s'appuie sur la contribution d'un ddl donné aux déplacements modaux. Elle est itérative et permet donc, de supprimer, à chaque itération, le ddl de plus faible contribution. Cette méthode repose principalement sur un critère d'élimination des emplacements potentiels de capteurs. Plusieurs études de sensibilité sur ce paramètre ont été nécessaires à sa compréhension, et, il semble qu'aucune loi mathématique ne lie ce dernier au nombre de modes cibles et au nombre d'emplacements de capteurs potentiels initiaux. Une étude de sensibilité de ce paramètre est donc nécessaire pour chaque nouveau système étudié.

L'optimalité du plan d'instrumentation est étroitement lié au critère d'élimination et, à ce jour, plusieurs questions subsistent :

- Le nombre de capteurs obtenu est-il vraiment optimal ?
- Les emplacements de capteurs sont-ils optimaux ?

De plus, des améliorations de la méthode restent possibles. J'ai traité l'exemple d'une optimisation de plan de mesures « mode à mode », mais également une optimisation prenant en compte la contribution énergétique de chaque ddl.

Le temps m'a manqué pour réfléchir et mettre en place une méthode d'optimisation de plan de mesures par nœud et non plus par ddl ; également pour mettre en place une des autres méthodes présentées dans le rapport. Cela aurait pu améliorer mes comparaisons et ainsi qualifier aux mieux les différentes méthodes.

Je regrette de ne pas avoir pu assister à des essais d'identification modale, mais compte-tenu du contexte et du planning des essais, je comprends que ce souhait n'ait pas pu être réalisé pendant mon stage.

A l'issue de ces 6 mois de stage chez Astrium ST, j'ai le sentiment d'avoir vécu une expérience réellement enrichissante sur le plan professionnel et humain.

Ce stage a été instructif d'un point de vue personnel, dans la mesure où j'ai eu l'occasion de rencontrer différentes personnes de métiers différents. J'ai ainsi vu comment fonctionne une équipe, à quelles contraintes elle fait face, quels éléments elle doit gérer quotidiennement. Ce stage, aux côtés d'ingénieurs, a permis de me conforter dans l'idée que mon futur travail requiert des qualités nécessaires, telles que l'autonomie, l'initiative, l'esprit de synthèse ou encore la réactivité face à un problème donné.

Par ailleurs, mon sujet de stage était vraiment captivant dans la mesure où le besoin est réel. La méthode d'optimisation que j'ai mise en place peut encore être améliorée, mais elle a l'avantage d'être applicable à n'importe quelle structure dynamique. Sa totale efficacité n'a pas encore été démontrée, quelques post-traitements des essais MD y seront nécessaires. Par la suite, si elle est satisfaisante, la méthode développée sera un outil incontournable dans la détermination d'un plan de mesures, d'autant plus qu'il existe une réelle perte de savoir et compétences due à la rareté de tels essais et au roulement naturel des équipes responsables.

REFERENCES

- [R1] T.CLAUSOLLES
PROGRAMME RAF 96 – Optimisation des essais dynamiques
ETUDE n°36-113-11-04 (Document Astrium)

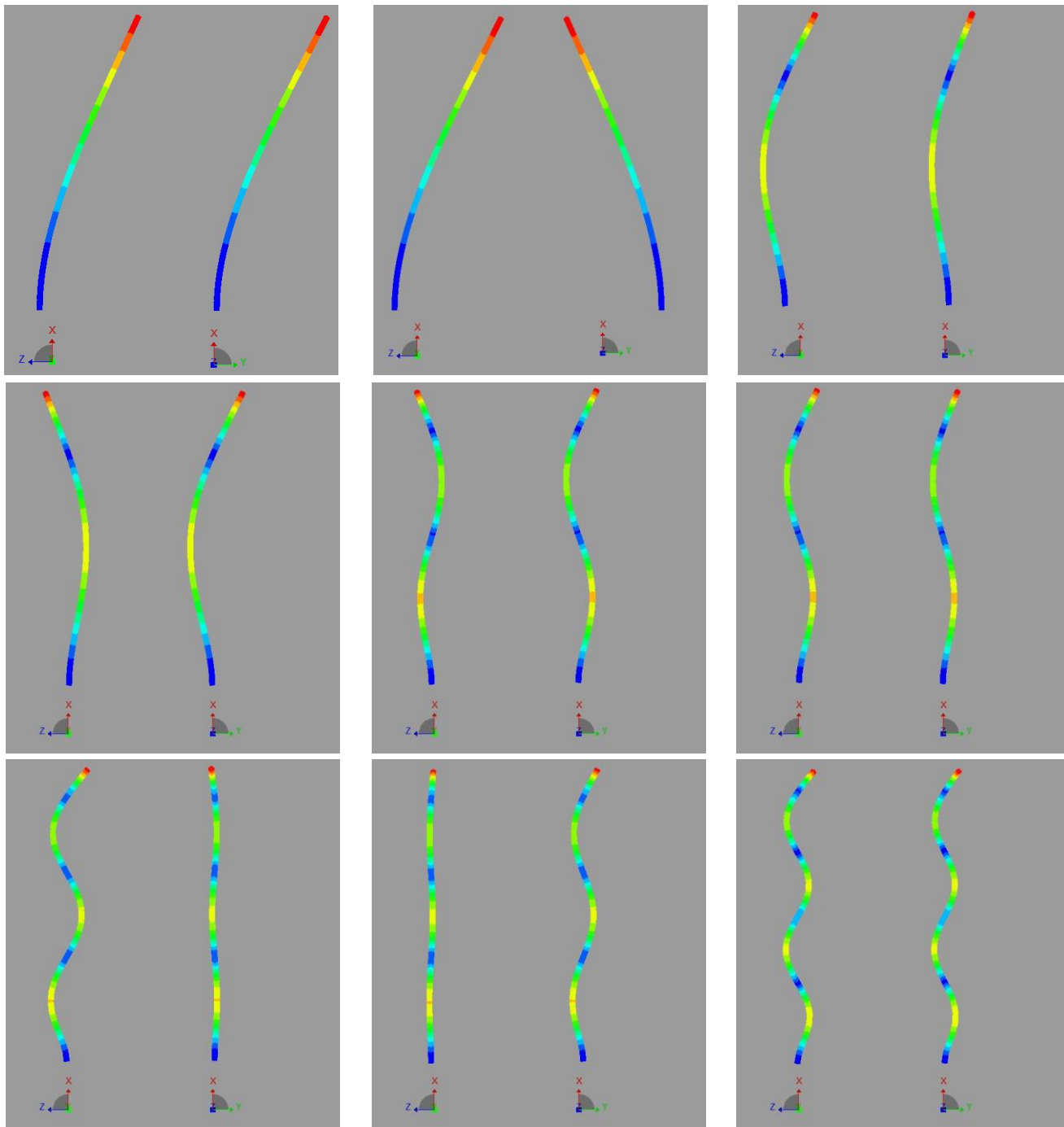
- [R2] M. MEO, G. ZUMPARO
On the Optimal Sensor Placement Techniques for a Bridge Structure
Engineering Structures 27 (2005) 1488-1497

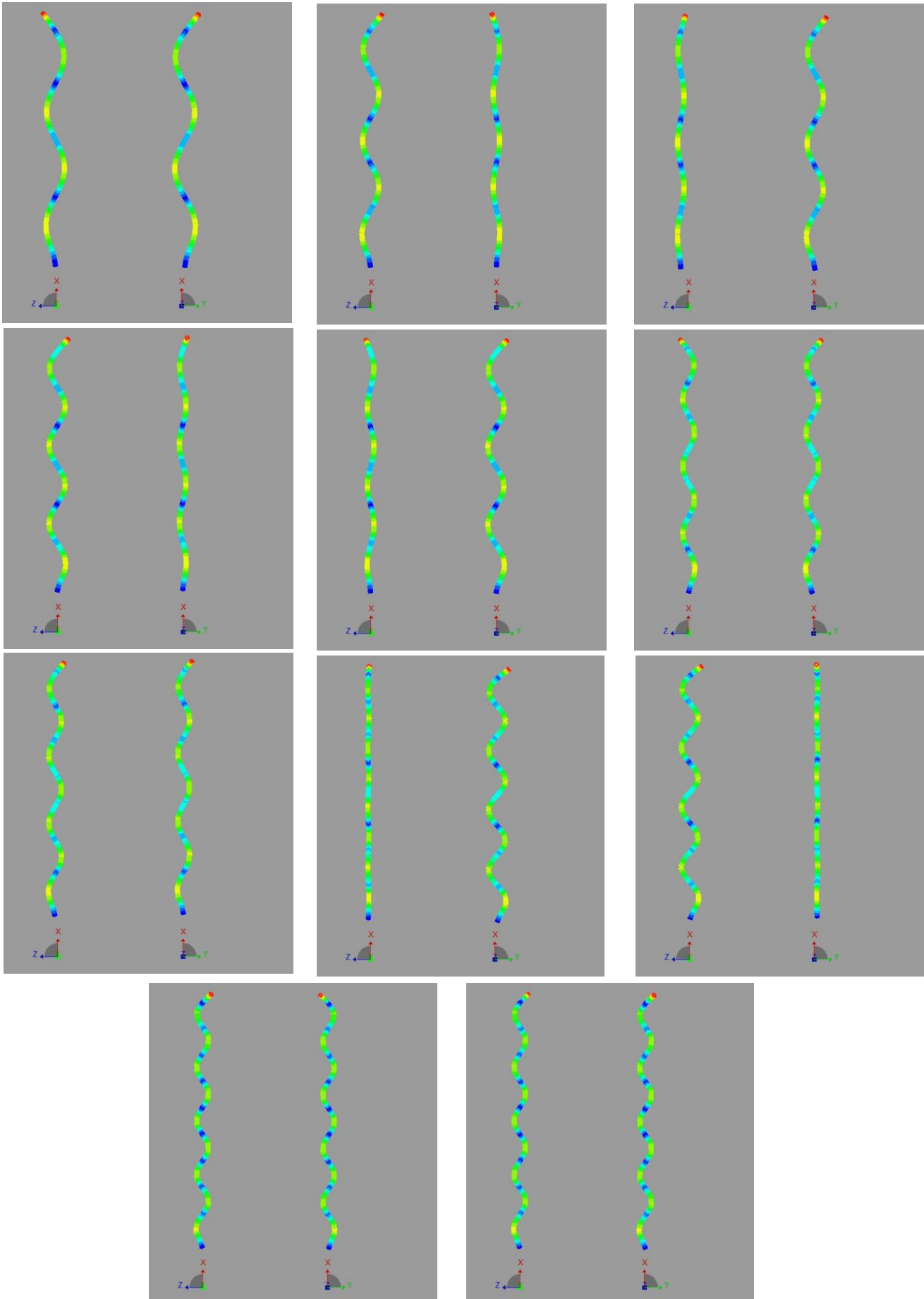
- [R3] D.C. KAMMER
Sensor Placement for On-Orbit Modal Identification and Correlation of Large Space
Structure
Journal of Guidance, March-April 1991, Vol. 14 n°2, 251-259

- [R4] F.E. UDWADIA and J.A. GARBA
Optimal sensor locations for structural identification
JPL Proceedings of the Workshop on Identification and Control of Flexible Space Structures,
April 1985 247-261

I. ANNEXES POUTRE

1. VISUALISATION DES MODES "CIBLES" POUR LE CAS TEST





MODE 1 – FREQUENCE : 1.9162 Hz	MODE 8 – FREQUENCE : 65.8932 Hz	MODE 15 – FREQUENCE : 302.6577 Hz
MODE 2 – FREQUENCE : 1.9162 Hz	MODE 9 – FREQUENCE : 108.9289 Hz	MODE 16 – FREQUENCE : 302.6577 Hz
MODE 3 – FREQUENCE : 12.009 Hz	MODE 10 – FREQUENCE : 108.9289 Hz	MODE 17 – FREQUENCE : 388.8203 Hz
MODE 4 – FREQUENCE : 12.009 Hz	MODE 11 – FREQUENCE : 162.7286 Hz	MODE 18 – FREQUENCE : 388.8203 Hz
MODE 5 – FREQUENCE : 33.6255 Hz	MODE 12 – FREQUENCE : 162.7287 Hz	MODE 19 – FREQUENCE : 485.8180 Hz
MODE 6 – FREQUENCE : 33.6255 Hz	MODE 13 – FREQUENCE : 227.3006 Hz	MODE 20 – FREQUENCE : 485.8180 Hz
MODE 7 – FREQUENCE : 65.8932 Hz	MODE 14 – FREQUENCE : 227.3009 Hz	

2. DDLs SUPPRIMES PAR ITERATION (NŒUD + DDL) POUR LE CAS TEST

Iteration = 1 ;	1 1	Iteration = 51 ;	49 1	Iteration = 101 ;	99 1	Iteration = 151 ;	149 1
Iteration = 2 ;	1 2	Iteration = 52 ;	50 1	Iteration = 102 ;	100 1	Iteration = 152 ;	150 1
Iteration = 3 ;	1 3	Iteration = 53 ;	51 1	Iteration = 103 ;	101 1	Iteration = 153 ;	151 1
Iteration = 4 ;	2 1	Iteration = 54 ;	52 1	Iteration = 104 ;	102 1	Iteration = 154 ;	152 1
Iteration = 5 ;	3 1	Iteration = 55 ;	53 1	Iteration = 105 ;	103 1	Iteration = 155 ;	153 1
Iteration = 6 ;	4 1	Iteration = 56 ;	54 1	Iteration = 106 ;	104 1	Iteration = 156 ;	154 1
Iteration = 7 ;	5 1	Iteration = 57 ;	55 1	Iteration = 107 ;	105 1	Iteration = 157 ;	155 1
Iteration = 8 ;	6 1	Iteration = 58 ;	56 1	Iteration = 108 ;	106 1	Iteration = 158 ;	156 1
Iteration = 9 ;	7 1	Iteration = 59 ;	57 1	Iteration = 109 ;	107 1	Iteration = 159 ;	157 1
Iteration = 10 ;	8 1	Iteration = 60 ;	58 1	Iteration = 110 ;	108 1	Iteration = 160 ;	158 1
Iteration = 11 ;	9 1	Iteration = 61 ;	59 1	Iteration = 111 ;	109 1	Iteration = 161 ;	159 1
Iteration = 12 ;	10 1	Iteration = 62 ;	60 1	Iteration = 112 ;	110 1	Iteration = 162 ;	160 1
Iteration = 13 ;	11 1	Iteration = 63 ;	61 1	Iteration = 113 ;	111 1	Iteration = 163 ;	161 1
Iteration = 14 ;	12 1	Iteration = 64 ;	62 1	Iteration = 114 ;	112 1	Iteration = 164 ;	162 1
Iteration = 15 ;	13 1	Iteration = 65 ;	63 1	Iteration = 115 ;	113 1	Iteration = 165 ;	163 1
Iteration = 16 ;	14 1	Iteration = 66 ;	64 1	Iteration = 116 ;	114 1	Iteration = 166 ;	164 1
Iteration = 17 ;	15 1	Iteration = 67 ;	65 1	Iteration = 117 ;	115 1	Iteration = 167 ;	165 1
Iteration = 18 ;	16 1	Iteration = 68 ;	66 1	Iteration = 118 ;	116 1	Iteration = 168 ;	166 1
Iteration = 19 ;	17 1	Iteration = 69 ;	67 1	Iteration = 119 ;	117 1	Iteration = 169 ;	167 1
Iteration = 20 ;	18 1	Iteration = 70 ;	68 1	Iteration = 120 ;	118 1	Iteration = 170 ;	168 1
Iteration = 21 ;	19 1	Iteration = 71 ;	69 1	Iteration = 121 ;	119 1	Iteration = 171 ;	169 1
Iteration = 22 ;	20 1	Iteration = 72 ;	70 1	Iteration = 122 ;	120 1	Iteration = 172 ;	170 1
Iteration = 23 ;	21 1	Iteration = 73 ;	71 1	Iteration = 123 ;	121 1	Iteration = 173 ;	171 1
Iteration = 24 ;	22 1	Iteration = 74 ;	72 1	Iteration = 124 ;	122 1	Iteration = 174 ;	172 1
Iteration = 25 ;	23 1	Iteration = 75 ;	73 1	Iteration = 125 ;	123 1	Iteration = 175 ;	173 1
Iteration = 26 ;	24 1	Iteration = 76 ;	74 1	Iteration = 126 ;	124 1	Iteration = 176 ;	174 1
Iteration = 27 ;	25 1	Iteration = 77 ;	75 1	Iteration = 127 ;	125 1	Iteration = 177 ;	175 1
Iteration = 28 ;	26 1	Iteration = 78 ;	76 1	Iteration = 128 ;	126 1	Iteration = 178 ;	176 1
Iteration = 29 ;	27 1	Iteration = 79 ;	77 1	Iteration = 129 ;	127 1	Iteration = 179 ;	177 1
Iteration = 30 ;	28 1	Iteration = 80 ;	78 1	Iteration = 130 ;	128 1	Iteration = 180 ;	178 1
Iteration = 31 ;	29 1	Iteration = 81 ;	79 1	Iteration = 131 ;	129 1	Iteration = 181 ;	179 1
Iteration = 32 ;	30 1	Iteration = 82 ;	80 1	Iteration = 132 ;	130 1	Iteration = 182 ;	180 1
Iteration = 33 ;	31 1	Iteration = 83 ;	81 1	Iteration = 133 ;	131 1	Iteration = 183 ;	181 1
Iteration = 34 ;	32 1	Iteration = 84 ;	82 1	Iteration = 134 ;	132 1	Iteration = 184 ;	182 1
Iteration = 35 ;	33 1	Iteration = 85 ;	83 1	Iteration = 135 ;	133 1	Iteration = 185 ;	183 1
Iteration = 36 ;	34 1	Iteration = 86 ;	84 1	Iteration = 136 ;	134 1	Iteration = 186 ;	184 1
Iteration = 37 ;	35 1	Iteration = 87 ;	85 1	Iteration = 137 ;	135 1	Iteration = 187 ;	185 1
Iteration = 38 ;	36 1	Iteration = 88 ;	86 1	Iteration = 138 ;	136 1	Iteration = 188 ;	186 1
Iteration = 39 ;	37 1	Iteration = 89 ;	87 1	Iteration = 139 ;	137 1	Iteration = 189 ;	187 1
Iteration = 40 ;	38 1	Iteration = 90 ;	88 1	Iteration = 140 ;	138 1	Iteration = 190 ;	188 1
Iteration = 41 ;	39 1	Iteration = 91 ;	89 1	Iteration = 141 ;	139 1	Iteration = 191 ;	189 1
Iteration = 42 ;	40 1	Iteration = 92 ;	90 1	Iteration = 142 ;	140 1	Iteration = 192 ;	190 1
Iteration = 43 ;	41 1	Iteration = 93 ;	91 1	Iteration = 143 ;	141 1	Iteration = 193 ;	191 1
Iteration = 44 ;	42 1	Iteration = 94 ;	92 1	Iteration = 144 ;	142 1	Iteration = 194 ;	192 1
Iteration = 45 ;	43 1	Iteration = 95 ;	93 1	Iteration = 145 ;	143 1	Iteration = 195 ;	193 1
Iteration = 46 ;	44 1	Iteration = 96 ;	94 1	Iteration = 146 ;	144 1	Iteration = 196 ;	194 1
Iteration = 47 ;	45 1	Iteration = 97 ;	95 1	Iteration = 147 ;	145 1	Iteration = 197 ;	195 1
Iteration = 48 ;	46 1	Iteration = 98 ;	96 1	Iteration = 148 ;	146 1	Iteration = 198 ;	196 1
Iteration = 49 ;	47 1	Iteration = 99 ;	97 1	Iteration = 149 ;	147 1	Iteration = 199 ;	197 1
Iteration = 50 ;	48 1	Iteration = 100 ;	98 1	Iteration = 150 ;	148 1	Iteration = 200 ;	198 1

Iteration = 201 ;	199 1	Iteration = 269 ;	267 1	Iteration = 337 ;	19 3	Iteration = 405 ;	286 2
Iteration = 202 ;	200 1	Iteration = 270 ;	268 1	Iteration = 338 ;	19 2	Iteration = 406 ;	286 3
Iteration = 203 ;	201 1	Iteration = 271 ;	269 1	Iteration = 339 ;	20 3	Iteration = 407 ;	78 3
Iteration = 204 ;	202 1	Iteration = 272 ;	270 1	Iteration = 340 ;	20 2	Iteration = 408 ;	78 2
Iteration = 205 ;	203 1	Iteration = 273 ;	271 1	Iteration = 341 ;	256 2	Iteration = 409 ;	194 2
Iteration = 206 ;	204 1	Iteration = 274 ;	272 1	Iteration = 342 ;	256 3	Iteration = 410 ;	194 3
Iteration = 207 ;	205 1	Iteration = 275 ;	273 1	Iteration = 343 ;	21 3	Iteration = 411 ;	108 3
Iteration = 208 ;	206 1	Iteration = 276 ;	274 1	Iteration = 344 ;	21 2	Iteration = 412 ;	108 2
Iteration = 209 ;	207 1	Iteration = 277 ;	275 1	Iteration = 345 ;	284 3	Iteration = 413 ;	22 3
Iteration = 210 ;	208 1	Iteration = 278 ;	276 1	Iteration = 346 ;	284 2	Iteration = 414 ;	22 2
Iteration = 211 ;	209 1	Iteration = 279 ;	277 1	Iteration = 347 ;	255 3	Iteration = 415 ;	164 3
Iteration = 212 ;	210 1	Iteration = 280 ;	278 1	Iteration = 348 ;	255 2	Iteration = 416 ;	164 2
Iteration = 213 ;	211 1	Iteration = 281 ;	279 1	Iteration = 349 ;	47 2	Iteration = 417 ;	49 2
Iteration = 214 ;	212 1	Iteration = 282 ;	280 1	Iteration = 350 ;	47 3	Iteration = 418 ;	49 3
Iteration = 215 ;	213 1	Iteration = 283 ;	281 1	Iteration = 351 ;	226 3	Iteration = 419 ;	134 2
Iteration = 216 ;	214 1	Iteration = 284 ;	282 1	Iteration = 352 ;	226 2	Iteration = 420 ;	134 3
Iteration = 217 ;	215 1	Iteration = 285 ;	283 1	Iteration = 353 ;	76 3	Iteration = 421 ;	253 3
Iteration = 218 ;	216 1	Iteration = 286 ;	284 1	Iteration = 354 ;	76 2	Iteration = 422 ;	253 2
Iteration = 219 ;	217 1	Iteration = 287 ;	285 1	Iteration = 355 ;	257 2	Iteration = 423 ;	282 2
Iteration = 220 ;	218 1	Iteration = 288 ;	286 1	Iteration = 356 ;	257 3	Iteration = 424 ;	282 3
Iteration = 221 ;	219 1	Iteration = 289 ;	287 1	Iteration = 357 ;	46 2	Iteration = 425 ;	223 3
Iteration = 222 ;	220 1	Iteration = 290 ;	288 1	Iteration = 358 ;	46 3	Iteration = 426 ;	223 2
Iteration = 223 ;	221 1	Iteration = 291 ;	289 1	Iteration = 359 ;	196 3	Iteration = 427 ;	74 2
Iteration = 224 ;	222 1	Iteration = 292 ;	290 1	Iteration = 360 ;	196 2	Iteration = 428 ;	74 3
Iteration = 225 ;	223 1	Iteration = 293 ;	291 1	Iteration = 361 ;	285 2	Iteration = 429 ;	193 2
Iteration = 226 ;	224 1	Iteration = 294 ;	292 1	Iteration = 362 ;	285 3	Iteration = 430 ;	193 3
Iteration = 227 ;	225 1	Iteration = 295 ;	293 1	Iteration = 363 ;	106 2	Iteration = 431 ;	104 3
Iteration = 228 ;	226 1	Iteration = 296 ;	294 1	Iteration = 364 ;	106 3	Iteration = 432 ;	104 2
Iteration = 229 ;	227 1	Iteration = 297 ;	295 1	Iteration = 365 ;	166 3	Iteration = 433 ;	138 2
Iteration = 230 ;	228 1	Iteration = 298 ;	296 1	Iteration = 366 ;	166 2	Iteration = 434 ;	138 3
Iteration = 231 ;	229 1	Iteration = 299 ;	297 1	Iteration = 367 ;	136 3	Iteration = 435 ;	168 3
Iteration = 232 ;	230 1	Iteration = 300 ;	298 1	Iteration = 368 ;	136 2	Iteration = 436 ;	168 2
Iteration = 233 ;	231 1	Iteration = 301 ;	299 1	Iteration = 369 ;	225 3	Iteration = 437 ;	259 2
Iteration = 234 ;	232 1	Iteration = 302 ;	300 1	Iteration = 370 ;	225 2	Iteration = 438 ;	259 3
Iteration = 235 ;	233 1	Iteration = 303 ;	2 3	Iteration = 371 ;	77 3	Iteration = 439 ;	44 2
Iteration = 236 ;	234 1	Iteration = 304 ;	2 2	Iteration = 372 ;	77 2	Iteration = 440 ;	44 3
Iteration = 237 ;	235 1	Iteration = 305 ;	3 3	Iteration = 373 ;	195 2	Iteration = 441 ;	228 3
Iteration = 238 ;	236 1	Iteration = 306 ;	3 2	Iteration = 374 ;	195 3	Iteration = 442 ;	228 2
Iteration = 239 ;	237 1	Iteration = 307 ;	4 3	Iteration = 375 ;	48 2	Iteration = 443 ;	79 3
Iteration = 240 ;	238 1	Iteration = 308 ;	4 2	Iteration = 376 ;	48 3	Iteration = 444 ;	79 2
Iteration = 241 ;	239 1	Iteration = 309 ;	5 3	Iteration = 377 ;	254 2	Iteration = 445 ;	198 2
Iteration = 242 ;	240 1	Iteration = 310 ;	5 2	Iteration = 378 ;	254 3	Iteration = 446 ;	198 3
Iteration = 243 ;	241 1	Iteration = 311 ;	6 3	Iteration = 379 ;	283 2	Iteration = 447 ;	287 2
Iteration = 244 ;	242 1	Iteration = 312 ;	6 2	Iteration = 380 ;	283 3	Iteration = 448 ;	287 3
Iteration = 245 ;	243 1	Iteration = 313 ;	7 3	Iteration = 381 ;	107 3	Iteration = 449 ;	109 2
Iteration = 246 ;	244 1	Iteration = 314 ;	7 2	Iteration = 382 ;	107 2	Iteration = 450 ;	109 3
Iteration = 247 ;	245 1	Iteration = 315 ;	8 3	Iteration = 383 ;	165 3	Iteration = 451 ;	163 3
Iteration = 248 ;	246 1	Iteration = 316 ;	8 2	Iteration = 384 ;	165 2	Iteration = 452 ;	163 2
Iteration = 249 ;	247 1	Iteration = 317 ;	9 3	Iteration = 385 ;	135 2	Iteration = 453 ;	133 3
Iteration = 250 ;	248 1	Iteration = 318 ;	9 2	Iteration = 386 ;	135 3	Iteration = 454 ;	133 2
Iteration = 251 ;	249 1	Iteration = 319 ;	10 3	Iteration = 387 ;	224 2	Iteration = 455 ;	50 2
Iteration = 252 ;	250 1	Iteration = 320 ;	10 2	Iteration = 388 ;	224 3	Iteration = 456 ;	50 3
Iteration = 253 ;	251 1	Iteration = 321 ;	11 3	Iteration = 389 ;	75 3	Iteration = 457 ;	252 2
Iteration = 254 ;	252 1	Iteration = 322 ;	11 2	Iteration = 390 ;	75 2	Iteration = 458 ;	252 3
Iteration = 255 ;	253 1	Iteration = 323 ;	12 3	Iteration = 391 ;	197 2	Iteration = 459 ;	222 3
Iteration = 256 ;	254 1	Iteration = 324 ;	12 2	Iteration = 392 ;	197 3	Iteration = 460 ;	222 2
Iteration = 257 ;	255 1	Iteration = 325 ;	13 3	Iteration = 393 ;	105 3	Iteration = 461 ;	73 2
Iteration = 258 ;	256 1	Iteration = 326 ;	13 2	Iteration = 394 ;	105 2	Iteration = 462 ;	73 3
Iteration = 259 ;	257 1	Iteration = 327 ;	14 3	Iteration = 395 ;	258 3	Iteration = 463 ;	103 2
Iteration = 260 ;	258 1	Iteration = 328 ;	14 2	Iteration = 396 ;	258 2	Iteration = 464 ;	103 3
Iteration = 261 ;	259 1	Iteration = 329 ;	15 3	Iteration = 397 ;	45 2	Iteration = 465 ;	192 2
Iteration = 262 ;	260 1	Iteration = 330 ;	15 2	Iteration = 398 ;	45 3	Iteration = 466 ;	192 3
Iteration = 263 ;	261 1	Iteration = 331 ;	16 3	Iteration = 399 ;	167 2	Iteration = 467 ;	139 3
Iteration = 264 ;	262 1	Iteration = 332 ;	16 2	Iteration = 400 ;	167 3	Iteration = 468 ;	139 2
Iteration = 265 ;	263 1	Iteration = 333 ;	17 3	Iteration = 401 ;	137 2	Iteration = 469 ;	281 3
Iteration = 266 ;	264 1	Iteration = 334 ;	17 2	Iteration = 402 ;	137 3	Iteration = 470 ;	281 2
Iteration = 267 ;	265 1	Iteration = 335 ;	18 3	Iteration = 403 ;	227 3	Iteration = 471 ;	169 2
Iteration = 268 ;	266 1	Iteration = 336 ;	18 2	Iteration = 404 ;	227 2	Iteration = 472 ;	169 3

Iteration = 473 ;	43 2	Iteration = 541 ;	71 3	Iteration = 609 ;	173 2	Iteration = 677 ;	67 3
Iteration = 474 ;	43 3	Iteration = 542 ;	71 2	Iteration = 610 ;	173 3	Iteration = 678 ;	67 2
Iteration = 475 ;	229 3	Iteration = 543 ;	24 2	Iteration = 611 ;	40 2	Iteration = 679 ;	115 2
Iteration = 476 ;	229 2	Iteration = 544 ;	24 3	Iteration = 612 ;	40 3	Iteration = 680 ;	115 3
Iteration = 477 ;	260 2	Iteration = 545 ;	171 2	Iteration = 613 ;	264 2	Iteration = 681 ;	205 3
Iteration = 478 ;	260 3	Iteration = 546 ;	171 3	Iteration = 614 ;	264 3	Iteration = 682 ;	205 2
Iteration = 479 ;	80 3	Iteration = 547 ;	231 3	Iteration = 615 ;	69 2	Iteration = 683 ;	145 2
Iteration = 480 ;	80 2	Iteration = 548 ;	231 2	Iteration = 616 ;	69 3	Iteration = 684 ;	145 3
Iteration = 481 ;	199 3	Iteration = 549 ;	262 3	Iteration = 617 ;	291 2	Iteration = 685 ;	175 2
Iteration = 482 ;	199 2	Iteration = 550 ;	262 2	Iteration = 618 ;	291 3	Iteration = 686 ;	175 3
Iteration = 483 ;	162 3	Iteration = 551 ;	201 2	Iteration = 619 ;	248 3	Iteration = 687 ;	266 2
Iteration = 484 ;	162 2	Iteration = 552 ;	201 3	Iteration = 620 ;	248 2	Iteration = 688 ;	266 3
Iteration = 485 ;	23 3	Iteration = 553 ;	82 3	Iteration = 621 ;	218 2	Iteration = 689 ;	27 2
Iteration = 486 ;	23 2	Iteration = 554 ;	82 2	Iteration = 622 ;	218 3	Iteration = 690 ;	27 3
Iteration = 487 ;	110 2	Iteration = 555 ;	160 3	Iteration = 623 ;	188 2	Iteration = 691 ;	56 2
Iteration = 488 ;	110 3	Iteration = 556 ;	160 2	Iteration = 624 ;	188 3	Iteration = 692 ;	56 3
Iteration = 489 ;	132 2	Iteration = 557 ;	130 3	Iteration = 625 ;	84 3	Iteration = 693 ;	293 2
Iteration = 490 ;	132 3	Iteration = 558 ;	130 2	Iteration = 626 ;	84 2	Iteration = 694 ;	293 3
Iteration = 491 ;	51 2	Iteration = 559 ;	41 2	Iteration = 627 ;	158 3	Iteration = 695 ;	216 3
Iteration = 492 ;	51 3	Iteration = 560 ;	41 3	Iteration = 628 ;	158 2	Iteration = 696 ;	216 2
Iteration = 493 ;	288 3	Iteration = 561 ;	100 3	Iteration = 629 ;	128 3	Iteration = 697 ;	246 2
Iteration = 494 ;	288 2	Iteration = 562 ;	100 2	Iteration = 630 ;	128 2	Iteration = 698 ;	246 3
Iteration = 495 ;	251 2	Iteration = 563 ;	279 2	Iteration = 631 ;	278 3	Iteration = 699 ;	186 2
Iteration = 496 ;	251 3	Iteration = 564 ;	279 3	Iteration = 632 ;	278 2	Iteration = 700 ;	186 3
Iteration = 497 ;	221 2	Iteration = 565 ;	232 3	Iteration = 633 ;	39 2	Iteration = 701 ;	86 3
Iteration = 498 ;	221 3	Iteration = 566 ;	232 2	Iteration = 634 ;	39 3	Iteration = 702 ;	86 2
Iteration = 499 ;	102 2	Iteration = 567 ;	70 3	Iteration = 635 ;	98 3	Iteration = 703 ;	156 3
Iteration = 500 ;	102 3	Iteration = 568 ;	70 2	Iteration = 636 ;	98 2	Iteration = 704 ;	156 2
Iteration = 501 ;	191 2	Iteration = 569 ;	112 2	Iteration = 637 ;	234 2	Iteration = 705 ;	126 2
Iteration = 502 ;	191 3	Iteration = 570 ;	112 3	Iteration = 638 ;	234 3	Iteration = 706 ;	126 3
Iteration = 503 ;	72 3	Iteration = 571 ;	202 3	Iteration = 639 ;	68 2	Iteration = 707 ;	37 2
Iteration = 504 ;	72 2	Iteration = 572 ;	202 2	Iteration = 640 ;	68 3	Iteration = 708 ;	37 3
Iteration = 505 ;	140 3	Iteration = 573 ;	142 2	Iteration = 641 ;	204 3	Iteration = 709 ;	276 2
Iteration = 506 ;	140 2	Iteration = 574 ;	142 3	Iteration = 642 ;	204 2	Iteration = 710 ;	276 3
Iteration = 507 ;	170 3	Iteration = 575 ;	172 3	Iteration = 643 ;	114 2	Iteration = 711 ;	96 2
Iteration = 508 ;	170 2	Iteration = 576 ;	172 2	Iteration = 644 ;	114 3	Iteration = 712 ;	96 3
Iteration = 509 ;	230 2	Iteration = 577 ;	53 2	Iteration = 645 ;	144 2	Iteration = 713 ;	236 2
Iteration = 510 ;	230 3	Iteration = 578 ;	53 3	Iteration = 646 ;	144 3	Iteration = 714 ;	236 3
Iteration = 511 ;	261 2	Iteration = 579 ;	249 3	Iteration = 647 ;	174 3	Iteration = 715 ;	116 3
Iteration = 512 ;	261 3	Iteration = 580 ;	249 2	Iteration = 648 ;	174 2	Iteration = 716 ;	116 2
Iteration = 513 ;	200 2	Iteration = 581 ;	290 3	Iteration = 649 ;	26 3	Iteration = 717 ;	66 3
Iteration = 514 ;	200 3	Iteration = 582 ;	290 2	Iteration = 650 ;	26 2	Iteration = 718 ;	66 2
Iteration = 515 ;	81 3	Iteration = 583 ;	219 3	Iteration = 651 ;	265 3	Iteration = 719 ;	206 2
Iteration = 516 ;	81 2	Iteration = 584 ;	219 2	Iteration = 652 ;	265 2	Iteration = 720 ;	206 3
Iteration = 517 ;	42 3	Iteration = 585 ;	83 3	Iteration = 653 ;	55 2	Iteration = 721 ;	146 3
Iteration = 518 ;	42 2	Iteration = 586 ;	83 2	Iteration = 654 ;	55 3	Iteration = 722 ;	146 2
Iteration = 519 ;	161 3	Iteration = 587 ;	25 3	Iteration = 655 ;	292 3	Iteration = 723 ;	176 3
Iteration = 520 ;	161 2	Iteration = 588 ;	25 2	Iteration = 656 ;	292 2	Iteration = 724 ;	176 2
Iteration = 521 ;	131 3	Iteration = 589 ;	189 2	Iteration = 657 ;	247 3	Iteration = 725 ;	267 3
Iteration = 522 ;	131 2	Iteration = 590 ;	189 3	Iteration = 658 ;	247 2	Iteration = 726 ;	267 2
Iteration = 523 ;	280 3	Iteration = 591 ;	263 2	Iteration = 659 ;	217 3	Iteration = 727 ;	294 2
Iteration = 524 ;	280 2	Iteration = 592 ;	263 3	Iteration = 660 ;	217 2	Iteration = 728 ;	294 3
Iteration = 525 ;	101 3	Iteration = 593 ;	159 3	Iteration = 661 ;	187 2	Iteration = 729 ;	28 3
Iteration = 526 ;	101 2	Iteration = 594 ;	159 2	Iteration = 662 ;	187 3	Iteration = 730 ;	28 2
Iteration = 527 ;	250 2	Iteration = 595 ;	129 3	Iteration = 663 ;	85 2	Iteration = 731 ;	57 3
Iteration = 528 ;	250 3	Iteration = 596 ;	129 2	Iteration = 664 ;	85 3	Iteration = 732 ;	57 2
Iteration = 529 ;	52 2	Iteration = 597 ;	99 2	Iteration = 665 ;	157 3	Iteration = 733 ;	215 3
Iteration = 530 ;	52 3	Iteration = 598 ;	99 3	Iteration = 666 ;	157 2	Iteration = 734 ;	215 2
Iteration = 531 ;	220 3	Iteration = 599 ;	54 2	Iteration = 667 ;	127 2	Iteration = 735 ;	245 2
Iteration = 532 ;	220 2	Iteration = 600 ;	54 3	Iteration = 668 ;	127 3	Iteration = 736 ;	245 3
Iteration = 533 ;	111 2	Iteration = 601 ;	233 2	Iteration = 669 ;	38 3	Iteration = 737 ;	185 2
Iteration = 534 ;	111 3	Iteration = 602 ;	233 3	Iteration = 670 ;	38 2	Iteration = 738 ;	185 3
Iteration = 535 ;	190 2	Iteration = 603 ;	113 2	Iteration = 671 ;	277 2	Iteration = 739 ;	87 3
Iteration = 536 ;	190 3	Iteration = 604 ;	113 3	Iteration = 672 ;	277 3	Iteration = 740 ;	87 2
Iteration = 537 ;	141 2	Iteration = 605 ;	203 2	Iteration = 673 ;	97 2	Iteration = 741 ;	155 3
Iteration = 538 ;	141 3	Iteration = 606 ;	203 3	Iteration = 674 ;	97 3	Iteration = 742 ;	155 2
Iteration = 539 ;	289 2	Iteration = 607 ;	143 2	Iteration = 675 ;	235 3	Iteration = 743 ;	125 2
Iteration = 540 ;	289 3	Iteration = 608 ;	143 3	Iteration = 676 ;	235 2	Iteration = 744 ;	125 3

Iteration = 745 ;	36 3	Iteration = 778 ;	154 3	Iteration = 811 ;	183 2	Iteration = 844 ;	60 2
Iteration = 746 ;	36 2	Iteration = 779 ;	88 2	Iteration = 812 ;	183 3	Iteration = 845 ;	271 3
Iteration = 747 ;	95 2	Iteration = 780 ;	88 3	Iteration = 813 ;	153 3	Iteration = 846 ;	271 2
Iteration = 748 ;	95 3	Iteration = 781 ;	124 2	Iteration = 814 ;	153 2	Iteration = 847 ;	31 3
Iteration = 749 ;	268 3	Iteration = 782 ;	124 3	Iteration = 815 ;	243 3	Iteration = 848 ;	31 2
Iteration = 750 ;	268 2	Iteration = 783 ;	35 2	Iteration = 816 ;	243 2	Iteration = 849 ;	240 3
Iteration = 751 ;	237 2	Iteration = 784 ;	35 3	Iteration = 817 ;	123 2	Iteration = 850 ;	240 2
Iteration = 752 ;	237 3	Iteration = 785 ;	269 3	Iteration = 818 ;	123 3	Iteration = 851 ;	90 2
Iteration = 753 ;	117 3	Iteration = 786 ;	269 2	Iteration = 819 ;	89 3	Iteration = 852 ;	90 3
Iteration = 754 ;	117 2	Iteration = 787 ;	94 2	Iteration = 820 ;	89 2	Iteration = 853 ;	120 2
Iteration = 755 ;	207 2	Iteration = 788 ;	94 3	Iteration = 821 ;	297 3	Iteration = 854 ;	120 3
Iteration = 756 ;	207 3	Iteration = 789 ;	238 3	Iteration = 822 ;	297 2	Iteration = 855 ;	150 2
Iteration = 757 ;	147 3	Iteration = 790 ;	238 2	Iteration = 823 ;	270 2	Iteration = 856 ;	150 3
Iteration = 758 ;	147 2	Iteration = 791 ;	118 3	Iteration = 824 ;	270 3	Iteration = 857 ;	210 2
Iteration = 759 ;	177 3	Iteration = 792 ;	118 2	Iteration = 825 ;	93 3	Iteration = 858 ;	210 3
Iteration = 760 ;	177 2	Iteration = 793 ;	208 3	Iteration = 826 ;	93 2	Iteration = 859 ;	180 2
Iteration = 761 ;	65 3	Iteration = 794 ;	208 2	Iteration = 827 ;	34 3	Iteration = 860 ;	180 3
Iteration = 762 ;	65 2	Iteration = 795 ;	148 2	Iteration = 828 ;	34 2	Iteration = 861 ;	299 3
Iteration = 763 ;	295 3	Iteration = 796 ;	148 3	Iteration = 829 ;	239 2	Iteration = 862 ;	299 2
Iteration = 764 ;	295 2	Iteration = 797 ;	178 3	Iteration = 830 ;	239 3	Iteration = 863 ;	33 3
Iteration = 765 ;	275 2	Iteration = 798 ;	178 2	Iteration = 831 ;	119 3	Iteration = 864 ;	33 2
Iteration = 766 ;	275 3	Iteration = 799 ;	296 3	Iteration = 832 ;	119 2	Iteration = 865 ;	212 3
Iteration = 767 ;	29 2	Iteration = 800 ;	296 2	Iteration = 833 ;	209 3	Iteration = 866 ;	212 2
Iteration = 768 ;	29 3	Iteration = 801 ;	64 3	Iteration = 834 ;	209 2	Iteration = 867 ;	182 2
Iteration = 769 ;	58 2	Iteration = 802 ;	64 2	Iteration = 835 ;	149 2	Iteration = 868 ;	182 3
Iteration = 770 ;	58 3	Iteration = 803 ;	59 3	Iteration = 836 ;	149 3	Iteration = 869 ;	152 2
Iteration = 771 ;	214 3	Iteration = 804 ;	59 2	Iteration = 837 ;	179 2	Iteration = 870 ;	152 3
Iteration = 772 ;	214 2	Iteration = 805 ;	274 3	Iteration = 838 ;	179 3	Iteration = 871 ;	122 2
Iteration = 773 ;	184 3	Iteration = 806 ;	274 2	Iteration = 839 ;	63 2	Iteration = 872 ;	122 3
Iteration = 774 ;	184 2	Iteration = 807 ;	30 2	Iteration = 840 ;	63 3	Iteration = 873 ;	242 2
Iteration = 775 ;	244 3	Iteration = 808 ;	30 3	Iteration = 841 ;	298 2	Iteration = 874 ;	242 3
Iteration = 776 ;	244 2	Iteration = 809 ;	213 3	Iteration = 842 ;	298 3	Iteration = 875 ;	92 3
Iteration = 777 ;	154 2	Iteration = 810 ;	213 2	Iteration = 843 ;	60 3	Iteration = 876 ;	92 2

3. ETUDE DE SENSIBILITE DU CRITERE D'ELIMINATION

NB CAPTEURS EN SORTIE		NOMBRES DE MODES										
		1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
VALEUR SEUIL	0,00	153	153	153	153	153	153	153	153	153	153	153
	0,10	7	38	78	93	96	97	98	98	107	109	109
	0,20	4	19	38	61	76	96	96	98	102	102	102
	0,30	3	13	28	43	58	69	70	94	101	101	101
	0,40	2	10	20	30	38	48	56	64	76	96	99
	0,50	1	5	14	19	22	35	40	50	61	58	63
	0,60	1	5	10	16	20	26	29	34	39	52	55
	0,70	1	5	10	15	20	25	29	34	39	44	52
	0,80	1	5	10	15	20	25	29	34	39	44	49
	0,90	1	5	10	15	20	25	29	34	39	44	49
	1,00	1	2	3	12	15	2	10	26	6	18	7

Tableau 5 : Nombre de capteurs sélectionnés par la méthode de l'indépendance effective en fonction du nombre de modes et de la valeur seuil (critère d'élimination)

4. ETUDE DE SENSIBILITE, RESOLUTION « MODE PAR MODE »

VALEUR LA PLUS GRANDE DU V.I.E		NUMERO DU MODE												
		1	3	5	7	10	15	20	25	30	35	40	45	50
NBR DE NŒUDS	20	0,5066	0,6409	0,5048	0,5553	0,6367	0,6243	0,5676	0,6435	0,5347	0,6215	0,5792	0,7242	0,5193
	30	0,5243	0,5891	0,6381	0,6363	0,6409	0,6320	0,6463	0,6666	0,7325	0,6518	0,6400	0,6172	0,5557
	40	0,5180	0,5650	0,6105	0,6364	0,6386	0,6397	0,6362	0,6506	0,5823	0,5305	0,7328	0,6652	0,6542
	50	0,5142	0,5511	0,5864	0,5077	0,6363	0,5121	0,6017	0,5149	0,5429	0,6365	0,6443	0,6662	0,7323
	100	0,5070	0,5247	0,5412	0,5586	0,5764	0,6326	0,6395	0,5716	0,6363	0,6370	0,6438	0,6397	0,6364
	200	0,5035	0,5122	0,5152	0,5284	0,5244	0,5627	0,5805	0,6081	0,6271	0,5478	0,6395	0,6401	0,6369
	300	0,5023	0,5081	0,5133	0,5108	0,5242	0,5409	0,5524	0,5699	0,5438	0,6002	0,6126	0,6316	0,6367
	400	0,5017	0,5060	0,5099	0,5140	0,5180	0,5304	0,5388	0,5516	0,5603	0,5736	0,5826	0,5963	0,6056
	500	0,5014	0,5048	0,5079	0,5111	0,5144	0,5204	0,5308	0,5409	0,5477	0,5581	0,5651	0,5758	0,5830
	600	0,5012	0,5040	0,5066	0,5093	0,5119	0,5065	0,5053	0,5339	0,5395	0,5480	0,5537	0,5625	0,5684
	700	0,5010	0,5034	0,5056	0,5079	0,5102	0,5164	0,5218	0,5289	0,5336	0,5409	0,5457	0,5531	0,5581
	800	0,5009	0,5030	0,5049	0,5069	0,5089	0,5150	0,5190	0,5252	0,5293	0,5356	0,5398	0,5462	0,5505
	900	0,5008	0,5027	0,5044	0,5062	0,5079	0,5133	0,5169	0,5223	0,5260	0,5315	0,5352	0,5409	0,5446
	1 000	0,5007	0,5024	0,5039	0,5055	0,5071	0,5119	0,5152	0,5200	0,5233	0,5283	0,5316	0,5366	0,5400
	2 000	0,5009	0,5020	0,5027	0,5035	0,5043	0,5067	0,5083	0,5107	0,5123	0,5147	0,5164	0,5188	0,5204
	3 000	0,5006	0,5013	0,5018	0,5024	0,5029	0,5045	0,5055	0,5071	0,5082	0,5098	0,5108	0,5125	0,5135
	4 000	0,5004	0,5010	0,5014	0,5018	0,5022	0,5033	0,5041	0,5053	0,5061	0,5073	0,5081	0,5093	0,5101
	5 000	0,5003	0,5008	0,5011	0,5014	0,5017	0,5027	0,5033	0,5043	0,5049	0,5058	0,5065	0,5074	0,5081
	10 000	0,5002	0,5004	0,5005	0,5007	0,5009	0,5013	0,5017	0,5020	0,5024	0,5028	0,5031	0,5035	0,5039

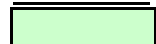

Tableau 6 : Plus grande valeur du VIE à la dernière itération

5. COMPARAISON DES METHODES GLOBALES ET « MODE A MODE »

NB CAPTEURS TOTAL		NOMBRE DE MODES TOTAL																											
		1		2		3		4		5		10		15		20		25		30		35		40		45		50	
VALEUR SEUIL	0,05	10	10	20	20	30	28	40	36	45	41	54	52	56	55	56	56	58	56	57	57	70	71	70	71	71	71	71	71
	0,10	6	6	12	12	20	16	26	20	35	25	52	44	55	49	56	54	58	54	57	57	65	66	65	66	66	66	66	66
	0,15	5	5	10	10	15	13	20	16	25	19	50	32	54	39	56	46	56	48	57	49	62	58	63	60	64	60	64	62
	0,20	4	4	8	8	11	9	14	10	18	12	36	22	54	27	56	34	56	36	57	41	60	46	61	46	62	48	62	51
	0,25	3	3	6	6	9	6	12	6	14	8	28	14	47	17	56	22	56	23	56	28	59	37	60	38	61	38	61	39
	0,30	3	3	6	6	8	6	10	6	13	7	26	12	39	15	52	20	56	21	55	24	59	30	60	33	61	33	61	33
	0,35	2	2	4	4	6	4	8	4	10	5	20	10	31	13	38	16	55	16	55	16	56	18	59	19	60	20	60	20
	0,40	2	2	4	4	6	4	8	4	10	4	18	4	28	4	36	4	52	4	55	6	56	8	59	8	60	8	60	9
	0,45	2	2	4	4	6	4	8	4	9	4	18	4	26	4	36	4	37	4	53	5	56	7	59	7	60	7	60	7
	0,50	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	12	2	20	2	28	2	33	2	44	3	54	4	58	4	59	4	59	4
	0,55	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	22	2	31	2	34	3	48	4	57	4	59	4	59	4
	0,60	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	20	2	29	2	34	3	42	4	57	4	59	4	59	4
	0,65	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	20	2	25	2	30	3	34	4	48	4	58	4	59	4
	0,70	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	20	2	25	2	30	3	34	4	43	4	56	4	59	4
	0,75	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	20	2	25	2	30	3	34	4	42	4	48	4	58	4
	0,80	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	20	2	25	2	29	3	34	4	42	4	46	4	57	4
	0,85	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	20	2	25	2	29	3	34	4	42	4	44	4	53	4
	0,90	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	20	2	25	2	29	3	34	4	42	4	44	4	50	4
	0,95	1	1	2	2	3	2	4	2	5	2	10	2	15	2	20	2	25	2	29	3	34	4	40	4	44	4	50	4
	1,00	1	1	2	2	1	2	1	2	1	2	4	2	2	2	14	2	19	2	23	3	15	4	40	4	1	4	50	4

Tableau 7 : Comparaison du nombre de capteurs sélectionnés par chacune de deux méthodes

LEGENDE :

	KAMMER Global (KG)
	KAMMER Mode Par Mode (KMPM)

% DE CAPTEUR EN COMMUN		NOMBRE DE MODES TOTAL													
		1	2	3	4	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
VALEUR SEUIL	0,05	100%	100%	93%	90%	91%	96%	98%	100%	97%	98%	99%	99%	100%	100%
	0,10	100%	100%	75%	69%	63%	85%	89%	96%	93%	98%	98%	98%	100%	100%
	0,15	100%	100%	80%	70%	52%	60%	72%	82%	86%	84%	90%	94%	94%	97%
	0,20	100%	100%	73%	57%	44%	33%	50%	61%	64%	70%	73%	74%	77%	82%
	0,25	100%	100%	67%	50%	43%	29%	30%	39%	41%	48%	61%	62%	62%	64%
	0,30	100%	100%	63%	40%	31%	31%	28%	35%	38%	42%	51%	53%	54%	54%
	0,35	100%	100%	67%	50%	40%	30%	26%	32%	27%	27%	30%	31%	33%	33%
	0,40	100%	100%	67%	50%	40%	11%	7%	6%	4%	9%	13%	12%	13%	15%
	0,45	100%	100%	67%	50%	33%	11%	8%	6%	5%	6%	13%	10%	12%	12%
	0,50	100%	100%	67%	50%	40%	17%	10%	7%	6%	7%	7%	5%	7%	7%
	0,55	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	9%	6%	9%	8%	5%	7%	7%
	0,60	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	10%	7%	9%	10%	5%	7%	7%
	0,65	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	10%	8%	10%	12%	6%	7%	7%
	0,70	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	10%	8%	10%	12%	7%	7%	7%
	0,75	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	10%	8%	10%	12%	7%	6%	7%
	0,80	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	10%	8%	10%	12%	7%	7%	7%
	0,85	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	10%	8%	10%	12%	7%	7%	8%
	0,90	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	10%	8%	10%	12%	7%	7%	8%
	0,95	100%	100%	67%	50%	40%	20%	13%	10%	8%	10%	12%	8%	7%	8%
	1,00	100%	100%	50%	50%	50%	50%	0%	14%	11%	13%	20%	8%	0%	8%

Tableau 8 : Pourcentage de capteur en commun pour les deux méthodes

RATIO SEUIL GLOBAL ET PAR MODE	NOMBRE DE MODES TOTAL															
	1		2		3		4		5		10		15		20	
"PENTE" 0,05-0,5	-20,00	-20,00	-40,00	-40,00	-60,00	-57,78	-80,00	-75,56	-88,89	-86,67	-93,33	-111,11	-80,00	-117,78	-62,22	-120,00
QUOTIENT PENTE	1.00		1.00		0.96		0.94		0.98		1.19		1.47		1.93	

RATIO SEUIL GLOBAL ET PAR MODE	NOMBRE DE MODES TOTAL											
	25		30		35		40		45		50	
"PENTE" 0,05-0,5	-55,56	-120,00	-28,89	-120,00	-35,56	-148,89	-26,67	-148,89	-26,67	-148,89	-26,67	-148,89
QUOTIENT PENTE	2,16		4,15		4,19		5,58		5,58		5,58	

Tableau 9 : Calcul des pentes de diminution des emplacements de capteurs pour les deux méthodes
Rapport entre les vitesses des deux méthodes

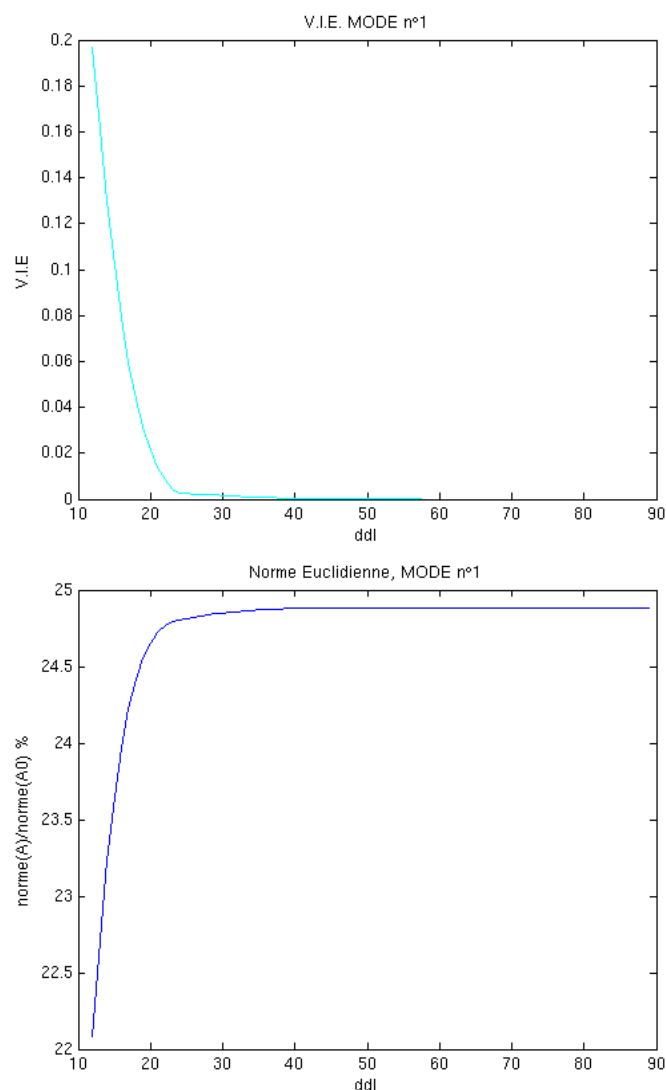
LEGENDE :

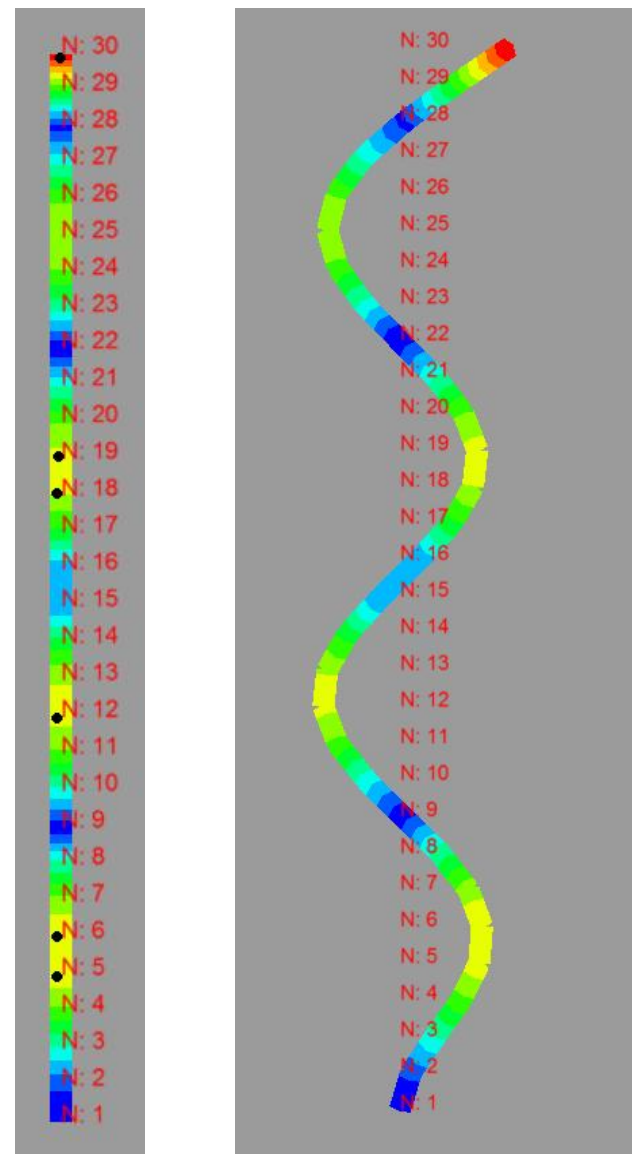
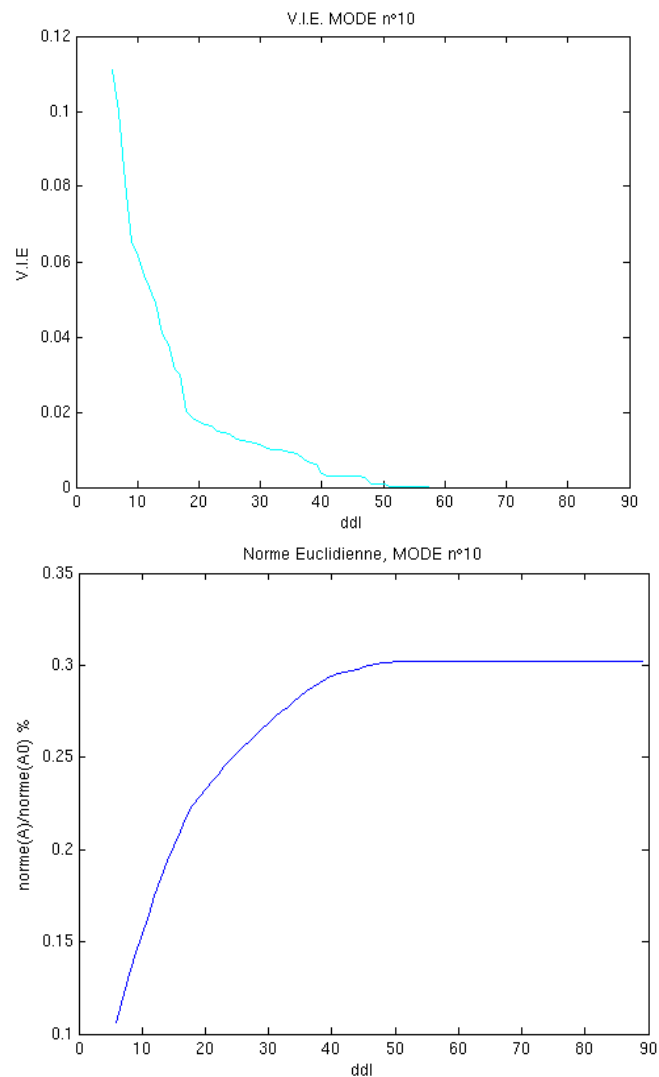


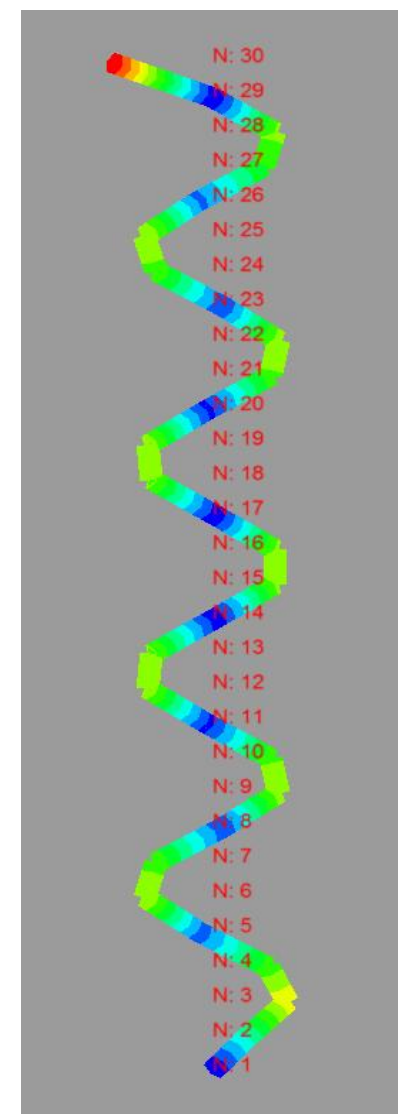
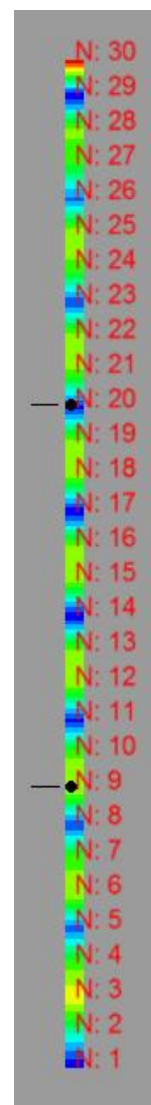
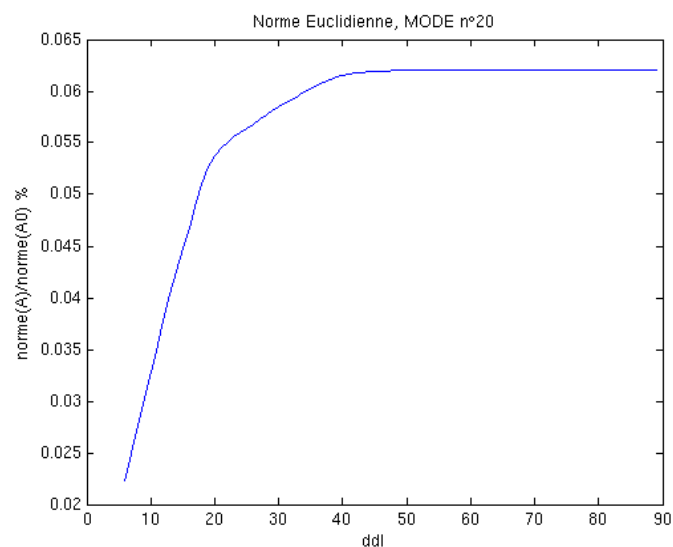
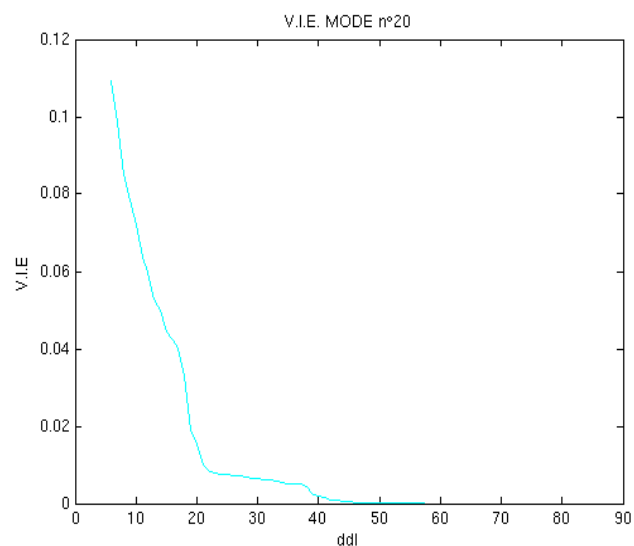
KAMMER Global (KG)

KAMMER Mode Par Mode (KMPPM)

6. RESULTATS DE LA METHODE « MODE A MODE » SUR LE SYSTEME POUTRE



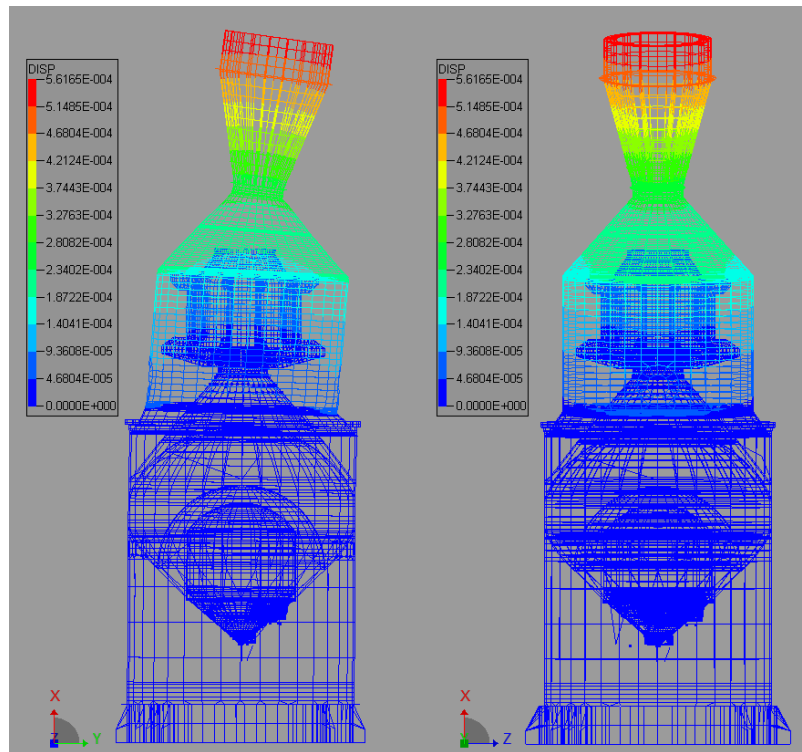




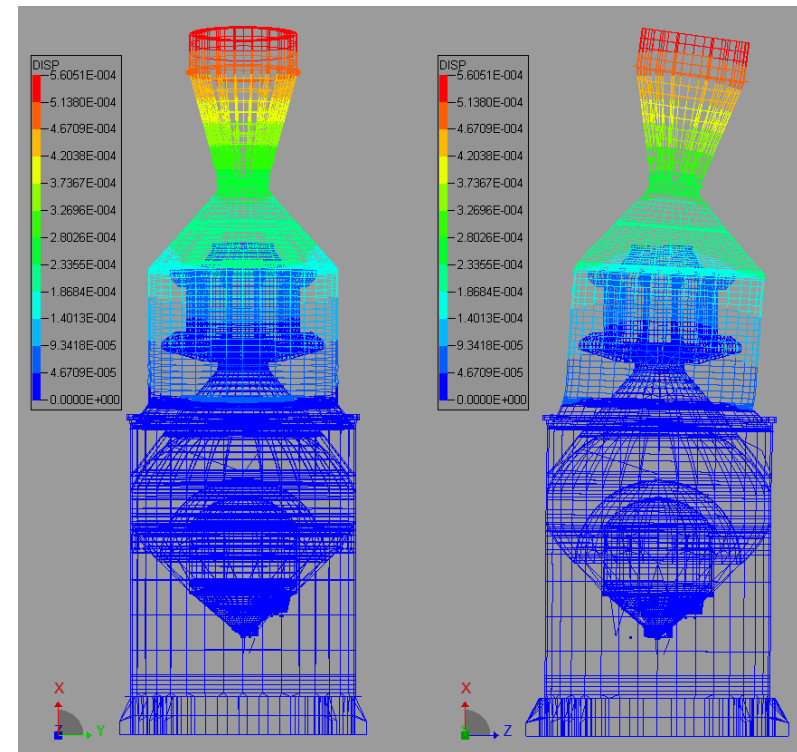
II. ANNEXES A5

1. MODES CIBLES A5E/CA

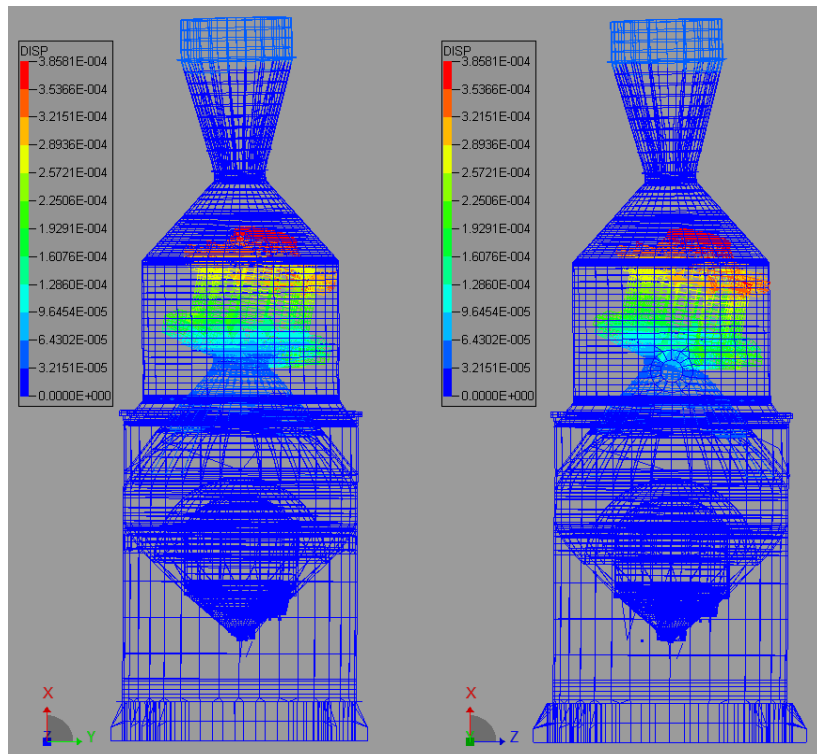
MODE 1 : 4.63 Hz	MODE 6 : 11.89 Hz	MODE 11 : 18.79 Hz	MODE 18 : 28.14 Hz	MODE 47 : 47.52 Hz	MODE 102 : 71.33 Hz
MODE 2 : 4.64 Hz	MODE 7 : 12.17 Hz	MODE 12 : 19.01 Hz	MODE 19 : 32.92 Hz	MODE 49 : 48.65 Hz	MODE 161 : 81.71 Hz
MODE 3 : 8.67 Hz	MODE 9 : 14.19 Hz	MODE 15 : 20.62 Hz	MODE 21 : 35.28 Hz	MODE 65 : 57.02 Hz	MODE 176 : 83.13 Hz
MODE 4 : 8.68 Hz	MODE 10 : 17.90 Hz	MODE 17 : 27.52 Hz	MODE 44 : 45.84 Hz	MODE 82 : 65.60 Hz	MODE 182 : 85.79 Hz
					MODE 204 : 91.40 Hz



MODE 1

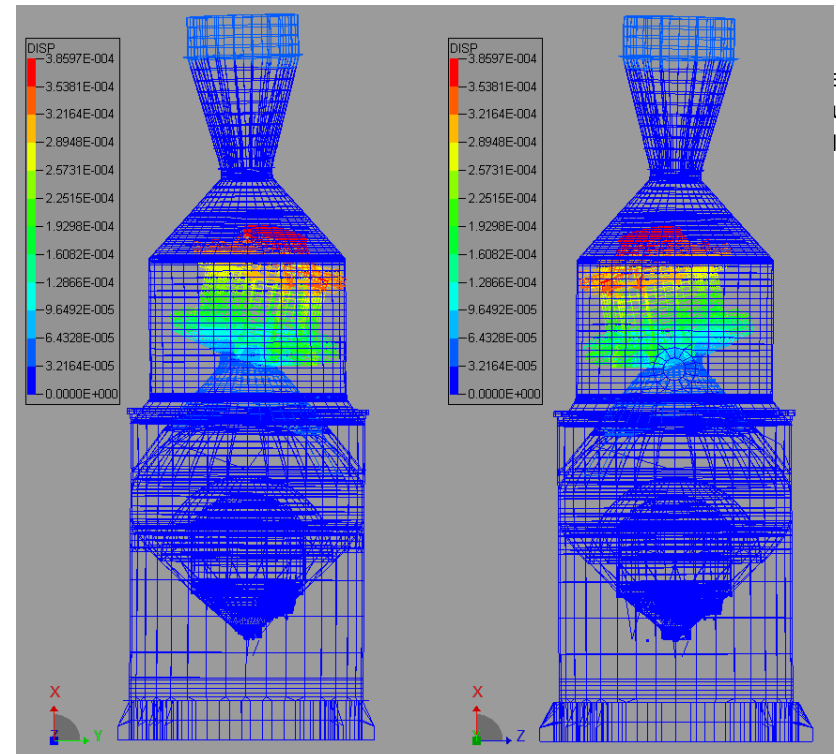


MODE 2



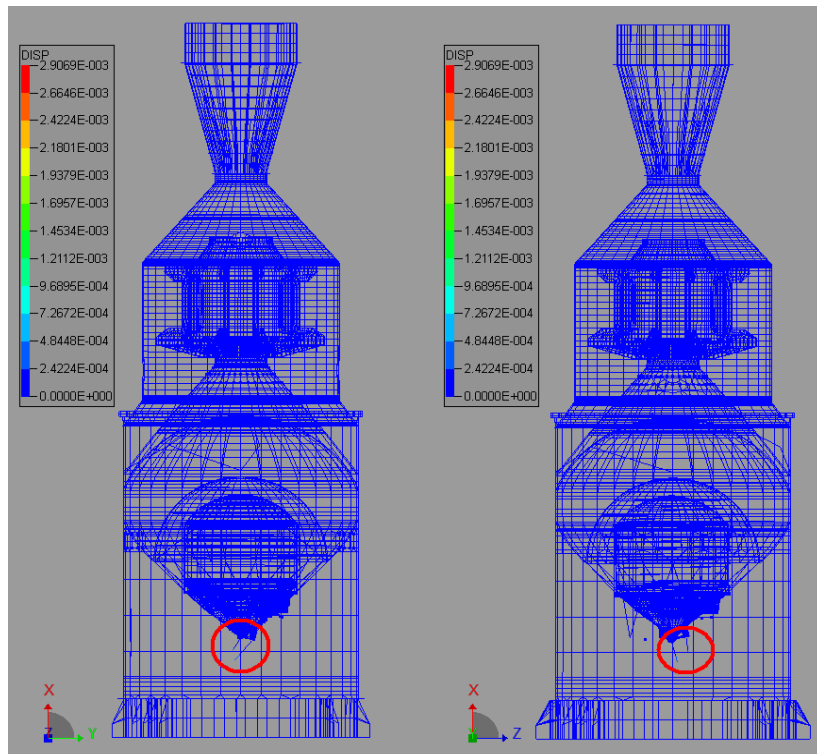
MODE 3

MODE 4

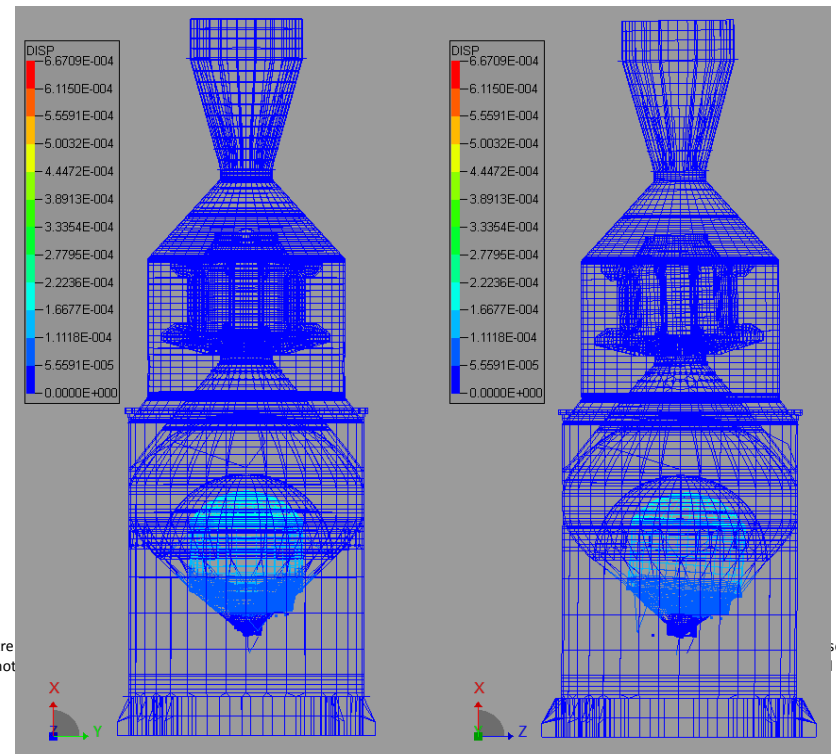


MODE 6

MODE 7

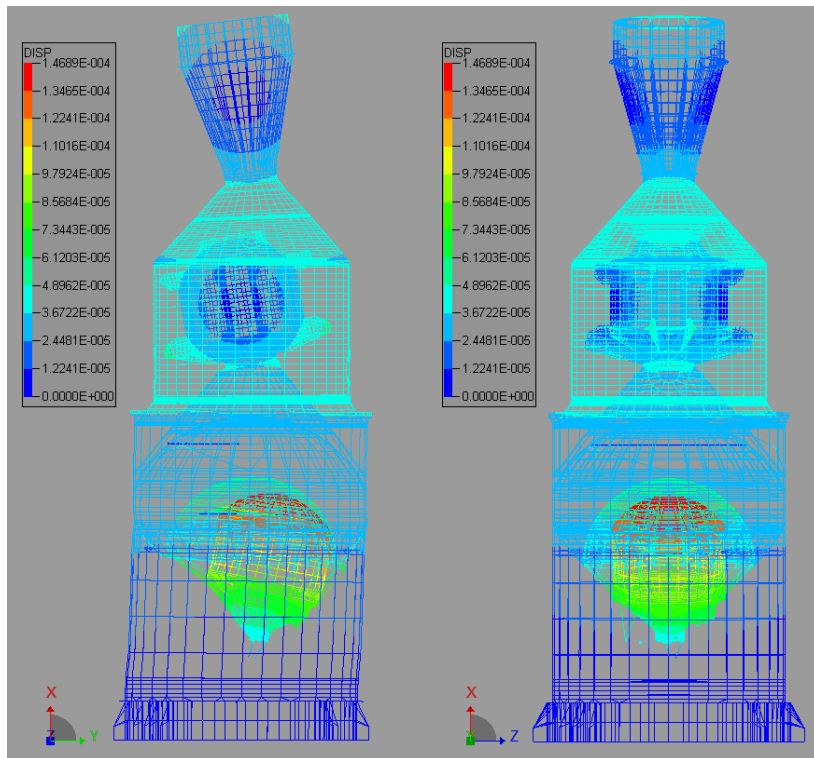


ur lesquelles il a été remis. Il ne peut être
nose for which it was supplied. It shall not



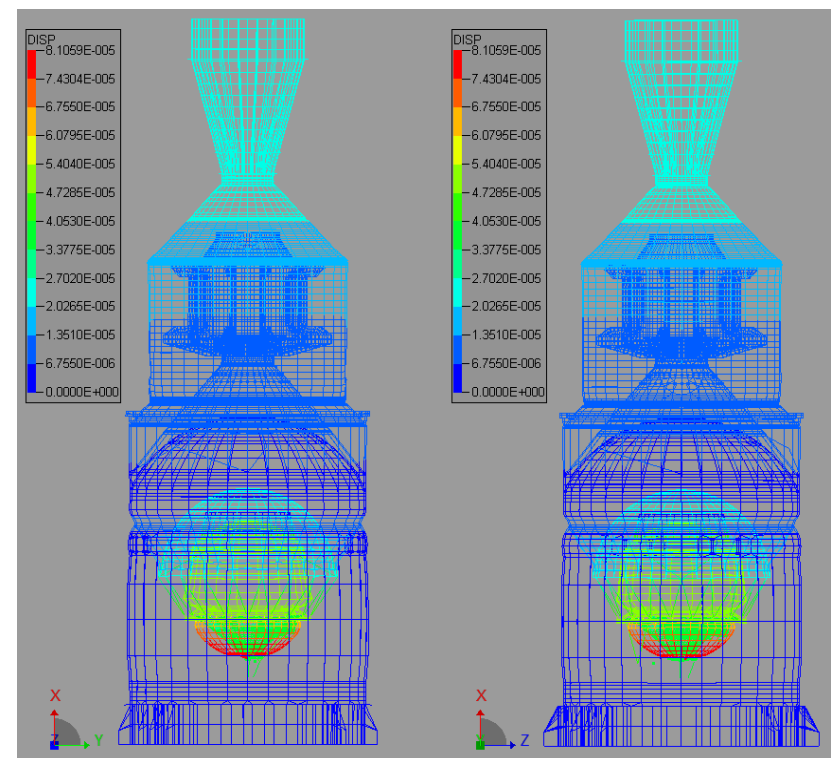
elle
rie
ILLE

servés.
rights

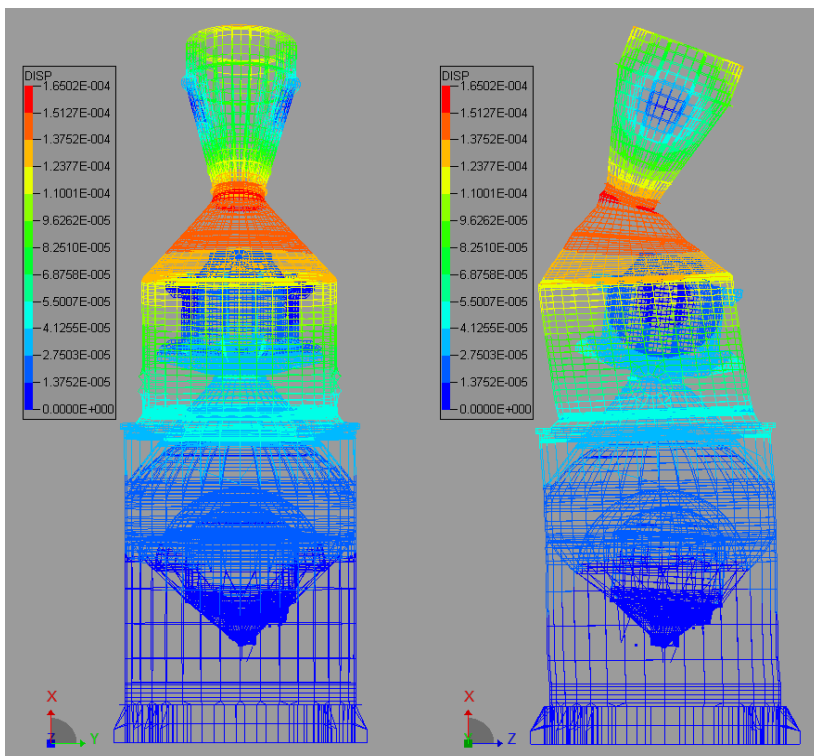


MODE 9

MODE 10

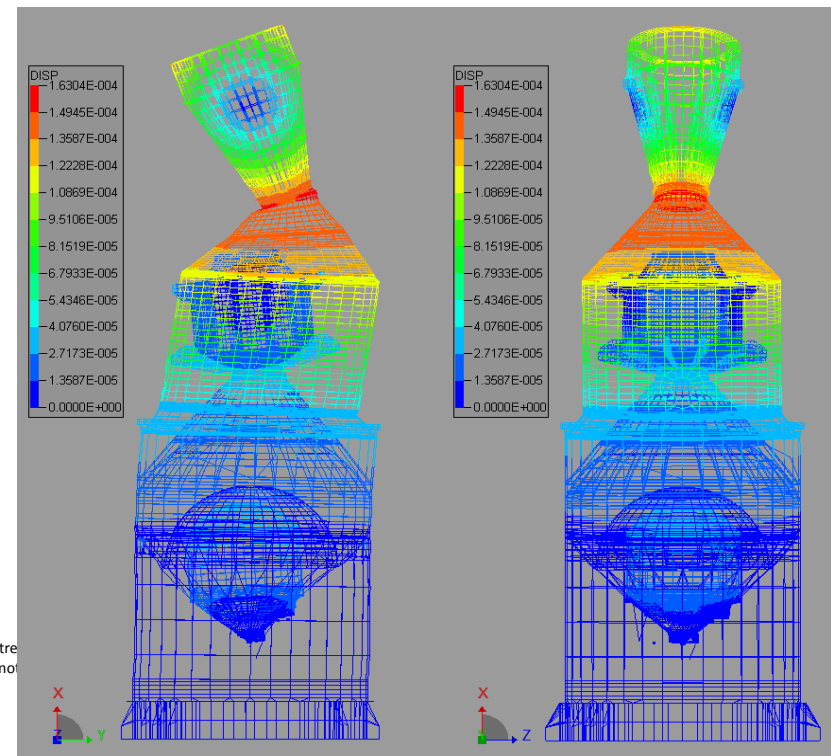


elle
curie
ILLE

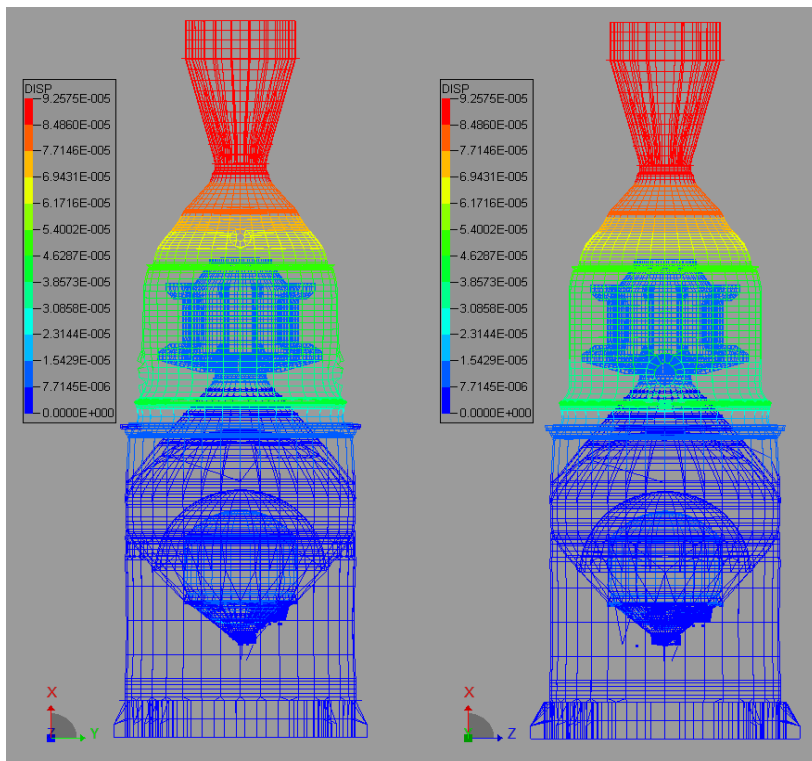


MODE 11

MODE 12

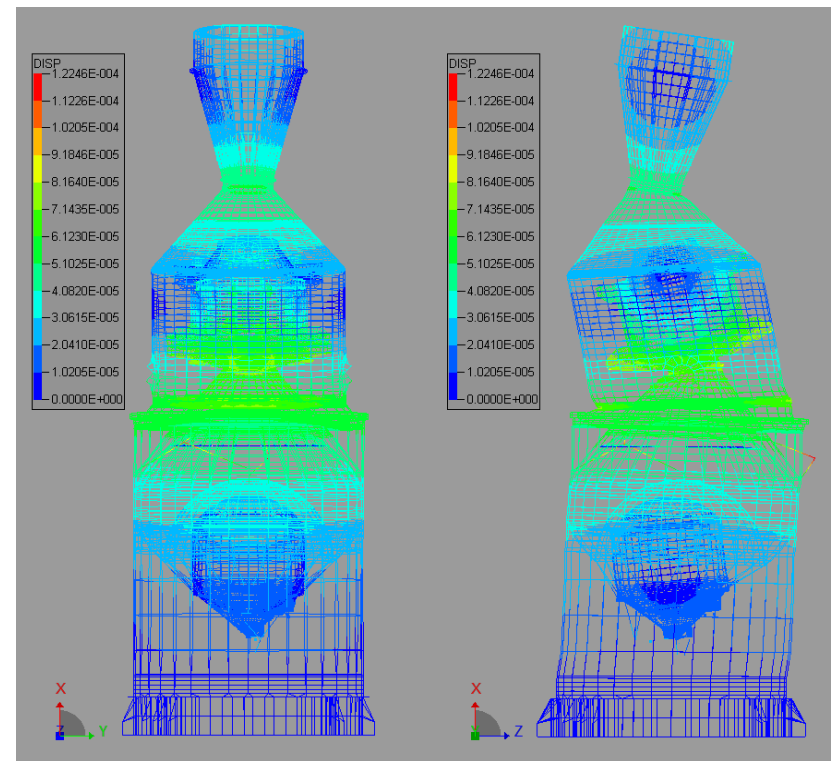


servés.
l rights

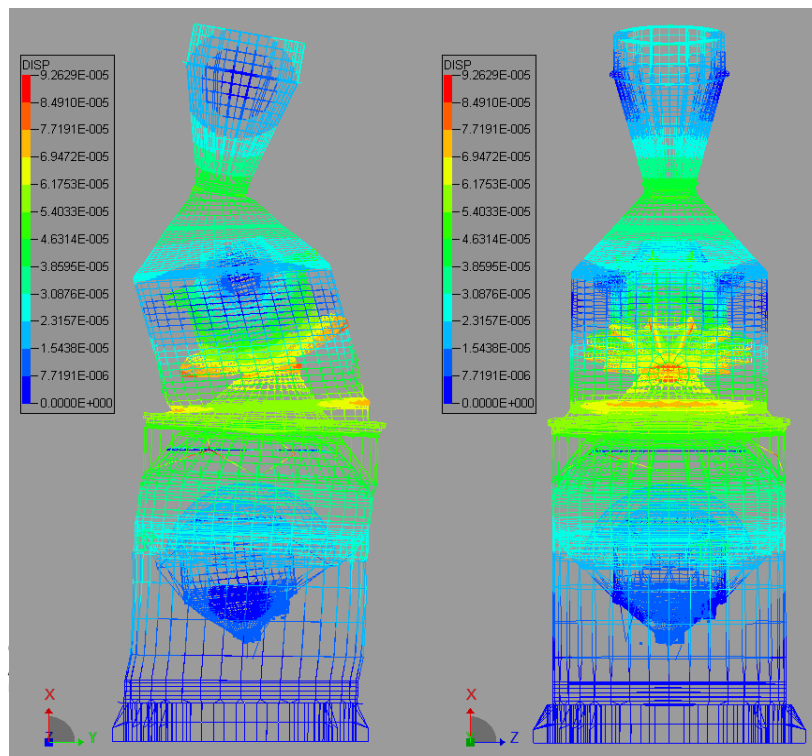


MODE 15

MODE 17

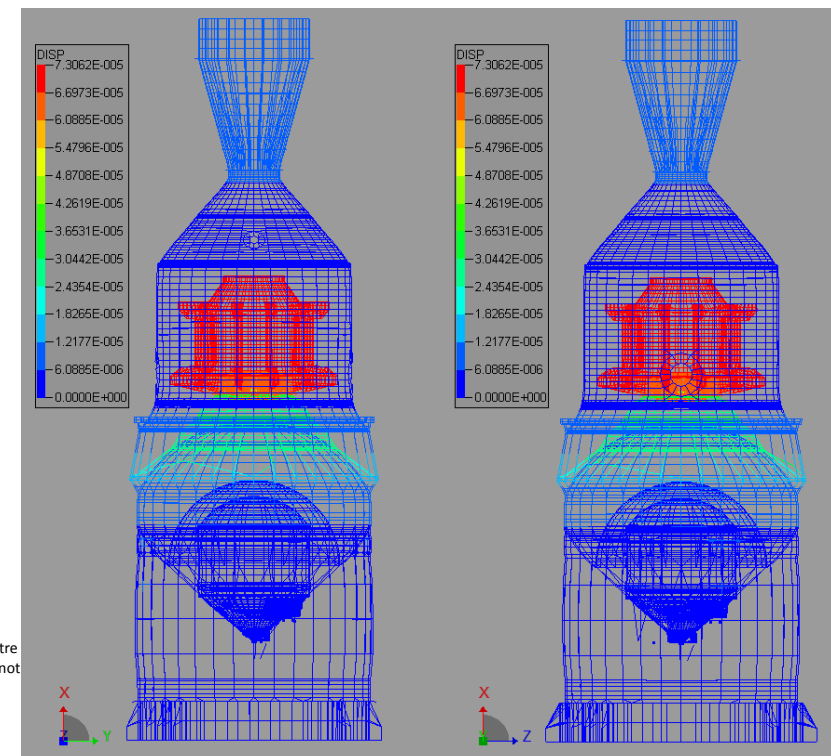


elle
Curie
ELLE



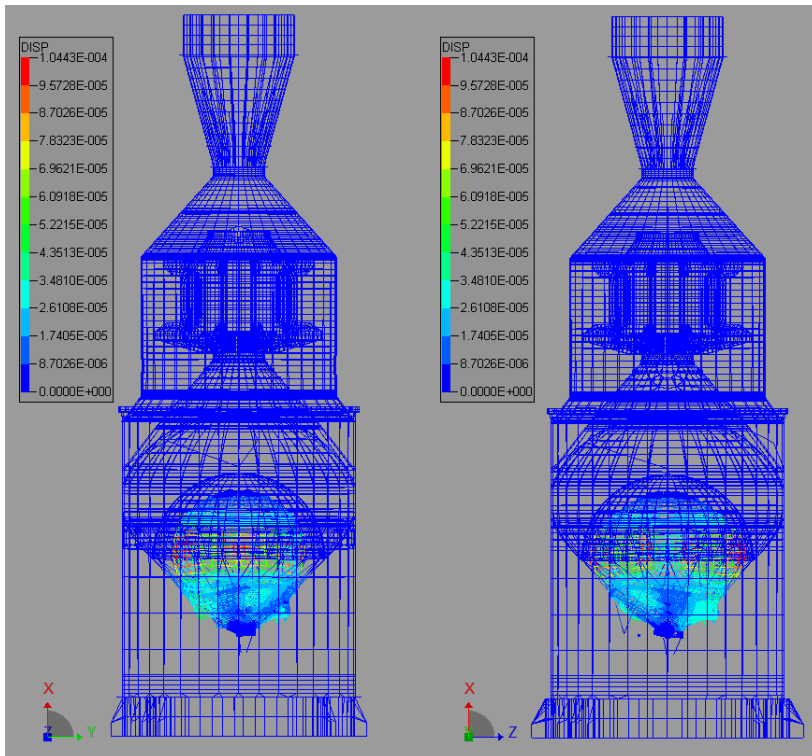
MODE 18

MODE 19



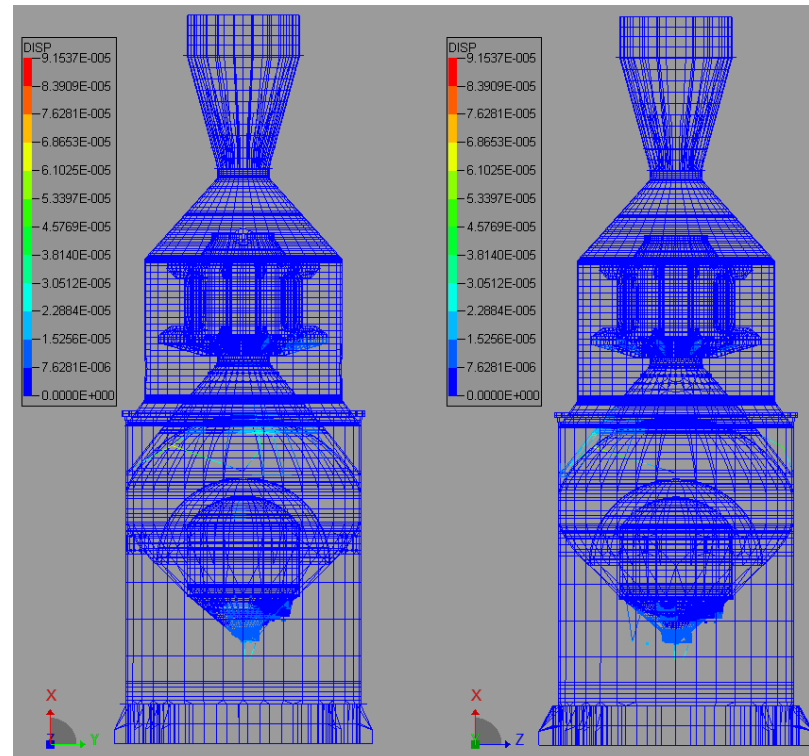
ervés.
rights

ur lesquelles il a été remis. Il ne peut être
ose for which it was supplied. It shall not

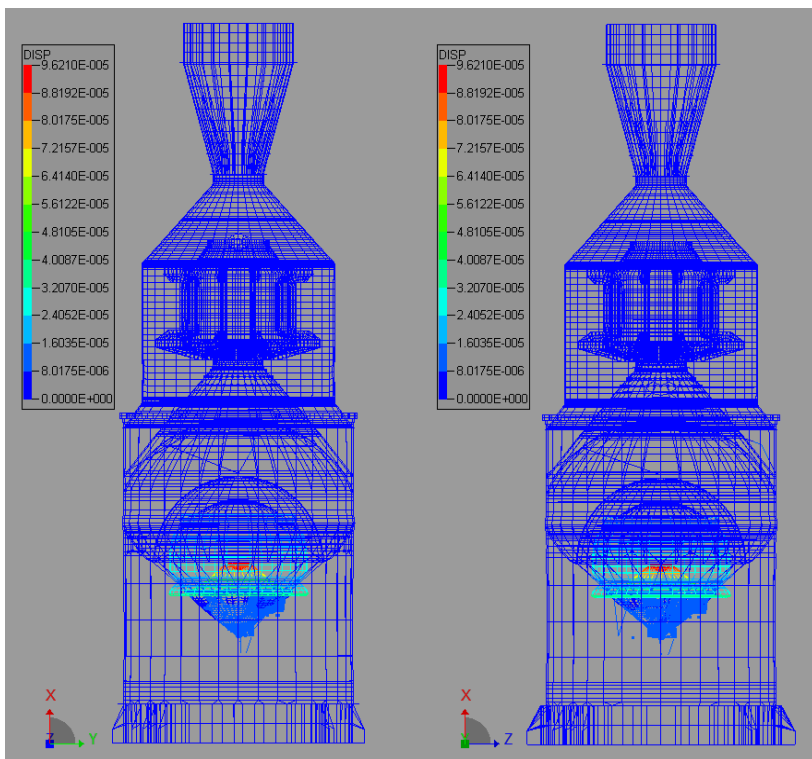


MODE 21

MODE 44

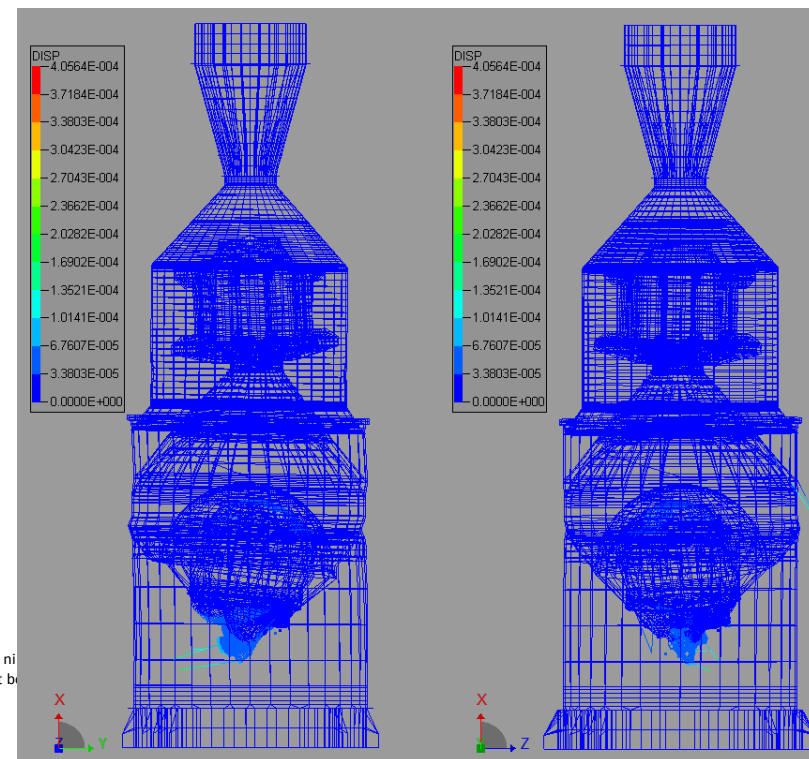


ille
rie
LE



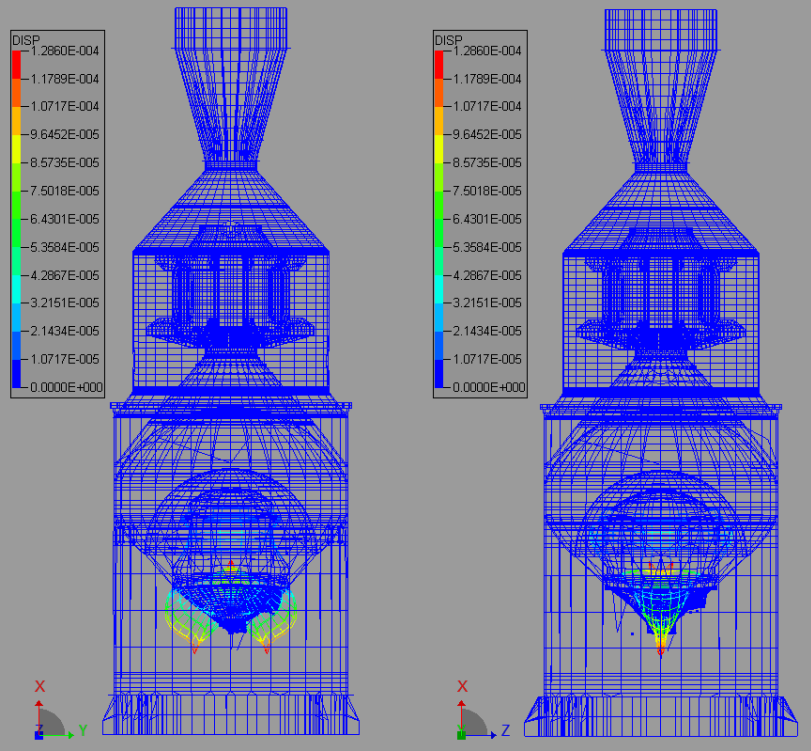
MODE 47

MODE 49



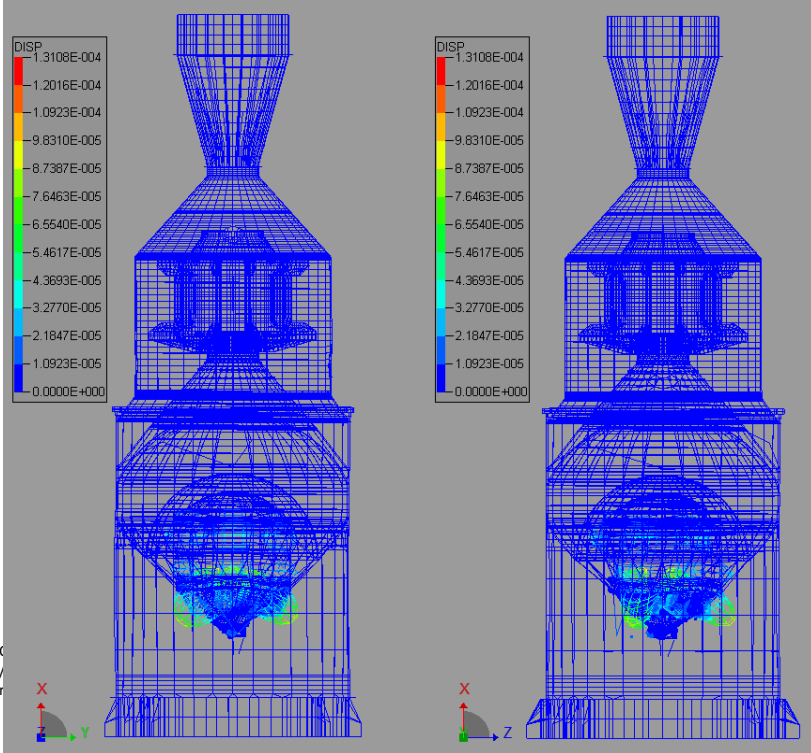
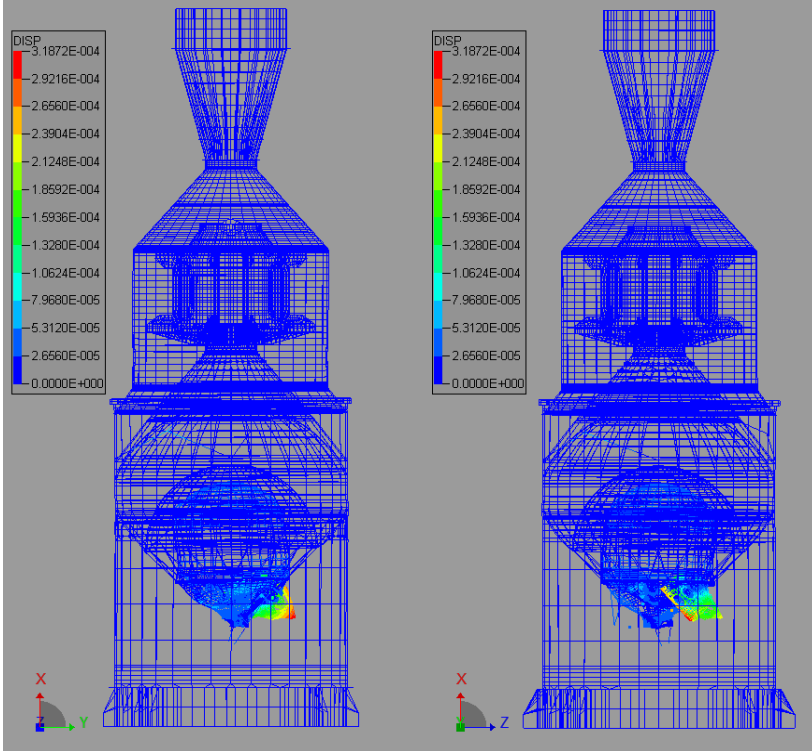
vés.
ghts

our lesquelles il a été remis. Il ne peut être ni
nose for which it was supplied. It shall not be



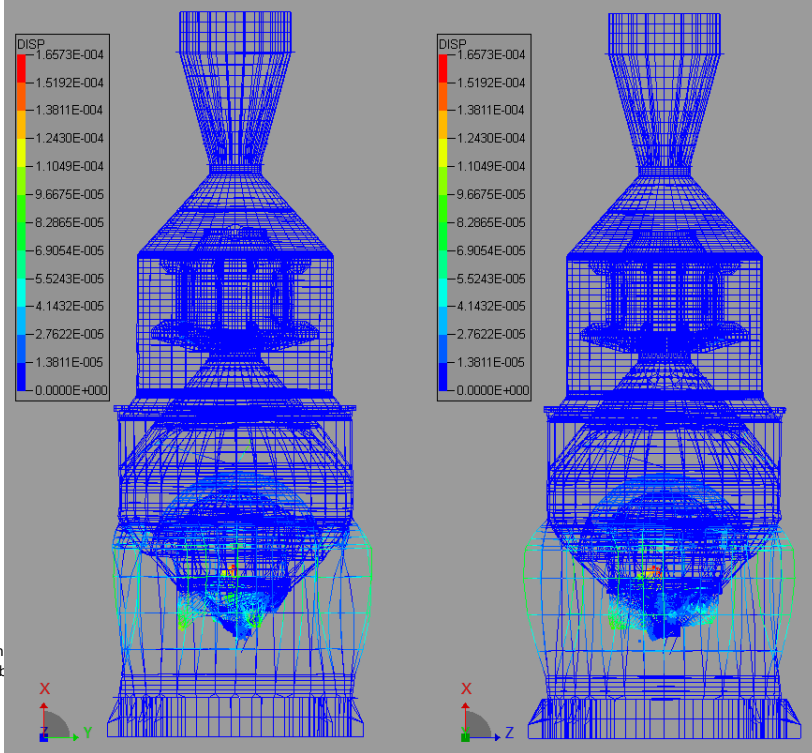
MODE 65

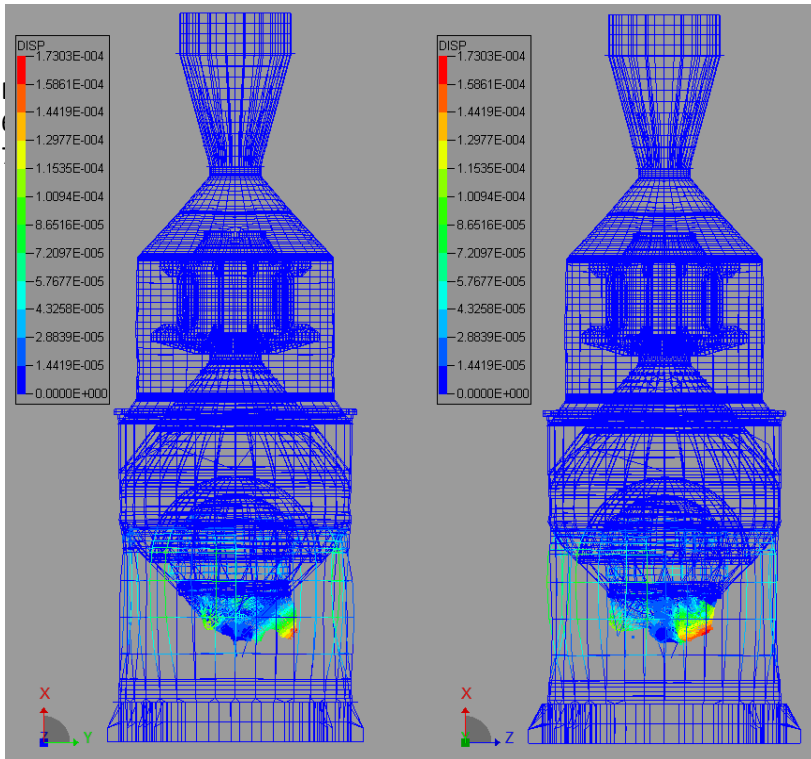
MODE 82



MODE 102

MODE 161

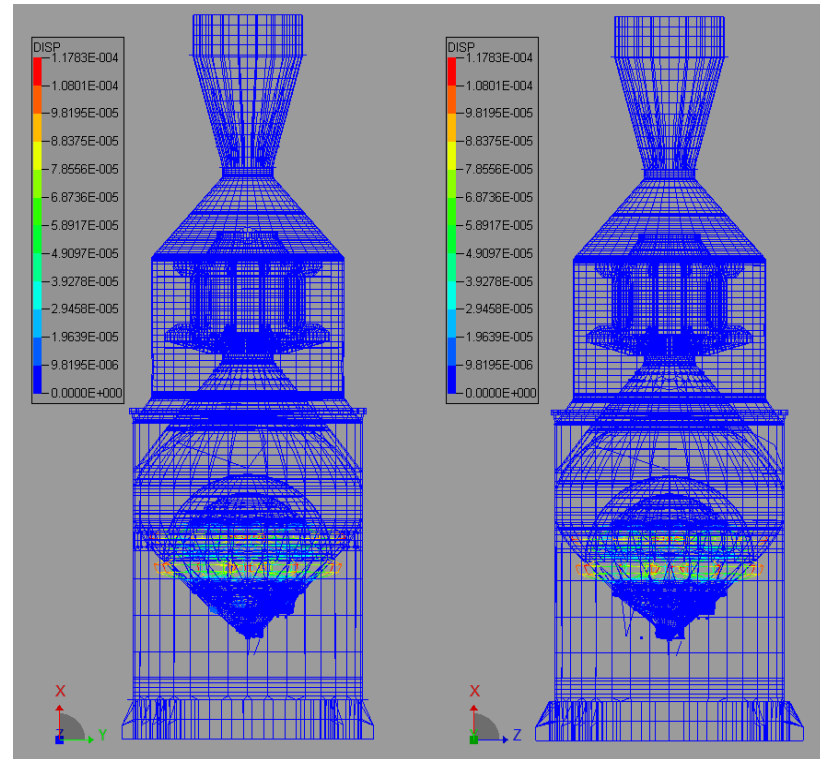




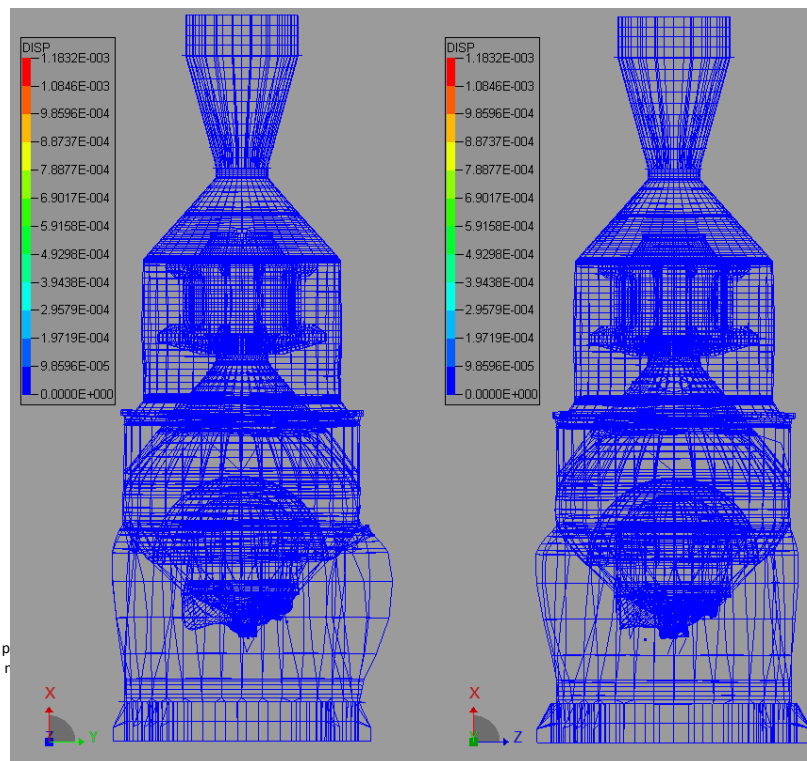
MODE 176

MODE 182

MODE 204



elle
urie
ILLE



ut ou partie) sans l'accord préalable et écrit d'Astrium. Astrium SAS – Tous droits réservés.
in part) to any third party without Astrium prior written consent. Astrium SAS – All rights

2. PLAN DE MESURES ASE/CA

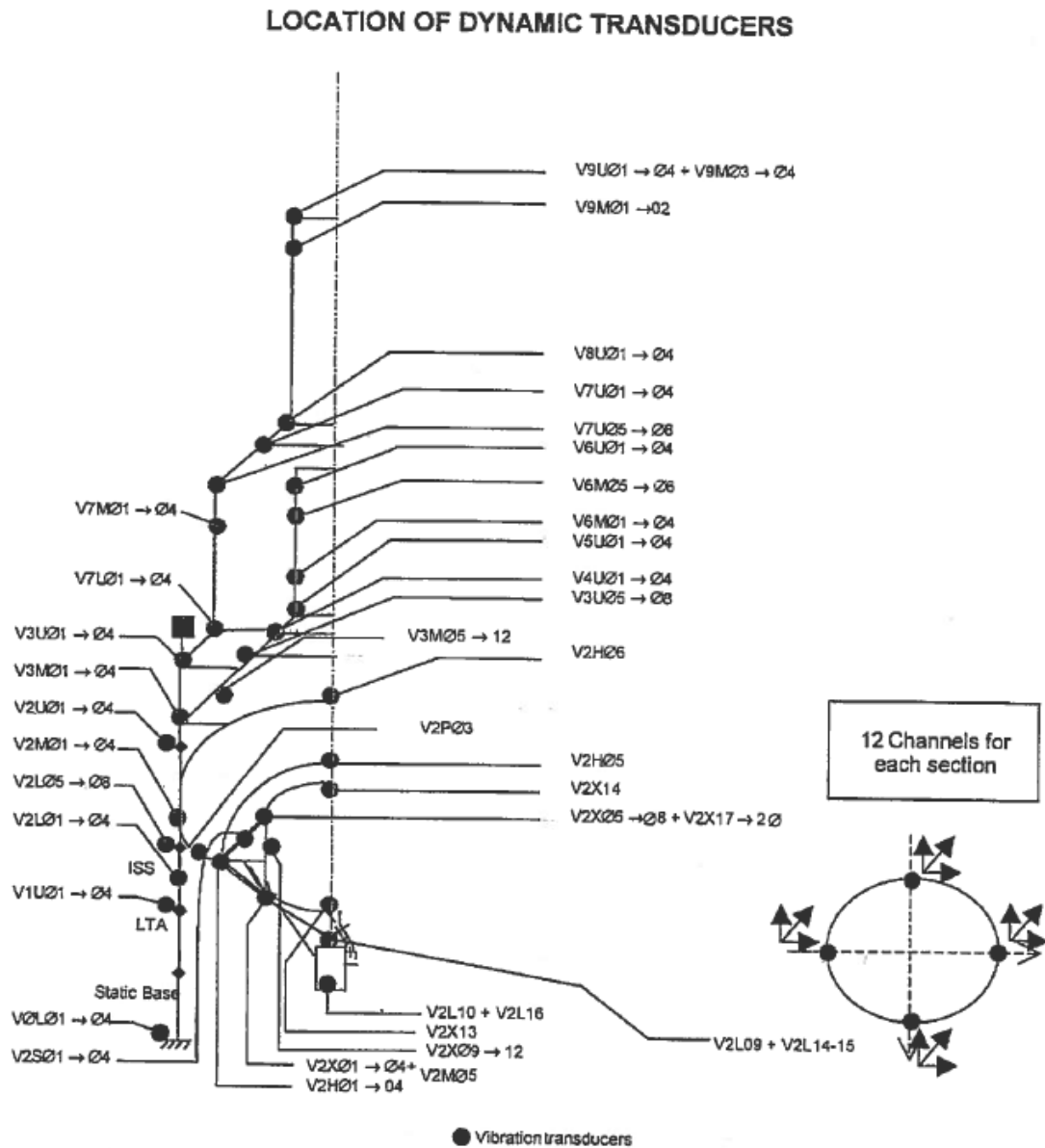


Figure 46 : Plan de mesures A5ESC-A (2001)

3. NOMBRE DE CAPTEURS EN FONCTION DES VALEURS SEUIL ET DES MODES

NB CAPTEURS EN SORTIE		NOMBRES DE MODES CIBLES						
		1	4	10	15	20	25	les 204 modes
VALEUR SEUIL	0,00	124 611	124 611	124 611	124 611	124 611	124 611	124 611
	0,01	91	381	895	1 340	1 691	1 971	8 536
	0,05	11	61	141	241	321	411	2 621
	0,10	1	11	43	86	134	172	1 444
	0,20	1	9	20	39	43	80	750
	0,30	1	4	12	20	41	54	524
	0,40	1	4	10	19	36	50	383
	0,50	1	4	10	18	26	45	308
	0,60	1	4	10	15	23	30	266
	0,70	1	4	10	15	20	29	229
	0,80	1	4	10	15	20	25	215
	0,90	1	4	10	15	20	25	206
	1,00	1	4	10	15	20	25	204
Temps de calcul :		6 min	10 min	18 min	30 min	41 min	52 min	13 heures

Tableau 10 : Nombre de capteurs en sortie de la MIE

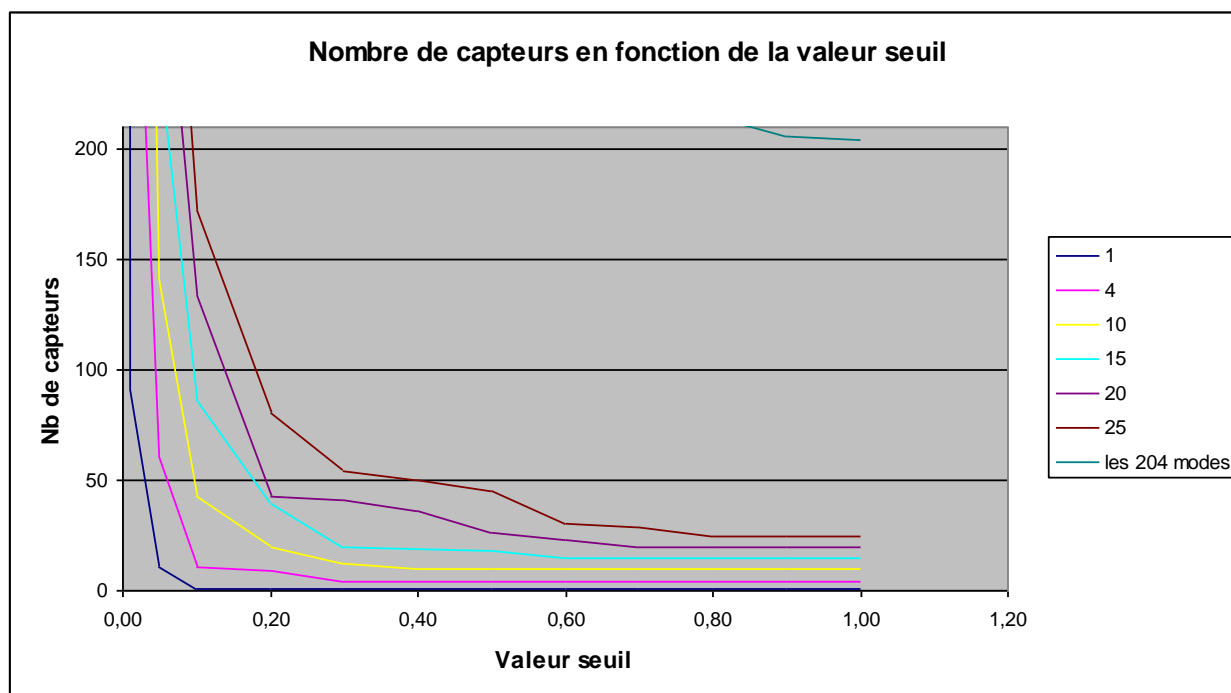


Figure 47 : Nombre de capteurs en sortie de la MIE

4. MODELE ELEMENTS FINIS, NOM DES SOUS-STRUCTURE

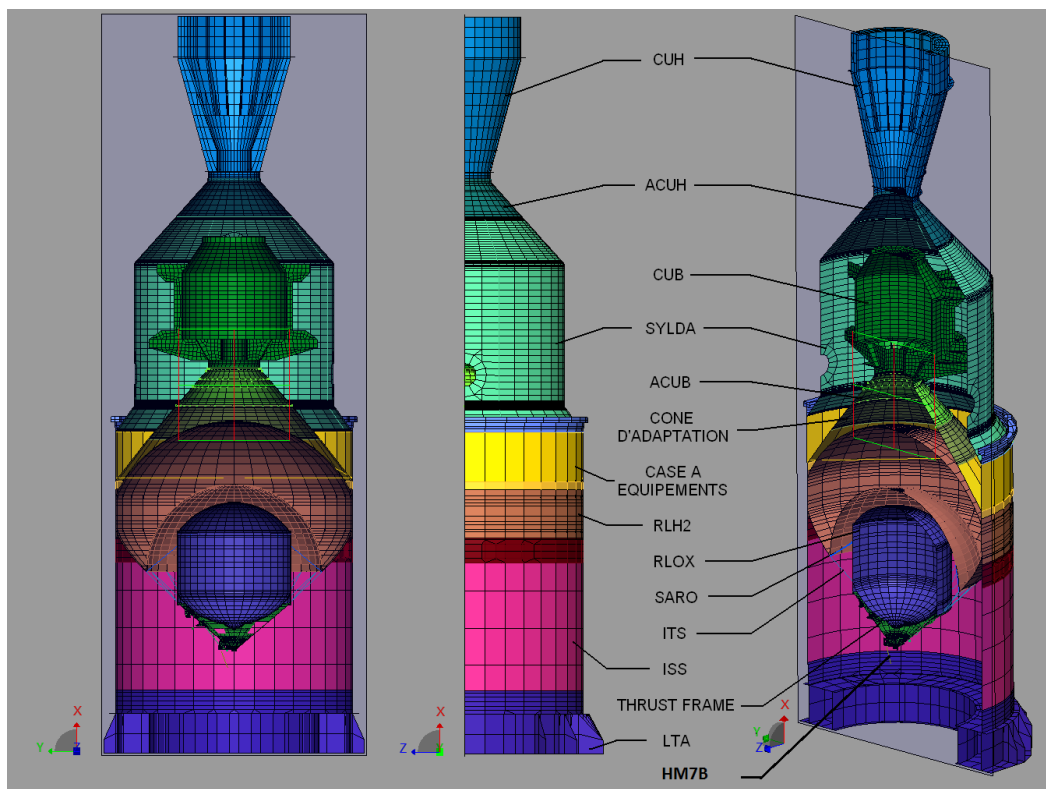


Figure 48 : modèle EF de Ariane 5, Partie supérieure

5. SIMULATIONS : OPTIMISATION TOUT EMBLEMENT

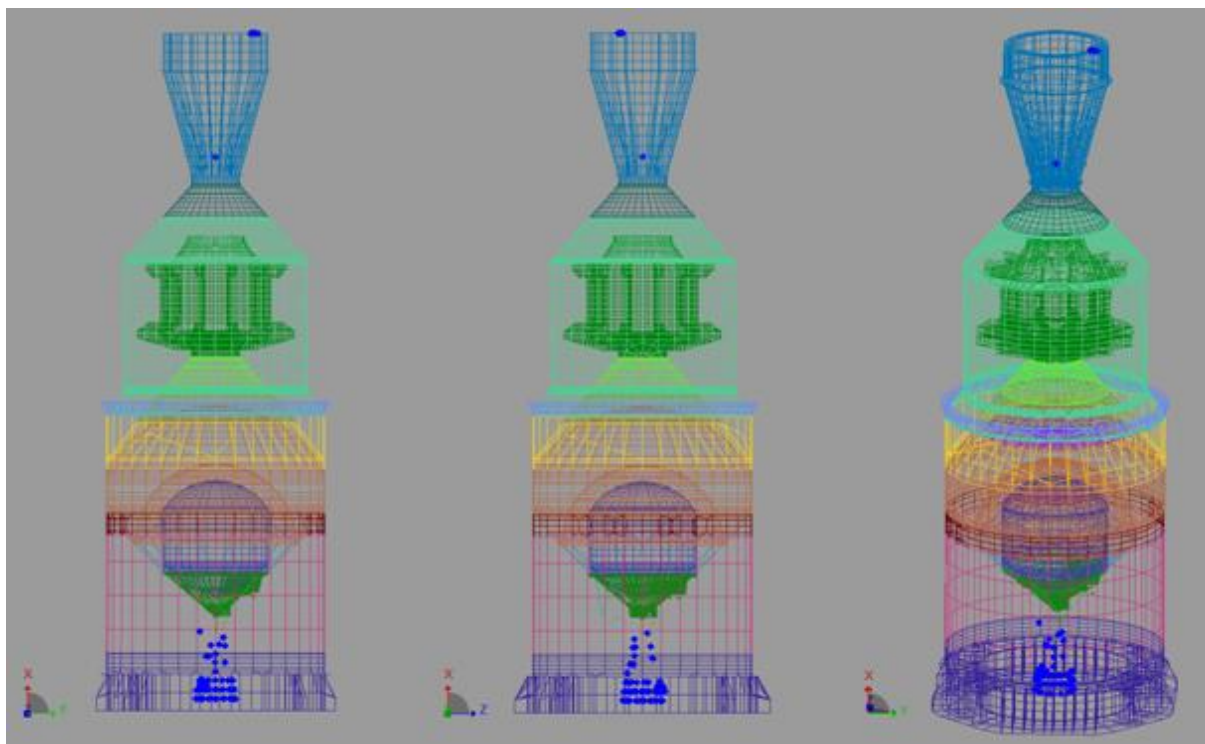


Figure 49 : solution de la MIE « Globale NRJ », choix 1

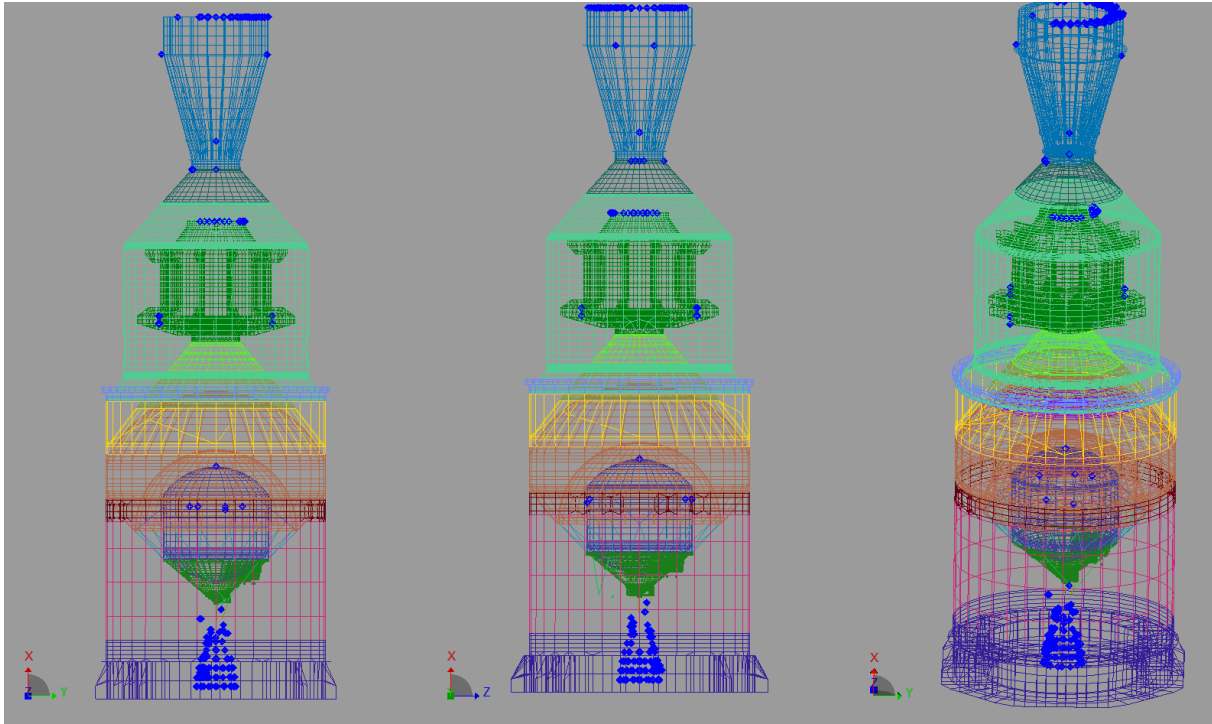


Figure 50 : solution de la MIE « Globale NRJ », choix 2