

SUPGALILÉE - UNIVERSITÉ PARIS 13

STAGE DE FIN D'ÉTUDES

---

# Couverture du risque opérationnel dans une banque d'investissement

---

*Fait par :*

Fadi KALBOUSSI

*Maître de Stage :*

Mme. Isabelle AUREL  
VERZINI

*Tuteur universitaire :*

M. Ahmed KEBAIER

*Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur en*

Mathématiques Appliquées et Calcul Scientifique

*Stage effectué à*



**SOCIÉTÉ GÉNÉRALE**  
Corporate & Investment Banking

CONFIDENTIEL

Avril-Septembre 2017

*"Il est plus difficile de perdre à un jeu dont vous avez vous-même fixé les règles."*

Nicholas Nassim Taleb <sup>1</sup>

---

1. écrivain et mathématicien spécialiste dans l'évaluation des risques d'événements rares et créateur de la théorie du cygne noir.

# Table des matières

|   |    |
|---|----|
| Remerciements   | 5  |
| Résumé  | 6  |
| Introduction  | 7  |
| 1 Cadre du stage  | 8  |
| 1.1 Présentation de l'entreprise . . . . .  | 8  |
| 1.1.1 Informations Générales . . . . .  | 8  |
| 1.1.2 Cotation en bourse . . . . .  | 9  |
| 1.1.3 Activité du groupe <i>Société Générale</i> . . . . .                          | 9  |
| 1.1.4 Organisation de GBIS . . . . .  | 10 |
| 1.2 Présentation de Safe . . . . .  | 10 |
| 2 Le risque opérationnel Bâlois   | 11 |
| 2.1 Définition du risque opérationnel . . . . .                                     | 11 |
| 2.2 La classification Bâloise des incidents opérationnels . . . . .                 | 12 |
| 2.3 Exigences minimum en fonds propres selon Bâle II . . . . .                      | 13 |
| 3 L'Approche Mesure Avancée AMA   | 14 |
| 3.1 Normes quantitatives pour l'approche AMA . . . . .                              | 14 |
| 3.2 La méthode LDA (Loss Distribution Approach) . . . . .                           | 15 |
| 3.3 Formalisme Mathématique de la méthode LDA . . . . .                             | 17 |
| 3.3.1 Perte sur une cellule donnée . . . . .  | 17 |
| 3.3.2 Loi de probabilité pour la fréquence . . . . .                                | 19 |
| 3.3.3 Loi de probabilité pour la sévérité . . . . .                                 | 20 |
| 3.3.4 Estimation de paramètres pour la fréquence et la sévérité . . . . .           | 21 |
| 3.3.5 Théorie des valeurs extrêmes et risque opérationnel . . . . .                 | 23 |
| 3.3.6 Calcul de la perte totale sur toutes les cellules . . . . .                   | 24 |
| 3.3.7 Capital réglementaire requis . . . . .  | 27 |
| 4 Couverture d'options soumises au risque opérationnel                              | 28 |
| 4.1 Couverture d'une option . . . . .   | 28 |
| 4.2 Coût du risque opérationnel . . . . .   | 30 |
| 4.3 Loi du coût dû au risque opérationnel dans la couverture d'une option . . . . . | 31 |
| 4.4 Mesure de risque pour la loi du coût . . . . .                                  | 33 |
| 4.5 Prix d'une Option Européenne ajusté au risque opérationnel . . . . .            | 33 |
| 5 Missions en entreprise  | 34 |
| 5.1 Présentation générale de l'activité . . . . .                                   | 34 |
| 5.2 Mémoire sur la quantification du risque opérationnel . . . . .                  | 34 |
| 5.3 La plateforme Business Management Accountability . . . . .                      | 35 |
| 5.4 Le tableau de bord de suivi d'incidents et de plans d'actions . . . . .         | 36 |
| 5.5 Suivi de KRI . . . . .  | 38 |
| 5.6 Travail sur Theorem . . . . .   | 38 |
| Conclusion  | 39 |
| Glossaire   | 40 |
| Bibliographie   | 41 |

## Table des figures

|           |  |    |
|-----------|--|----|
| FIGURE 1  | Siège Société Générale A Paris . . . . .                             | 8  |
| FIGURE 2  | Société Générale en chiffres . . . . .                               | 8  |
| FIGURE 3  | Cours de l'action Société Générale . . . . .                         | 9  |
| FIGURE 4  | Activité du groupe Société Générale . . . . .                        | 10 |
| FIGURE 5  | Organisation de GBIS . . . . .                                       | 10 |
| FIGURE 6  | Graphes des piliers . . . . .  | 11 |
| FIGURE 7  | Pertes dues au Rogue Trading . . . . .                               | 12 |
| FIGURE 8  | Méthodes de quantification des fonds propres Bâle II . . . . .       | 14 |
| FIGURE 9  | Matrice Lignes Métier * Catégories de risque . . . . .               | 15 |
| FIGURE 10 | Etapes de la méthode LDA . . . . .                                   | 17 |
| FIGURE 11 | Loi binomiale Négative . . . . .                                     | 19 |
| FIGURE 12 | Loi de poisson . . . . .   | 20 |
| FIGURE 13 | Loi Log-Normale . . . . .  | 21 |
| FIGURE 14 | Loi Log-Normale tronquée . . . . .                                   | 23 |
| FIGURE 15 | Copule Gaussien . . . . .  | 26 |
| FIGURE 16 | Copule de Gumbel . . . . .   | 26 |
| FIGURE 17 | Interface principale de BMA . . . . .                                | 35 |
| FIGURE 18 | Interface de BMA . . . . .   | 36 |
| FIGURE 19 | tableau de bord de suivi d'incidents et de plans d'actions . . . . . | 37 |
| FIGURE 20 | Feuille de paramétrage . . . . .                                     | 37 |
| FIGURE 21 | tableau de bord de suivi de KRI . . . . .                            | 38 |

## Liste des tableaux

|         |  |    |
|---------|--|----|
| TABLE 1 | Lignes Métier et catégories de risques selon Bâle II . . . . . | 16 |
|---------|--|----|

# Remerciements

Je tiens à remercier sincèrement toutes les personnes qui ont contribué au succès de mon stage à la *Société Générale*, ou j'ai été si bien accueilli et entouré.

Je remercie donc tous les membres des équipes Safe avec qui j'ai pu collaborer.

Je remercie tout d'abord Hélène Lemaître responsable du département Safe/Mar, ayant eu l'honneur de participer à plusieurs réunions avec elle, bénéficiant ainsi de sa maîtrise et de son expertise du métier.

Un grand merci bien sûr à la charismatique Isabelle Aurel Verzini, mon maître de stage pour sa bienveillance, sa présence, tout le temps qu'elle m'a consacré, la confiance qu'elle m'a accordé tout au long de mon stage, et puis son assistance si précieuse pour mener à bien mes projets et mon activité dans l'équipe.

Je témoigne toute ma gratitude au chevronné Hervé Gérard YOH pour l'expérience professionnelle importante qu'il a bien voulu partager avec moi, particulièrement son vécu de la crise des subprimes en 2008.

J'adresse toute ma reconnaissance à Cerise Mary, son dynamisme et sa générosité ont été une véritable inspiration. Cela a été un plaisir de travailler avec elle. Je remercie vivement l'ingénieur Faïçal Ouerghi à qui j'adressais mes questions les plus tordues, pour sa disponibilité et ses encouragements tout au long de mon stage.

J'exprime également ma gratitude à Véronique Cournon, au grand cœur pour sa disponibilité et ses conseils précieux. À l'incontournable Nathalie Frémont pour sa rigueur et sa détermination. A Jérôme Cassan et Lionel Hameon pour tous les échanges professionnels et les moments de convivialités que nous avons vécu. A Arnaud Jacob et Toufik Belkhous, envers qui j'exprime toute ma sympathie.

Je n'oublie pas de remercier Nathanaëlle Brasseur, chef de projet chez Safe et enseignante de finance pour sa confiance et son soutien.

D'un autre côté, je tiens à témoigner toute ma reconnaissance envers toute l'équipe pédagogique de la MACS. Notamment Monsieur Olivier Lafitte directeur de notre formation, Monsieur Emmanuel Audusse responsable des études et Monsieur Ahmed Kebaier responsable de l'option finance et puis un grand merci à Madame Kaouthar Louati responsable de la formation Informatique Financière à Esprit pour leurs soutien, encouragements et dévouement scolaire et extra-scolaire.

Enfin, à mes parents à qui je dois ma vie.

# Résumé

La gestion des risques est au cœur de l'industrie financière moderne. Depuis longtemps le risque se résumait à celui de marché et de crédit. Pourtant, le risque Opérationnel est l'un des risques majeurs auquel est exposée la banque d'investissement d'aujourd'hui.

Du risque d'erreur humaine, risque de fraude ou de catastrophes naturelles, celui-ci inclut plusieurs événements susceptibles de générer des plus petites aux plus grosses des pertes. Des incidents comme les attaques terroristes du 11 Septembre ou le "Rogue Trading" de Nick Lesson autobiographié dans le film "Rogue Trader" (1999) en font preuve.

Le comité de Bâle \* s'est ainsi introduit pour définir des directives face à l'ampleur de ce risque. Bâle II propose 3 approches différentes pour quantifier le capital réglementaire requis à détenir par la banque pour se couvrir contre le risque opérationnel. L'approche indicateur de base \* (Basic Indicator Approach), l'approche standard \* (Standardized approach) et l'approche avancée (Advanced Measurement approach).

La dernière étant la plus complexe à implémenter, elle présente l'avantage d'être à la fois souple dans le choix du modèle à calibrer et exhaustive dans la quantification du capital requis.

Dans un premier temps, nous présenteront le cadre général dans lequel s'inscrit l'étude du risque opérationnel dans une banque d'investissement.

Dans un deuxième temps, Nous nous intéresserons particulièrement à la méthode actuarielle LDA (Loss Distribution Approach) de l'approche avancée (AMA). Nous introduirons l'application de la théorie des valeurs extrêmes et des événements rares au risque opérationnel.

Finalement, nous nous focaliserons sur le prix d'options Européennes \* soumises au risque opérationnel.

# Introduction

Le 23 Janvier 2008, une voix triste à peine audible annonçait via les hauts parleurs aux résidants de la salle de marché, quartier général des traders, la fin d'une époque, celle des rockstars. L'affaire Kerviel vient d'être annoncé . Le déboucllement des positions Kerviel par Maxime Kahn coute 4.9 milliards d'euros à la banque.

La majorité de ces pertes ont été identifiées comme étant purement opérationnelles.

L'impact d'un tel événement sur une banque fait qu'aujourd'hui aucune marge d'erreur n'est permise.

Dans ce cadre là, j'ai eu l'opportunité d'effectuer mon stage de fin d'études au sein du département SAFE Security Anti Fraud Expertise, mobilisé contre le risque opérationnel à la *Société Générale*.

C'est avec une attitude enthousiaste et curieuse, que j'ai pu découvrir un environnement d'entreprise internationale, une organisation financière complexe, agencée avec précision, ou l'esprit d'équipe intra et inter équipes s'impose comme cadenceur et bâtisseur de l'organisation.

Ceci s'applique particulièrement pour les deux équipes avec lesquelles j'ai travaillé, responsables du risque opérationnel sur les activités du marché. L'équipe travaille donc de manière bivalente à proximité de l'environnement décisionnel de la banque, et de la salle de marché.

J'ai travaillé dans ce cadre sur deux parties complémentaires pour mon stage.

Une première partie contribue à l'activité quotidienne aux sein des équipes. J'ai eu l'opportunité de développer des outils avec différentes technologies. Puis dans une deuxième partie, non indépendante, j'ai pu mettre à l'épreuve mes compétences en mathématiques financières et en modélisation dans la quantification du risque opérationnel dans la banque d'investissement.

Ainsi, je présenterai dans une première instance l'entreprise *Société Générale* particulièrement l'activité de Safe. Puis dans une deuxième instance, j'introduirai les méthodes mathématiques utilisées par la *Société Générale* pour la quantification du risque opérationnel. Enfin dans une troisième partie, je détaillerai les missions qui m'ont été confiées en entreprise.

# 1. Cadre du stage

## 1.1 Présentation de l'entreprise

### 1.1.1 Informations Générales

La *Société Générale*, fondée le 4 mai 1864 est l'une des banques françaises les plus anciennes. Son premier dirigeant fut Joseph Eugène Schneider, un grand industriel français opérant sur le secteur de la métallurgie .



FIGURE 1 – Siège Société Générale A Paris

Présente aujourd'hui dans 67 pays, elle compte 148 300 collaborateurs qui accompagnent 30 millions de clients. <sup>2</sup>

Son directeur général est **Frédéric Oudéa**

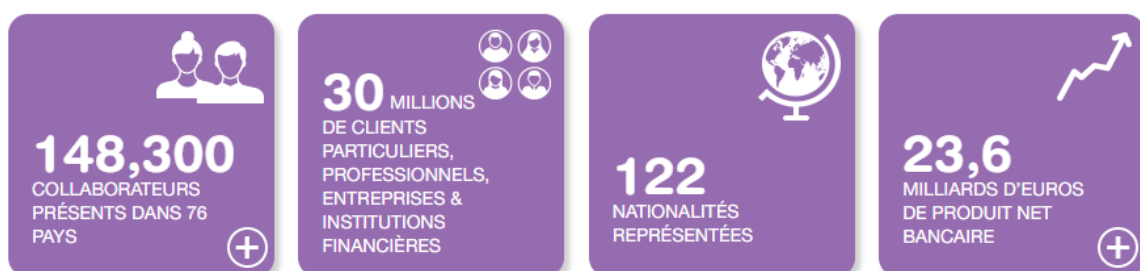


FIGURE 2 – Société Générale en chiffres 2016-2017

L'entreprise se ressource autour de quatre valeurs fortes : Esprit d'équipe, Engagement, Innovation et Responsabilité.

2. Source : [www.societegenerale.com](http://www.societegenerale.com)



### 1.1.2 Cotation en bourse

La *Société Générale* est cotée en bourse. Son code ISIN est FR0000130809. Elle fait partie du Cac 40.

Le Cac 40 est un indice boursier Français regroupant les plus grandes capitalisations boursières \*. La *Société Générale* occupe la quatorzième place avec 39,37 Md€ de capitalisation boursière.

Le cours de l'action est en hausse depuis le début de l'année 2017 pour atteindre un cours de fermeture de 48,75€ au 14 Septembre 2017.

12/09/2017

■ Societe Generale (PAR) Ouverture: 47.77 | Haut: 48.67 | Bas: 47.66 | Fermeture: 48.58

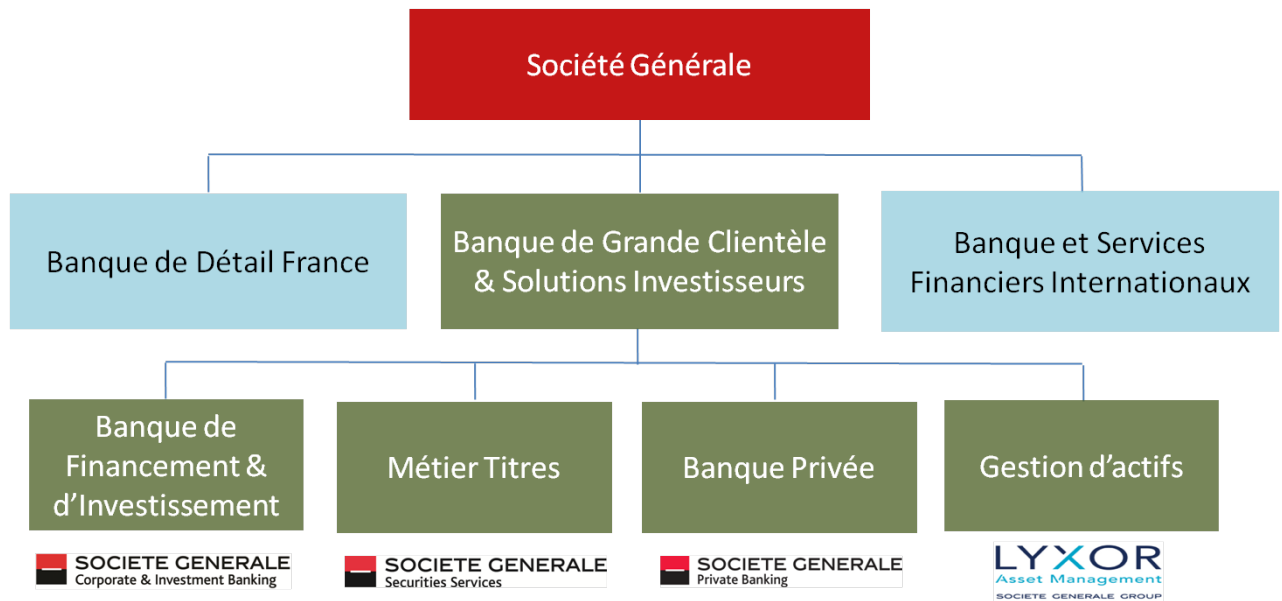


FIGURE 3 – Cours de l'action de la *Société Générale* en 2017

### 1.1.3 Activité du groupe *Société Générale*

L'activité de la banque est centrée sur trois pôles métiers :

- la Banque de détail en France composée des enseignes *Société Générale*, Crédit du Nord, et Boursorama.
- la Banque de détail à l'International, l'Assurance, et les Services financiers aux entreprises
- la Banque de Financement et d'Investissement (GBIS : Global Banking & Investor Solutions), Banque Privée, Gestion d'Actifs et Métier Titres.

FIGURE 4 – Activité du groupe *Société Générale*

### 1.1.4 Organisation de GBIS

GBIS (Global Banking & Investor Solutions) s'articule autour de trois axes métiers principaux :

- Les relations clients
- les lignes métiers
- Les fonctions support

Safe se positionne sur l'axe fonctions support avec MACC (Market Analyst & Certification), OPER (Operations) et ITEC (Information Technology).

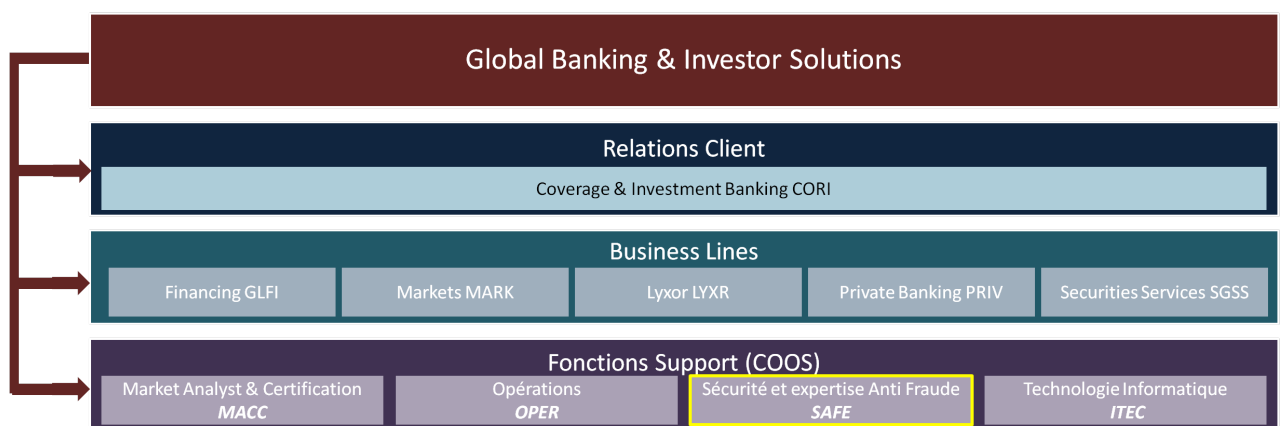


FIGURE 5 – Organisation de GBIS

## 1.2 Présentation de Safe

Le département Safe (Security And Anti Fraud Expertise), crée en 2008 suite à l'affaire Kerviel, est une entité responsable de l'animation et de l'organisation du cadre de contrôle permanent lié au risque opérationnel de GBIS.

Ce cadre de contrôle est basé sur 3 piliers :

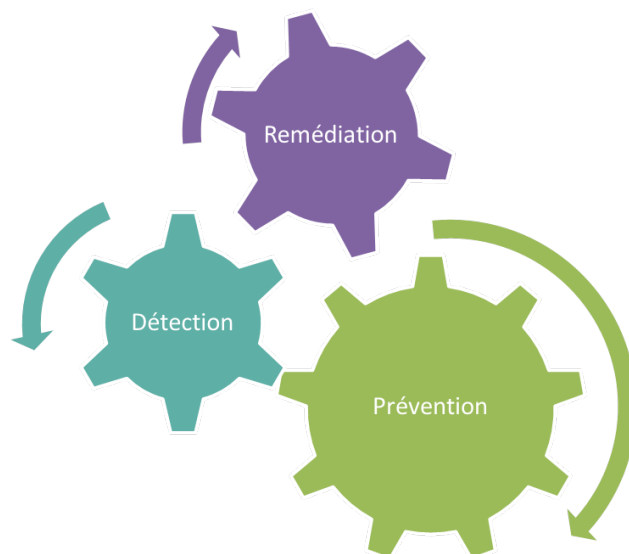


FIGURE 6 – -La prévention-la détection-La remédiation

Ces piliers permettent de réduire et prévenir le risque de manière robuste et fiable ; Parmi ses responsabilités :

- S’assurer que les lignes Métier et fonctions support identifient et gèrent leurs risques opérationnels. Mettre en œuvre et maintenir le cadre de contrôle permanent.
- Implémenter et coordonner les processus de gestion du risque opérationnel comme la collecte de pertes opérationnelles.
- Surveiller le risque opérationnel via des KRI (Key Risk Indicators <sup>\*</sup>), indicateurs de suivi mis en place sur l’ensemble de l’activité de la banque.
- Détecter et prévenir la fraude et le « Rogue Trading ».

## 2. Le risque opérationnel Bâlois

### 2.1 Définition du risque opérationnel

Le comité de Bâle définit le risque opérationnel comme étant le risque de pertes provenant de processus internes inadéquats ou défectueux, de personnes et systèmes ou d’événements externes.



*Le Risque Opérationnel est le risque de perte résultant d'un processus internes, personnes ou systèmes, inadéquats ou défaillants, de personnes et systèmes ou d'évènements externes même ceux de très faible probabilité d'occurrence, et avec un risque de perte important.*



*Décret Français, 3 Novembre 2014*

Cette définition inclut le risque juridique mais exclut le risque stratégique lié à la mauvaise prise de décisions et le risque de réputation.

Néanmoins, la *Société Générale* a choisit d'inclure ce dernier risque dans son cadre de contrôle permanent. Un incident opérationnel est la manifestation concrète d'un risque opérationnel. Il peut se manifester par une perte/gain financier ou encore aucune perte financière.



**FIGURE 7 – Pertes dues au Rogue Trading**

Ces chiffres<sup>3</sup> montrent l'ampleur du risque opérationnel dû au Rogue Trading. Une stratégie face à ce risque est donc indispensable.

## 2.2 La classification Bâloise des incidents opérationnels

Selon le comité de Bâle II, Il existe 7 catégories d'incidents opérationnels :

- Fraude interne
- Clients, produits et pratiques commerciales
- Fraude externe
- Exécution, livraison et gestion des processus
- Dommages occasionnés aux actifs physiques
- Interruptions de l'activité et dysfonctionnements des systèmes
- Pratiques en matière d'emploi et de sécurité du travail

3. Source : The Wall Street Journal research

Une classification propre à la *Société Générale* a été également développée. Elle comporte 8 catégories divisés en 49 sous catégories. Toutes sont associées aux 7 catégories du cadre Bâlois.

Les catégories de classification selon la *Société Générale* sont :

- Litiges commerciaux
- Litiges avec les autorités
- Erreurs de pricing ou d'évaluation du risque
- Erreurs d'exécution
- Fraudes et autres activités criminelles
- Perte de moyens d'exploitation
- Défaillance des systèmes d'information

## 2.3 Exigences minimum en fonds propres selon Bâle II

Afin de couvrir les pertes dues au risque opérationnel, le comité de Bâle sur le contrôle bancaire a défini la quantité de fonds propres réglementaire, comme étant le montant à détenir pour absorber avec une probabilité de 99% les pertes potentielles sur une année.

La quantification de ces fonds propres dépend de la méthode de calcul choisie. Il en existe trois selon Bâle II.

- L'approche indicateur de Base (**BIA**)
- L'approche standard (**TSA**)
- L'approche avancée (**AMA**)

Les deux premières sont des approches *Top-Down*. Le risque dans ces approches est qualifié grâce à des indicateurs globaux de performance sans avoir recours à l'identification des incidents ou des causes de pertes.

En contrepartie, l'approche (**AMA**) est une méthode *Bottom-up*, elle part des lignes métiers pour qualifier le risque et agrège ces effets afin de produire un modèle de calcul robuste.

Cette méthode fera l'objet de notre étude approfondie.

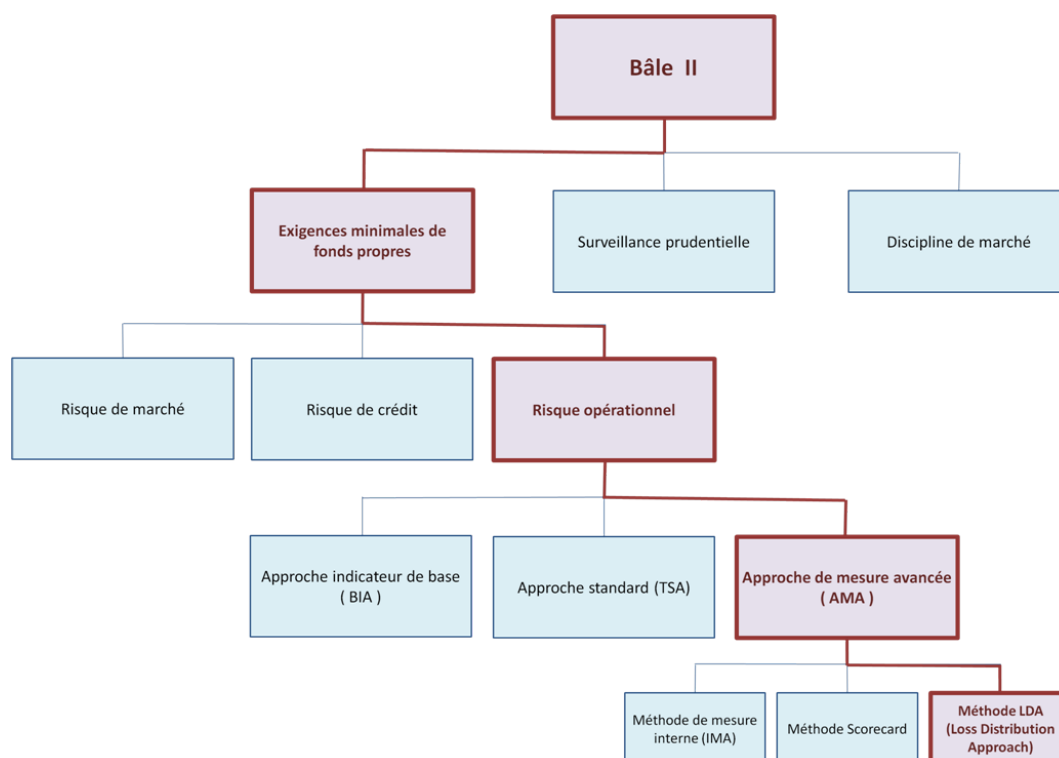


FIGURE 8 – Méthodes de quantification des fonds propres selon Bâle II

### 3. L'Approche Mesure Avancée AMA

C'est l'approche de choix pour les grandes institutions financières et la *Société Générale* en fait partie.

Le régulateur ne spécifie pas une méthode particulière mais plutôt un cadre global et un ensemble de règles à respecter pour appliquer l'approche (AMA). Il s'en suit que plusieurs méthodes sont utilisés tel que :

La méthode de mesure interne (IMA), la méthode *Scorecard* et la méthode (LDA) *Loss Distribution Approach* qui est la plus quantitative et la plus adaptée aux besoins des banques aujourd'hui.

#### 3.1 Normes quantitatives pour l'approche AMA

Pour mener à bien l'application de la méthode avancée (AMA). Le comité de Bâle a défini un standard à suivre pour la collecte des pertes opérationnelles. Cela inclut les sources de données à inclure dans la calibration du modèle. Il en existe trois :

- **LES DONNÉES INTERNES** : Elles doivent être collectées sur une période minimum de cinq ans. Ces données historiques doivent être associées aux types de risque et aux lignes métiers définies dans l'accord *Bâle II*, et doivent être déclarées à partir d'un seuil 10K ou 20K selon la ligne métier \*.

- **LES DONNÉES EXTERNES** : Le système de mesure de risque de la banque doit inclure les pertes collectés dans des bases externes à la banque. Ces bases de données sont disponibles

grâce à des vendeurs spécialisés comme OPDATA ou par des consortiums de banques comme ORX (*Operational RiskData Exchange Association*)

– **ANALYSE DE SCÉNARIO & OPINION D'EXPERT** : Une analyse de scénario doit être pratiquée pour évaluer l'exposition aux risques à fort impact. Cette analyse est faite en tenant compte de l'exercice du RCSA \* (*Risk Control Self Assessment*) qui permet d'identifier puis d'évaluer les risques spécifiques à chaque ligne métier.

L'agrégation de ces trois sources de données pour calibrer un modèle (AMA) est souvent délicate, pour cela plusieurs techniques bayésiennes ont été proposées pour combiner ces sources.

### 3.2 La méthode LDA (Loss Distribution Approach)

La méthode (LDA) est la méthode la plus utilisée dans l'industrie, elle fait partie des méthodes de la famille (AMA).

C'est une méthode statistique basée sur des techniques actuarielles. Elle repose sur le principe suivant :

**Etape 1** : Les pertes encourues par la banque sont réparties par ligne métier (BL) et par catégorie de risque (RC). Une matrice est ainsi construite [BL x RC], où chaque cellule (i, j) de la matrice représente l'intersection entre une (BL) et une (RC).

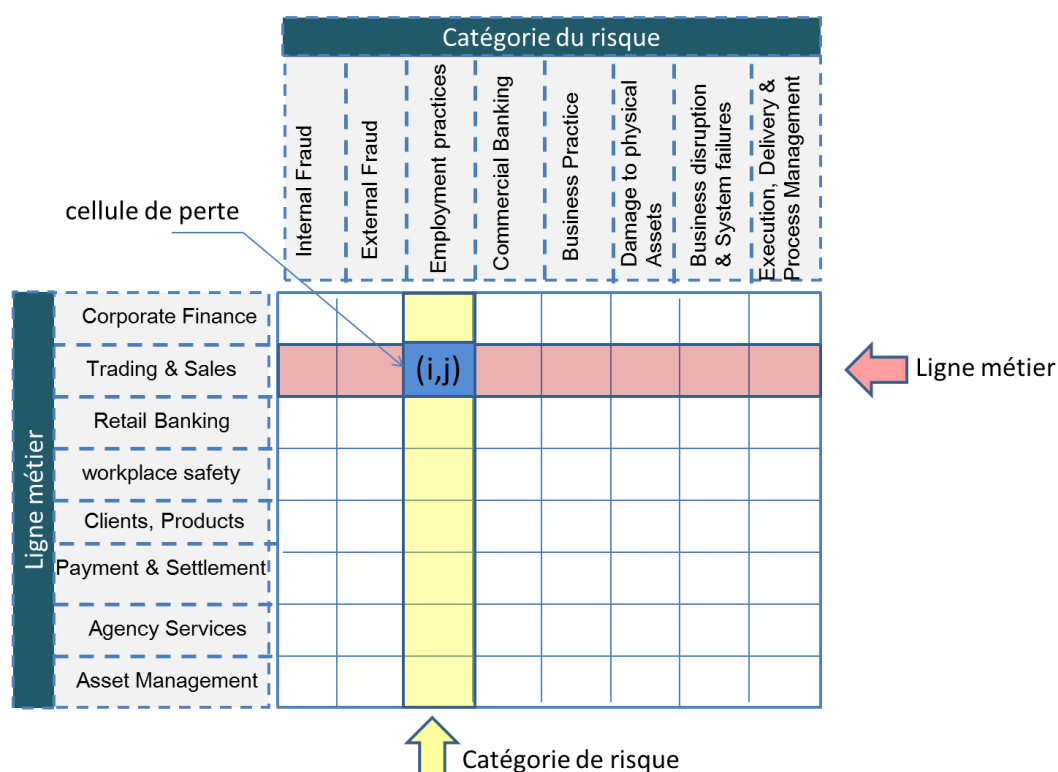


FIGURE 9 – Matrice [BL \* RC]

Les lignes métiers et les catégories de risques comme définies par le comité de Bâle II, sont présentés dans le tableau suivant :

TABLE 1 – Lignes Métier et catégories de risques selon Bâle II

| Ligne Métier BL         | Catégorie de Risque RC                      |
|-------------------------|---|
| 1- Corporate Finance    | 1- Internal Fraud                           |
| 2- Trading & Sales      | 2- External Fraud                           |
| 3- Retail Banking       | 3- Employment practices & workplace safety  |
| 4- Commercial Banking   | 4- Clients, Products & Business Practice    |
| 5- Payment & Settlement | 5- Damage to physical Assets                |
| 6- Agency Services      | 6- Business disruption & System Failures    |
| 7- Asset Management     | 7- Execution, Delivery & Process Management |

REMARQUE : La *Société Générale* fait recours à sa propre matrice [BL x RC] qui contient 4 lignes métier et 8 catégories de risques associées aux risques définis par le régulateur.

**Etape 2 :** On modélise la fréquence des pertes annuelles encourues par une cellule  $(i,j)$  avec une loi de probabilité.

**Etape 3 :** On modélise la sévérité des pertes annuelles pour un seul incident par une loi de probabilité.

**Etape 4 :** Une simulation Monte Carlo permet d'avoir la perte annuelle sur une cellule  $(i,j)$  donnée.

**Etape 5 :** En agrégeant sur tous les types de risques et toutes les lignes métier une loi de probabilité jointe de la perte totale sur une année est obtenue grâce à une structure de dépendance appropriée.

**Etape 6 :** A partir de la loi de probabilité annuelle totale obtenue, on estime la quantité de fonds propres requises grâce aux quantiles d'une mesure de risque adéquate.



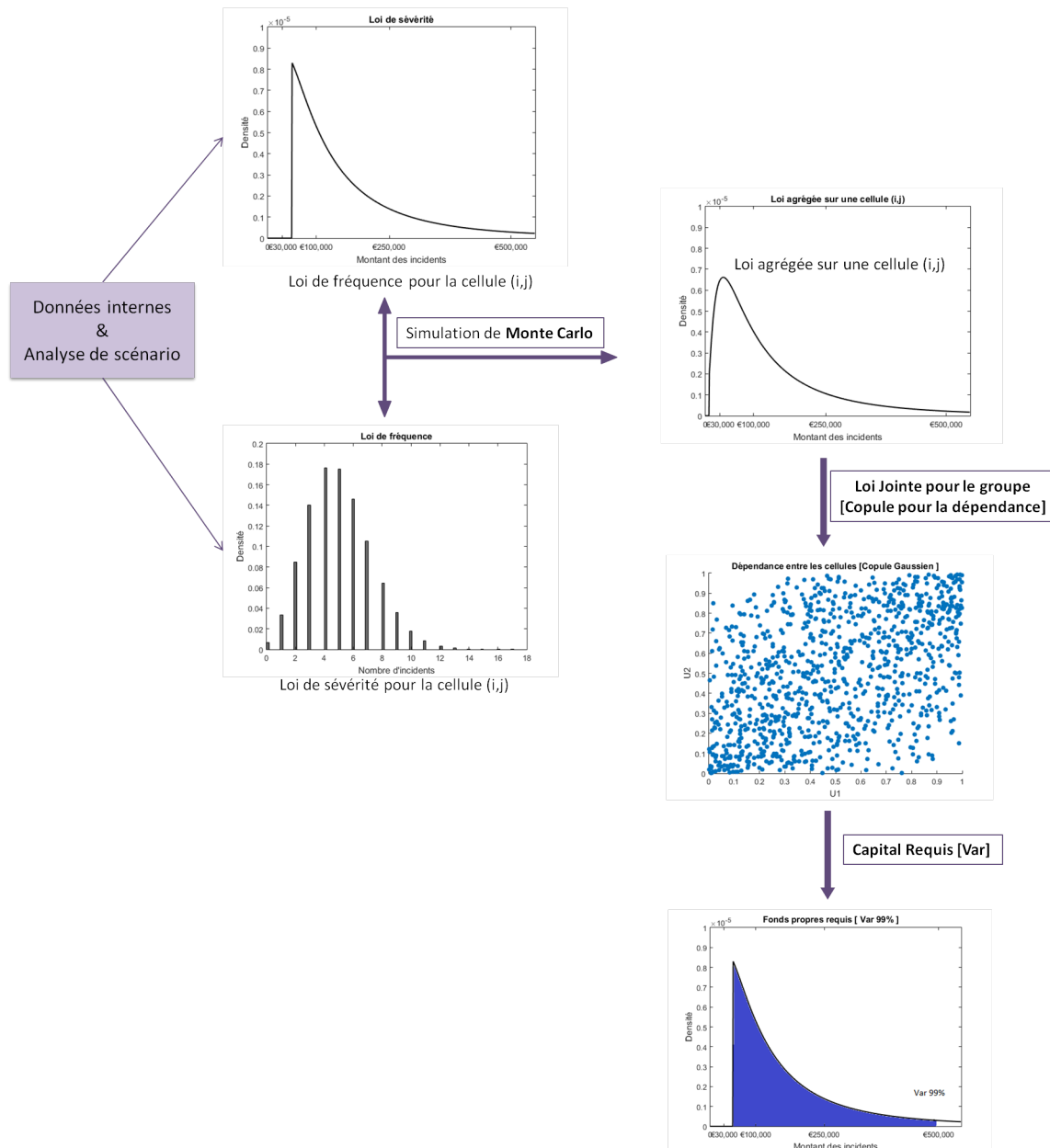


FIGURE 10 – Etapes de la méthode LDA

### 3.3 Formalisme Mathématique de la méthode LDA

#### 3.3.1 Perte sur une cellule donnée

La perte sur une cellule  $(i, j)$  de la matrice  $[BL \times RC]$  est estimée via une loi de probabilité composée de deux lois de probabilités indépendantes.

→ Une loi de probabilité dite de sévérité

Elle caractérise l'impact d'un seul incident de perte  $k$  sur la ligne métier  $i$ , et la catégorie de risque  $j$ .

$(X_k(i, j))$  est une variable aléatoire de fonction de répartition  $(F_{X_k}^{i,j}(x))$ .

→ **Une loi de probabilité dite de fréquence**

Elle représente le nombre d'incidents de perte survenue sur une période d'une année ( $F_{N(i,j)}(x)$ ).

La perte totale sur une année pour la cellule  $(i, j)$  s'écrit alors :

$$L(i, j) = \sum_{k=1}^{N(i,j)} X_k(i, j) \quad (1)$$

On note sa fonction de répartition  $F_{i,j}(x)$

**Hypothèses du modèle :** La construction du modèle repose sur deux hypothèses fondamentales :

1. La fréquence et la sévérité sont indépendantes
2. Les sévérités sont indépendantes identiquement distribuées (**iid**)

Les hypothèses ci-dessus permettent d'établir une expression de l'espérance de la perte sur une cellule.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[L(i, j)] &= \mathbb{E}[L(i, j) | N(i, j)] = \mathbb{E}\left[\mathbb{E}\left[\sum_{k=1}^{N(i,j)} X_k(i, j)\right]\right] = \mathbb{E}\left[\sum_{k=1}^{N(i,j)} \mathbb{E}[X_k(i, j)]\right] \\ &= \mathbb{E}[N(i, j)\mathbb{E}[X_1(i, j)]] = \mathbb{E}[N(i, j)]\mathbb{E}[X_1(i, j)] \end{aligned}$$

et donc

$$\mathbb{E}[L(i, j)] = \mathbb{E}[N(i, j)] \cdot \mathbb{E}[X_1(i, j)] \quad (2)$$

Par conséquent, l'espérance de perte sur une cellule dépend uniquement de l'espérance de perte sur un seul incident et de l'espérance du nombre d'incidents.

Une expression générique de la fonction de répartition de la perte totale sur une cellule peut être déduite de la formule.

$$F_{i,j}(x) = \mathbb{P}(L(i, j) \leq x) = \begin{cases} \mathbb{P}(N(i, j) = 0) + \sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{P}(N(i, j) = k) F_{X_k(i,j)}^{kx}(x), & \text{pour } x > 0 \\ \mathbb{P}(N(i, j) = 0), & \text{pour } x = 0 \end{cases} \quad (3)$$

avec  $F_{X_k(i,j)}^{kx}$  la convolution d'ordre  $k$  des fonctions de répartition.

$$F_{X_k(i,j)}^{kx} = F_{X_{k-1}(i,j)}^{k-1} * F_{X_k(i,j)} \quad * \text{ opérateur de convolution}$$

En pratique, il est quasiment impossible d'établir une expression analytique de la fonction de répartition précédemment établie. Par conséquent, il est plus judicieux d'adopter une approche numérique.

La méthode *Monte Carlo* permet d'avoir des tirages de cette loi sur une cellule donnée.

**Esquisse de l'algorithme Monte Carlo**

1. On tire une réalisation de la loi de fréquence  $N$ .
2. On tire  $N$  réalisations de la loi de sévérité.

3. On calcule la somme de l'échantillon obtenue. Cela correspond à une réalisation de la perte sur une cellule.
4. On répète les étapes 1 à 3 jusqu'à obtenir l'échantillon souhaité de la loi de perte totale sur une cellule.

### 3.3.2 Loi de probabilité pour la fréquence

Le nombre d'incidents de perte ou fréquence par an peut être modélisé par plusieurs lois de probabilités parmi lesquelles on cite : *la loi binomiale, la loi binomiale négative et la loi de Poisson.*

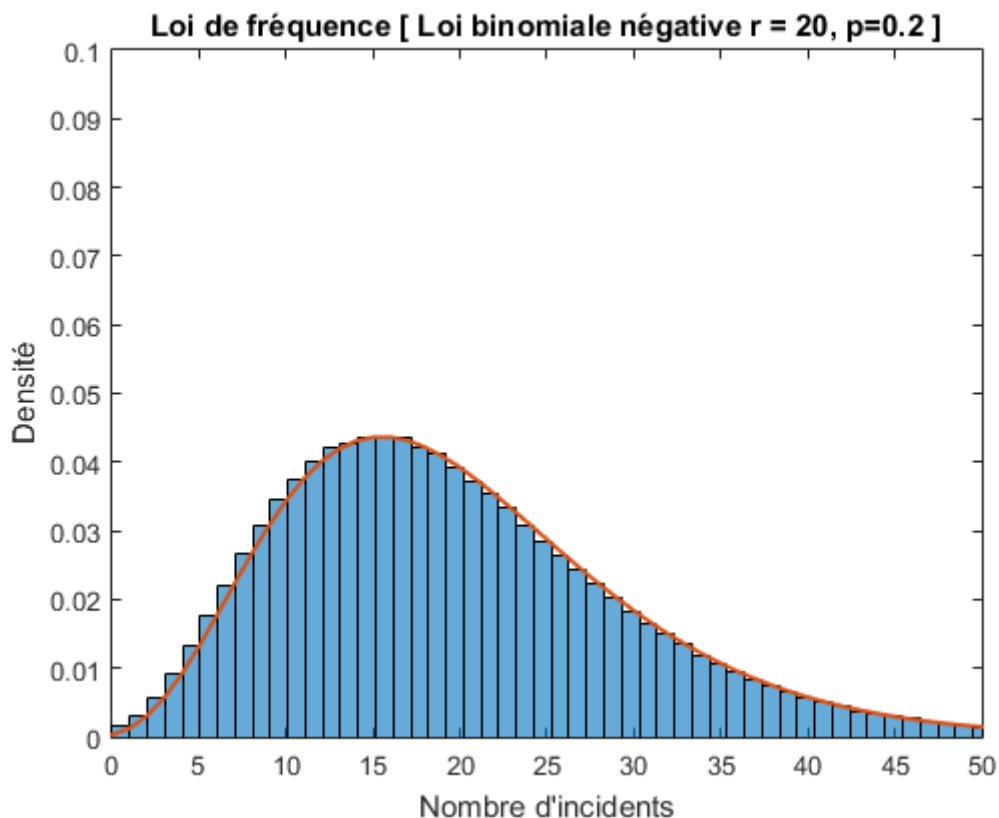


FIGURE 11 – Loi binomiale Négative

C'est la loi de poisson qui est prise en compte dans le modèle interne SG. Elle présente l'avantage d'avoir un seul paramètre  $\lambda$  facile à calibrer via les pertes historiques vu que ce paramètre représente la moyenne du nombre d'incidents par an. Mais aussi grâce au caractère additif des paramètres  $\lambda_i$  sur une somme de lois de poisson.

La loi de Poisson d'intensité  $\lambda > 0$  s'écrit :

$$P_{\lambda}(N = k) = P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad \text{pour } k = 0, 1, \dots, n \quad (4)$$

$\lambda$  : moyenne des incidents par an.

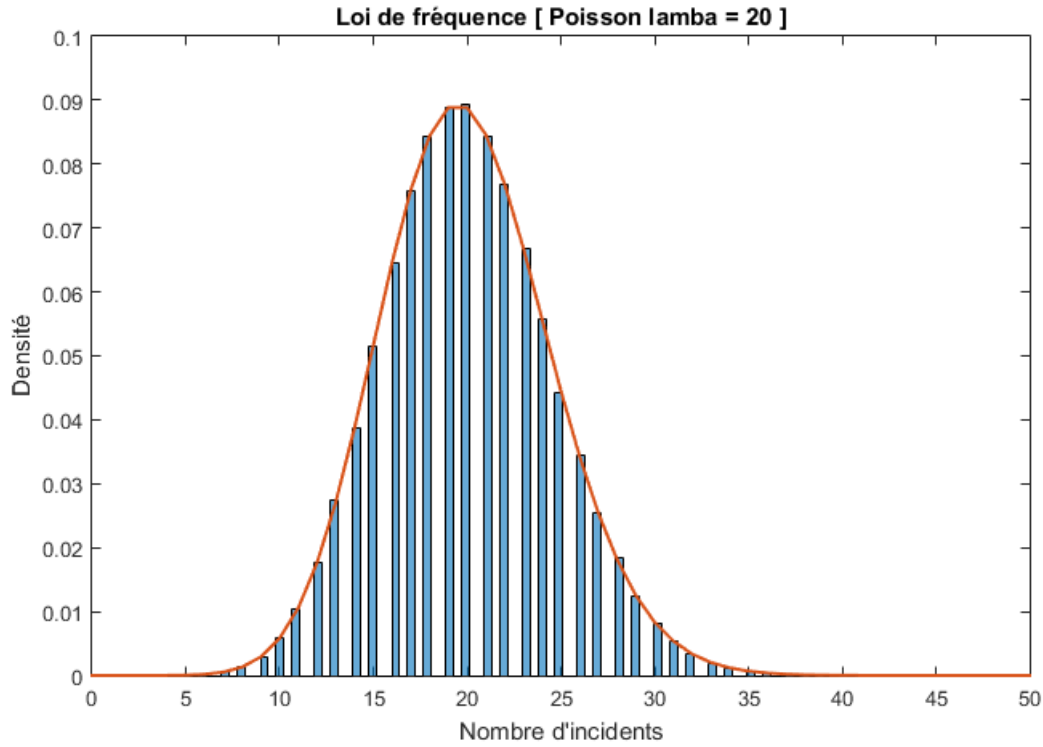


FIGURE 12 – Loi de poisson

### 3.3.3 Loi de probabilité pour la sévérité

La loi de sévérité pour une cellule donnée  $(i, j)$  doit être choisie selon plusieurs critères. Comme on modélise des pertes et non des gains, la loi choisie doit vérifier le critère de positivité et donc ne prend que des valeurs dans  $[0, +\infty[$ .

Parmi les lois qu'on pourrait choisir on identifie :

**loi de Weibull**  $\sim W(k, \lambda)$  de densité :

$$f_X(x) = \left(\frac{k}{\lambda}\right) \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad \begin{cases} k > 0 \text{ paramètre de forme} \\ \lambda > 0 \text{ paramètre d'échelle} \end{cases} \quad (5)$$

$W(k, \lambda)$  est de fonction de répartition :

$$F_X(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad (6)$$

**La loi de Pareto**  $\sim \text{Par}(X_0, \alpha)$  de densité :

$$f_X(x) = \left(\frac{\alpha}{X_0}\right) \left(\frac{X_0}{x}\right)^{\alpha-1}; \quad x \geq X_0 \quad (7)$$

$\text{Par}(X_0, \alpha)$  est de fonction de répartition :

$$F_X(x) = 1 - e^{-\left(\frac{X_0}{x}\right)^\alpha}; \quad x \geq X_0 \quad (8)$$

La loi Log-Normale  $\sim \text{Lognormal}(\mu, \sigma^2)$  de densité :

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

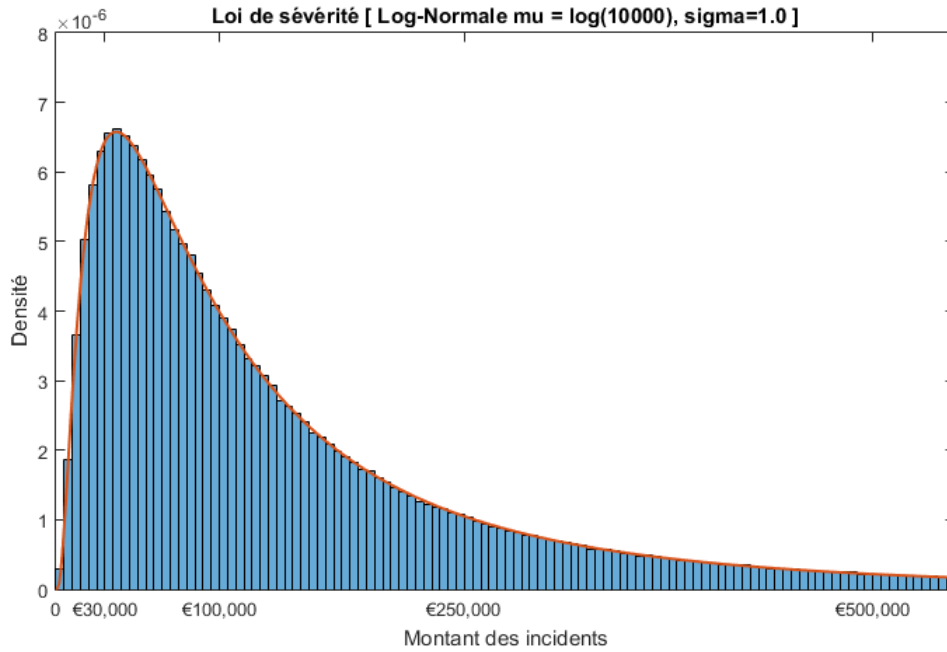


FIGURE 13 – Loi Log-Normale

Finalement, la loi Log-Normale est retenue à la *Société Générale* pour modéliser la sévérité. Ce choix est fondé sur des tests statistiques de qualité d'ajustement (Goodness of fit) comme le test graphique Q-Q plot et le test d'Anderson-Darling

L'estimation de paramètre pour les lois choisies fera l'objet de la section suivante.

### 3.3.4 Estimation de paramètres pour la fréquence et la sévérité

Afin d'estimer les paramètres des lois proposées, La méthode du **Maximum de vraisemblance** est utilisée.

**Estimation du paramètres  $\lambda$  de loi de fréquence [Poisson] :**

La vraisemblance de loi de Poisson s'écrit :

$$\begin{aligned} L_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \lambda) &= \log \left( e^{-n\lambda} \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!} \right) \\ &= -n\lambda + \log(\lambda) \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \log(x_i!) \end{aligned} \quad (10)$$

En maximisant la Log-Vraisemblance par rapport à  $\lambda$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log(L_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \lambda))}{\partial \lambda} &= 0 \\ \Leftrightarrow -n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i &= 0 \end{aligned}$$

Ainsi l'estimateur de  $\lambda$  est donnée par :

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \quad (11)$$

En réalité, les données historiques des pertes ne sont prises en compte qu'à partir d'un certain seuil de collecte 10K ou de 20K, selon la ligne métier.

Cela introduit un biais par rapport à la valeur théorique dans le sens où il y aura forcément moins d'incidents de pertes par an qui dépassent ce seuil H.

Un ajustement est alors fait et le paramètre  $\lambda$  sera donné par :

$$\lambda = \frac{\lambda_{\text{théorique}}}{\mathbb{P}(L(i, j) > H)} \quad (12)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_{\text{théorique}}}{1 - F_{L(i, j)}(H)}$$

### Estimation des paramètres $\mu, \sigma^2$ pour la loi de sévérité [Log-Normale] :

On rappelle que la loi Log-Normale est retenue pour modéliser la sévérité.

La Vraisemblance est donnée par :

$$L_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \mathbb{P}(X = x_i)$$

$$= \prod_{i=1}^n \frac{1}{x_i \sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\log x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\log(L_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \mu, \sigma^2)) = \frac{-n}{2} \log(\sigma^2) - \frac{n}{2} \log 2\pi$$

$$- \sum_{i=1}^n \log x_i - \sum_{i=1}^n \frac{(\log x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}$$

En maximisant la Log-Vraisemblance, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \log(L_n(X_1, X_2, \dots, X_n; \mu, \sigma^2))}{\partial \mu} = 0 \\ \frac{\partial \log(L_n(X_1, X_2, \dots, X_n; \mu, \sigma^2))}{\partial \sigma^2} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 2 \frac{(\log X_i - \mu)}{2\sigma^2} = 0 \\ \frac{-n}{2\sigma^2} + \sum_{i=1}^n \frac{(\log x_i - \mu)^2}{2(\sigma^2)^2} = 0 \end{cases}$$

Ainsi les estimateurs de  $\mu$  et de  $\sigma$  sont données par :

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log X_i \\ \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\log X_i - \hat{\mu})^2 \end{cases} \quad (13)$$

De même, la **sévérité** dépend du seuil de collecte des incidents. Un ajustement est fait sur la loi pour refléter ce seuil.

Ainsi, une loi Log-Normale tronquée est adéquate dans ce cas.

Sa fonction de densité est donnée par :

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2\right] \frac{1}{1 - F_X(H)} \mathbb{1}_{\{x \geq H\}} \quad (14)$$

avec :

$$\begin{cases} H : & \text{Seuil de collecte} \\ F_X : & \text{Fonction de répartition de la loi Log-Normale non tronquée} \end{cases}$$

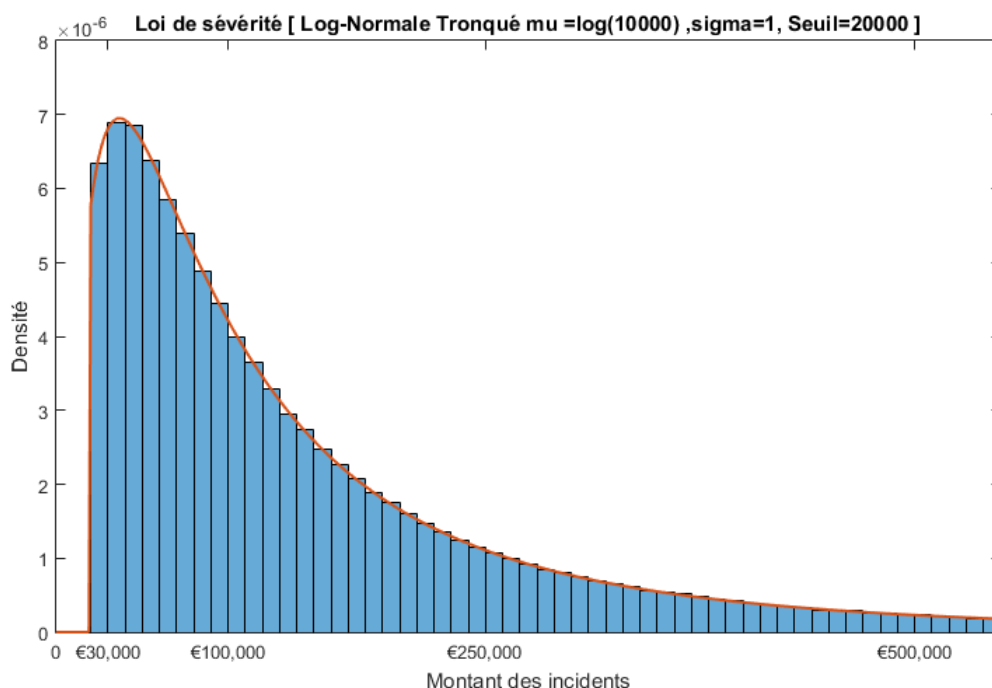


FIGURE 14 – Loi Log-Normale tronquée

### 3.3.5 Théorie des valeurs extrêmes et risque opérationnel

En risque opérationnel, la nature même des événements qui peuvent varier d'une simple erreur d'exécution à des événements plus graves tels que les catastrophes naturelles et l'impossibilité de continuer l'activité de la banque en condition normale permet de générer des pertes immenses et inattendues.

Ces pertes **rare**s et **sévères** peuvent échapper à la loi de sévérité proposée.

**Les queues de distribution** de ces lois sont généralement moins lourdes que la distribution réelle des pertes. Ce phénomène est dû aux événements rares et sévères.

D'autre part, le Comité de Bâle II impose le fait qu'une banque doit démontrer que son approche capte bien les pertes survenues représentée par la queue de distribution.

A la *Société Générale*, plusieurs solutions ont été envisagées. Parmi celles-ci, l'inclusion de scénarios chocs et extrêmes dans la modélisation de la loi de sévérité.

Une deuxième approche connue dans la littérature sous le nom de *la théorie des valeurs extrêmes*, s'impose dans le cas d'étude d'événements rares et extrêmes.

Le prochain paragraphe présente un aperçu de son application.

#### Théorie des valeurs extrêmes

La théorie des valeurs extrêmes a pour objectif d'estimer la queue de distribution de la loi

de sévérité des pertes.

Elle capte les pertes extrêmes et rares dues aux événements rares.

Dans notre étude, on ne s'intéresse qu'à l'approche **POT : Peaks Over Threshold**.

C'est l'approche la plus adaptée aux pertes encourues à partir d'un certain seuil  $u$

Nous nous intéressons particulièrement à la fonction de répartition des excès au-delà du seuil  $u$ .

$$F_u(y) = \mathbb{P}(X - u \leq y | X > u); \quad 0 \leq y \leq x_R - u$$

avec :

$$\begin{cases} y = x - u : \text{les excès} \\ x_R \leq \infty : \text{le point extrême droit de } F \text{ la fonction de répartition des pertes.} \end{cases} \quad (15)$$

$F_u$  peut s'écrire en fonction de  $F$  :

$$\begin{aligned} F_u(y) &= \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} \\ &= \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \end{aligned} \quad (16)$$

Le théorème de **Pickands, Balkema et De Haan**, permet de conclure que pour une grande classe de lois  $F$ , la fonction de répartition des excès converge asymptotiquement vers **la loi de Pareto Généralisé**.

Nous obtenons ainsi :

$$F_u(y) \xrightarrow{u \rightarrow +\infty} G_{\xi, \sigma}(y); \quad 0 \leq y \leq x_R - u$$

avec :

$$G_{\xi, \sigma} \begin{cases} 1 - (1 + \frac{\xi}{\sigma}y)^{-\frac{1}{\xi}} & \text{pour } \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{pour } \xi = 0 \end{cases} \quad (17)$$

### 3.3.6 Calcul de la perte totale sur toutes les cellules

Nous nous sommes intéressés jusqu'ici à la modélisation de la perte sur une cellule donnée  $(i, j)$ .

On rappelle qu'une cellule est définie comme étant l'intersection entre une ligne Métier et une catégorie de risque.

La perte annuelle totale pour la banque est déduite en sommant toutes les catégories de risques et toutes les lignes métiers.

En notant  $I$  l'ensemble des lignes métiers ( $\text{Card}(I)=n$ ) et  $J$  l'ensemble des catégories de risques ( $\text{Card}(J)=m$ ).

La perte totale pour la banque est donnée par :

$$L = \sum_I \sum_J L(i, j)$$

Sauf que cette méthode suppose une corrélation totale entre les cellules.

Une étude menée en 2004 par *Crédit Agricole* et *Société Générale* a montré que cette méthode résulte en la surestimation du capital requis et donc un allègement de la structure de dépendance a été envisagé.



Mais qui dit **structure de dépendance** dit **Copules**. C'est le cadre d'étude des dépendances par excellence.

Notre objectif ultime étant de modéliser la loi jointe des pertes annuelle totale à partir des marginales composée des lois de perte sur chaque cellule, la fonction de répartition de la loi jointe peut s'écrire :

$$L = (L(1, 1), L(1, 2), \dots, L(n, m)) \quad (18)$$

Sa fonction de répartition est donnée par :

$$F_L(l) = \mathbb{P}(L(1, 1) < l_{1,1}, L(1, 2) < l_{1,2}, \dots, L(n, m) < l_{n,m}) \quad (19)$$

### Les Copules :

Formellement, un **Copule** est une fonction  $C$  de  $[0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$  qui possède les propriétés suivantes :

$$\text{pour } u = (u_1, u_2, \dots, u_n) \quad \begin{cases} C(u) = 0 \text{ si } \prod_{i=1}^n u_i = 0 \\ C(1, 1, \dots, u_i, 1, \dots, 1) = u_i \quad u_i \in [0, 1] \\ C \text{ est } n\text{-non décroissante} \end{cases} \quad (20)$$

Le théorème de Sklar est le résultat central de l'application de la théorie des copules. Il stipule que toute fonction de répartition  $F_X$  peut s'exprimer à partir des marginales  $F_{X_i}$  et d'un copule  $C$  tel que :

$$F_X(x) = C(F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_n}(x_n))$$

Grâce à ce théorème, on peut caractériser la fonction de répartition des pertes totales comme suit :

Soit  $(F_{L(i,j)})_{i,j}$  les marginales sur chaque cellule la fonction de répartition jointe s'écrit :

$$F_L(X) = C(F_{L(1,1)}(x_1), F_{L(1,2)}(x_1), \dots, F_{L(n,m)}(x_{n,m})) \quad (21)$$

Une fois la décomposition faite. On doit choisir avec attention un copule adéquat pour caractériser cette structure de dépendance.

Plusieurs copules peuvent être calibrés parmi lesquels on cite : Le copule gaussien et le copule de Gumbel, qui seront utilisés dans notre étude.

**COPULE GAUSSIEN :** Le copule Gaussien est le Copule défini par :

$$\forall u = (u_1, u_2, \dots, u_n) \in [0, 1]^n$$

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \Phi(\varphi^{-1}(u_1), \varphi^{-1}(u_2), \dots, \varphi^{-1}(u_n))$$

$$\text{avec } \begin{cases} \varphi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{y^2}{2}) dy \\ \Phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det[R]}} \int_{-\infty}^{x_1} \dots \int_{-\infty}^{x_n} \exp \left[ -\frac{1}{2} (x - \mu)^T [R]^{-1} (x - \mu) \right] \end{cases} \quad (22)$$

où  $\mu$  et  $[R]$  sont respectivement la moyenne du vecteur aléatoire gaussien  $X$  et sa matrice de Covariance.

Le coefficient de dépendance à la queue de distribution est  $\lambda_\mu = 0$

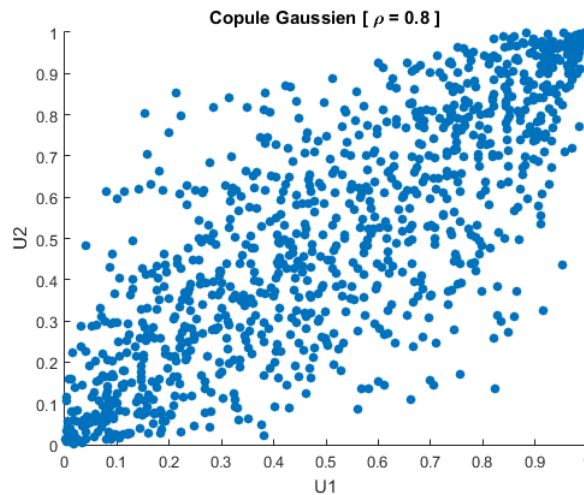


FIGURE 15 – Copule Gaussien

**COPULE DE GUMBEL** Le copule de Gumbel appartient à la famille des copule Archimédien. Il est donné par :

$$\forall \mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n) \in [0, 1]^n$$

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \phi^{-1}\left(\sum_{i=1}^n \phi(u_i)\right)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \phi(t) = (-\ln(t))^\alpha; & \alpha \in [1, +\infty[ \\ \phi^{-1}(t) = \exp(-t^{\frac{1}{\alpha}}); & \alpha \in [1, +\infty[ \end{cases} \quad (23)$$

Son coefficient de dépendance à la queue de distribution est :  $\lambda\mu = 2 - 2^{\frac{1}{\alpha}}$

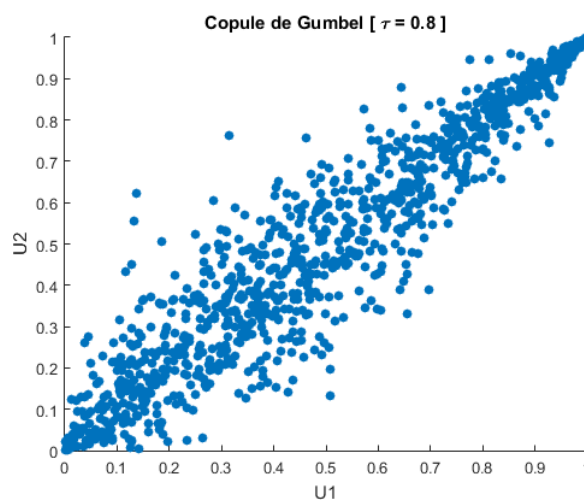


FIGURE 16 – Copule de Gumbel

Dans l'état actuel des choses, un copule gaussien est utilisé pour modéliser la structure de dépendance à la *Société Générale*. C'est d'ailleurs le copule le plus utilisé dans les applications

financières.

Pourtant, il n'est pas forcément le meilleur copule à utiliser. Ce copule présente un coefficient de nul dépendance à la queue de distribution. Ce qui veut dire que les incidents de perte aux queues de distribution se produisent indépendamment les uns des autres. Il est donc recommandé d'utiliser un autre copule comme le copule de Gumbel, qui lui présente un coefficient de dépendance positif.

### 3.3.7 Capital réglementaire requis

Une fois notre loi des pertes totales pour la banque établie. On procède à l'estimation du capital requis pour se couvrir contre le risque opérationnel.

Nous avons précédemment évoqué que le comité de Bâle exige une mesure de risque à **99%** sur une **année**.

Le comité recommande l'utilisation de deux mesures :

La **Value at Risk (VaR)** et l'**Expected Short Fall (ES)**.

$$\text{VaR}_\alpha(L) = \inf\{l \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(L > l) \leq 1 - \alpha\} \quad (24)$$

Pour une fonction de répartition  $F_L$  continue on a :

$$\text{VaR}_\alpha(L) = \inf\{l \in \mathbb{R} : F_L(l) \geq \alpha\} \quad (25)$$

Une estimation empirique de la fonction de répartition s'écrit :

$$\widehat{F}_L(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{X \leq x\}} \quad (26)$$

En se basant sur la statistique d'ordre pour un échantillon  $L_{1,n} \geq L_{2,n} \geq \dots \geq L_{n,n}$  la fonction quantile empirique peut être estimée comme suit :

$$F_{n,L}^{-1}(\alpha) = L_{[n\alpha]+1,n} \quad (27)$$

et donc la VaR peut être obtenue ainsi.

**VALUE AT RISK** Une approximation faite par Bocher and Klupperterg (2005) a montré que la VaR pour la perte agrégée  $L$  peut être estimée par :

$$\text{VaR}_\alpha(L) = F_{\text{sev}}^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{E[N]}\right) \quad (28)$$

Dans le cas d'une fonction de répartition sous-exponentielle. Pour des fonctions de répartition  $F_{\text{sev}}$  qui combinent une loi de sévérité empirique pour les pertes en dessous d'un certain seuil et une loi de Pareto Généralisée pour la queue de distribution. une deuxième approximation peut être faite.

$$\text{VaR}_\alpha(L) = \mu + \frac{\beta}{\xi} \left[ \left( \frac{N(\text{pertes} > u)}{N_{\text{pertes}}} \frac{E[N]}{\alpha} \right)^\xi - 1 \right] \quad (29)$$

avec :  $\begin{cases} N_{\text{pertes}} & \text{le nombre de pertes de l'échantillon} \\ N_{\text{pertes} > u} & \text{le nombre de pertes de l'échantillon qui excède le seuil } u \end{cases}$

**EXPECTED SHORTFALL** Le simple encours à la VaR ne donne pas d'information sur la lourdeur de la queue de distribution. En d'autres termes, nous serons aussi intéressés par la perte moyenne en cas de défaut.

Pour cela l'Expected Shortfall est également utilisé :

$$\text{ES}_\alpha[L] = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \text{Var}_\beta(L) d\beta \quad (30)$$

Contrairement à la VaR, l'ES ne laisse pas la possibilité de dissimulation du risque dans la queue de distribution.

Sous les mêmes hypothèses de combinaison d'une loi empirique et d'une loi de Pareto Généralisée précédemment évoquées, une approximation de l'ES est donnée par :

$$\text{ES}_\alpha[S] = \mu - \frac{\beta}{\xi} + \frac{\beta}{\xi(1-\xi)} \left( \frac{N_{\text{pertes} > u}}{N_{\text{pertes}}} \frac{E[N]}{\alpha} \right)^\xi \quad (31)$$

## 4. Couverture d'options soumises au risque opérationnel

Nous avons modélisé jusqu'ici la quantité de fonds propres à détenir par la banque pour se couvrir contre le risque opérationnel comme le préconise l'accord de Bâle II.

Cette modélisation permet néanmoins d'avoir une vue globale du risque sans proposer de remèdes au niveau ligne métier et sans tenir compte de la spécificité de chaque ligne métier.

Il est aussi possible de voir le risque opérationnel comme étant un effet indésirable et secondaire à l'activité de chaque ligne Métier. Ainsi une deuxième manière de voir le risque opérationnel consiste à construire notre modèle sur chaque activité de la banque.

Cette nouvelle approche permet entre autre de couvrir ce risque directement sur les produits financiers sur lesquels la banque est exposée.

Partant de ce principe, nous allons étudier le risque opérationnel du à l'activité de couverture des options.

Une fois ce risque modélisé le prix d'une option soumise à ce risque pourrait être établie.

### 4.1 Couverture d'une option

La couverture d'options est un moyen de limiter le risque due aux positions \* prises sur le marché. La théorie de couverture d'options repose sur la méthode de portefeuille de réplication. Un portefeuille fictif est crée à partir d'autres instruments financier pour simuler la valeur de l'option.

$$V(t) = C(t) \quad \forall t \leq T \text{ la maturité de l'option} \quad (32)$$

par exemple dans le cas d'un Call Européen :

$$C(T) = (S(T) - K)_+ = \max(S(T) - K, 0)$$

Il en découle que :

$$V(T) = C(T) = \max(S(T) - K, 0) \quad (33)$$

$K$  : Prix d'exercice de l'option

$S(t)$  : Prix du sous-jacent à l'instant  $t$

La construction d'une couverture parfaite sous entend qu'à chaque instant on a la relation suivante :

$$\delta C(t) = \delta V(t); \quad \forall t \leq T \quad (34)$$

Ce qui implique que toute variation sur le prix de l'option induit une variation sur le portefeuille de réplcation.

En se basant sur le modèle de *Black-Scholes*, on sait qu'on peut couvrir un Call européen avec des actions et des obligations et par conséquent :

$$V(t) = \Delta(t)S(t) + \Phi(t)B(t) \quad (35)$$

$$\begin{cases} \Delta(t) : \text{La quantité d'actions à détenir} \\ \Phi(t) : \text{La quantité d'obligations à détenir} \\ B(t) : \text{Le prix de l'obligation} \\ S(t) : \text{Le prix de l'action} \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} \Delta = \frac{\partial C}{\partial S} \\ \Phi(t) = \frac{V(t) - \Delta(t)S(t)}{B(t)} \\ B(t) = B(0) \exp \int_0^t r dt \\ dB = rB(t)dt \\ r \text{ taux d'intérêt sans risque} \end{cases} \quad (36)$$

Sous les hypothèses du modèle *Black-Scholes*, la stratégie  $(\Delta, \Phi)$  est autofinancée. Il en découle :

$$\begin{aligned} \delta V &= \Delta(t)\delta S(t) + \Phi(t)\delta B(t) \\ \delta V(t) &= \Delta(t)\delta S(t) + \Phi(t)rB(t)\delta t \end{aligned} \quad (37)$$

En d'autres termes, pour construire la stratégie on doit détenir  $\Delta(t)$  actions et  $\Phi(t)$  obligations à chaque instant  $t$ . Ainsi à chaque période un calcul permanent du nombre d'actions et d'obligations est fait . Ce qui engendre un nombre important d'opérations à exécuter.

Parmi ces opérations, les plus courantes sont la saisie de nouveaux paramètres dans les calculateurs de prix, la vérification des données de marché et toutes les opérations associées aux transactions.

Il est clair que quand  $\delta t$  augmente le risque opérationnel diminue et inversement quand  $\delta t$  diminue le risque opérationnel augmente. Cela est due au fait que plus on a le temps d'exécuter les opérations moins on aura d'erreurs.

## 4.2 Coût du risque opérationnel

Nous cherchons à modéliser le coût du risque opérationnel qui affecte notre portefeuille de réplication. Nous avons déjà la relation :

$$\delta V = \Delta(t)\delta S(t) + \Phi(t)rB(t)\delta t \quad (38)$$

On considère l'intervalle  $[t, t + \delta t]$

Le coût dû au risque opérationnel est clairement proportionnel à la valeur des actions négociées entre ces instants.

On note  $C_{Ac}$  ce coût. Et donc :

$$C_{Ac} \propto S(t)|\delta\Delta(t)| \quad (39)$$

On écrit alors

$$\boxed{C_{Ac} = \beta_1 S(t)|\delta\Delta(t)|} \quad (40)$$

avec

$$\begin{cases} \delta\Delta(t) = \Delta(t + \delta t) - \Delta(t) \\ \beta_1 > 0 \end{cases}$$

La valeur absolue traduit le fait que le coût opérationnel est indépendant du sens de la transaction (achat ou vente).

On note :  $C_{ob}$  le coût opérationnel dû à la négociation des obligations.

$$C_{ob} \propto |\delta\Phi(t)|B(t)$$

On écrit alors :

$$\boxed{C_{ob} = \beta_2 |\delta\Phi(t)|B(t)}$$

avec  $\beta_2 > 0$

Or le terme  $\Phi(t)B(t)$  qui représente cette quantité peut être écrit :

$$\Phi(t)B(t) = V(t) - \Delta(t)S(t)$$

En se basant sur le modèle de *Black-Scholes*

$$C(t) \propto S(t)$$

Il s'ensuit d'après l'équation (32) que

$$\Phi(t)B(t) \propto \Delta(t)S(t)$$

Par conséquent :

$$C_{ob} \propto S(t)|\delta\Delta(t)|$$

et donc le coût total dû au risque opérationnel est :

$$C_{total} \propto S(t)|\delta\Delta(t)| \quad (41)$$

On écrit alors :

$$\boxed{C_{\text{total}} = \beta S(t) |\delta \Delta(t)|}$$

avec  $\beta > 0$

En l'incluant dans le portefeuille de réplication :

$$\boxed{\delta V = \Delta \delta S(t) + \Phi(t) r B(t) S(t) - \beta S(t) |\delta \Delta(t)|} \quad (42)$$

### 4.3 Loi du coût dû au risque opérationnel dans la couverture d'une option

D'après (41) :

$$C_{\text{total}} = \beta S(t) |\Delta(t)|$$

Essayons donc de trouver  $|\delta \Delta(t)|$  on a

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S}$$

et donc

$$\delta \Delta = \frac{\partial C}{\partial S}(S + \delta S, t + \delta t) - \frac{\partial C}{\partial S}(S, t)$$

Le développement de Taylor permet d'écrire :

$$\frac{\partial C}{\partial S}(S + \delta S, t + \delta t) = \frac{\partial C}{\partial S}(S, t) + \delta S \frac{\partial^2 C^2}{\partial S^2}(S, t) + \delta t \frac{\partial^2 C^2}{\partial S \partial t}(S, t)$$

En se basant sur le modèle de *Black-Scholes*

$$\delta S = \mu S \delta t + \sigma S \delta W \quad (43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{où } \mu, \sigma \text{ sont respectivement le drift et la volatilité} \\ \text{et } W \text{ un mouvement Brownien Standard} \end{array} \right.$$

avec :

$$\delta W \sim \mathcal{N}(0, \delta t)$$

et peut s'écrire :

$$\delta W = G \delta t \quad \text{avec : } G \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

et donc :

$$\delta S = \mu S \delta t + \sigma S G \sqrt{\delta t}$$

puis :

$$\begin{aligned} \delta \Delta &= (\mu S \delta t + \sigma S G \sqrt{\delta t}) \frac{\partial^2 C^2}{\partial S^2}(S, t) + \delta t \frac{\partial^2 C^2}{\partial S \partial t}(S, t) \\ &= \sigma S G \sqrt{\delta t} \frac{\partial^2 C^2}{\partial S^2}(S, t) + \mu S \delta t \frac{\partial^2 C^2}{\partial S^2}(S, t) + \delta t \frac{\partial^2 C^2}{\partial S \partial t}(S, t) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta \Delta = \sigma S G \sqrt{\delta t} \frac{\partial^2 C^2}{\partial S^2}(S, t) + O(\delta t)} \quad (44)$$

Ainsi, en notant  $\Gamma = \frac{\partial^2 C^2}{\partial S^2}$  le gamma de l'option :

$$\delta\Delta \simeq \Gamma \sigma S G \sqrt{\delta t}$$

$$\boxed{\delta\Delta \simeq \Gamma \sigma S \delta W}$$

ainsi :

$$|\delta\Delta| \simeq |\Gamma \sigma S \delta W| \quad (45)$$

et finalement la loi du coût est donnée par :

$$\begin{aligned} C_{\text{total}} &\approx \beta |\delta\Delta| S \\ &\approx \beta |\Gamma \sigma S \delta W| S \end{aligned} \quad (46)$$

$$\boxed{C_{\text{total}} \approx |\beta \Gamma \sigma S^2 \delta W|} \quad (47)$$

or

$$\beta \sigma \Gamma S^2 \delta W \sim \mathcal{N}(0, \beta^2 \sigma^2 \Gamma^2 S^4 \delta t) \quad (48)$$

S est considérée comme déterministe à l'instant t.

et donc la variable aléatoire

$$C_{\text{total}} \simeq |\beta \sigma \Gamma S^2 \delta W| \quad (49)$$

suit une loi **demi-normale**

Ainsi,

$$\begin{cases} \mathbb{E}[C_{\text{total}}(t)] &= \beta \Gamma \sigma S^2 \sqrt{\delta t} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \\ \text{Var}[C_{\text{total}}(t)] &= (\beta \Gamma \sigma S^2 \sqrt{\delta t})^2 (1 - \frac{2}{\pi}) = \delta t (\beta \sigma \Gamma S^2)^2 (1 - \frac{2}{\pi}) \end{cases} \quad (50)$$

Les équations (50) permettent de définir complètement la loi de  $C_{\text{total}}$ .

En se basant sur le gamma du modèle de Black-Scholes. Il s'en suit que

$$\Gamma(t) = \frac{N'(\sqrt{d_1}(t))}{\sigma S \sqrt{T-t}} \quad (51)$$

$$\text{où} \begin{cases} N'(x) \text{ est la densité de la loi normale } \mathcal{N}(0,1) \\ d_1(t) = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \end{cases}$$

ainsi :

$$\begin{cases} \mathbb{E}[C_{\text{total}}(t)] = \frac{\sqrt{\delta t} \beta S N'(\sqrt{d_1}(t))}{\sqrt{T-t}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \\ \text{Var}[C_{\text{total}}(t)] = \frac{\delta t [\beta S N'(\sqrt{d_1}(t))]^2}{T-t} (1 - \frac{2}{\pi}) \end{cases} \quad (52)$$

**La loi demi-Normale** obtenue est conforme à nos attentes d'une loi caractérisant le coût du risque opérationnel. En fait, la positivité de cette loi permet d'affirmer qu'elle représente bien les pertes et non les gains dus au risque opérationnel.



## 4.4 Mesure de risque pour la loi du coût

Une fois la loi du coût du risque opérationnel obtenue, la Var peut être déduite à partir des quantiles de la loi demi normale. La Var de niveau de confiance  $\alpha$  pour la loi demi-Normale est donnée par.

$$\text{Var}_\alpha(C_{\text{total}}) = \Phi_{0,\sigma^2}^{-1}\left[\frac{1}{2}(\alpha + 1)\right]$$

$$\text{avec } \sigma^2 = \beta\sigma\Gamma S^2\sqrt{St}$$

pour le niveau de confiance  $\alpha = 0.99$  utilisé en banque et  $\Phi_{0,\sigma^2}^{-1}$  la fonction de répartition inverse de la loi normale  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$

$$\text{Var}_{0.99}(C_{\text{total}}) = \Phi_{0,\sigma^2}^{-1}(0.995) \quad (53)$$

## 4.5 Prix d'une Option Européenne ajusté au risque opérationnel

Le prix d'une option en présence du risque opérationnel est bien évidemment différent de celui d'une option ne présentant aucun risque.

En se basant sur le modèle Black-Scholes et le lemme d'Itô :

$$\delta C = \frac{\partial C}{\partial S} \delta S + \left( \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \right) \delta t = \Delta \delta S + \left( \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \right) \delta t$$

En utilisant le portefeuille de réplication et l'équation (34)

$$\Delta \delta S + \left( \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \right) \delta t = \Delta \delta S + r\Phi(t)\beta(t)\delta t - \beta|\delta\Delta|S(t) \quad (54)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \right) \delta t - r\Phi(t)\beta(t)\delta t + \beta|\delta\Delta|S(t) = 0 \quad (55)$$

or d'après (35)

$$C(t) = \Delta(t)S(t) + \Phi(t)B(t)$$

$$\Rightarrow \Phi(t)B(t) = C(t) - \Delta(t)S(t)$$

et donc

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - rC(t) + r\Delta S(t))\delta t + \beta|\delta\Delta|S(t) = 0 \quad (56)$$

et d'après (34)  $|\delta\Delta| = \sigma\Gamma S|\delta W|$

et donc :

$$\left( \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - rC(t) + r\Delta S(t) \right) \delta t + \beta\sigma\Gamma|\delta W|S^2 = 0$$

or pour une variable demi-normale l'approximation suivante peut être faite :

$$|\delta W| \underset{\delta t \rightarrow 0}{\simeq} \mathbb{E}[|\delta W|]$$

Ainsi

$$|\delta W| \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\delta t}$$

et donc

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - rC(t) + r\Delta S(t)\delta t + \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} S^2 \sigma \beta \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\delta t} = 0 \quad (57)$$

En posant :  $\alpha = \frac{2}{\sigma} \beta \sqrt{\frac{2}{\pi \delta t}}$

L'équation devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - rC(t) + r\Delta S(t)\delta t + \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} S^2 \frac{\sigma^2}{2} \alpha \delta t &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2(1+\alpha)}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - rC(t) + r\Delta S(t) &= 0 \end{aligned}$$

soit en posant  $\hat{\sigma}^2 = \sigma^2(1+\alpha)$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\hat{\sigma}^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - rC(t) + r\Delta S(t) = 0 \quad (58)$$

Ce qui revient à l'équation de Black-Scholes ajustée à la volatilité corrigée  $\hat{\sigma}$ .

Le prix du Call soumis au risque opérationnelle correspond donc à la solution de l'équation de Black-Scholes de volatilité corrigée  $\hat{\sigma}^2 = \sigma^2(1+\alpha)$ .

## 5. Missions en entreprise

### 5.1 Présentation générale de l'activité

Mon stage au sein de la *Société Générale* dans les équipes Safe a été un stage très formateur. Je me suis vu confié plusieurs missions en relation avec les besoins fonctionnels et techniques de notre activité.

J'ai eu en effet l'opportunité de participer à des meetings quotidiens, hebdomadaire, de suivis de projets et de spécifications continue de besoins, ou des réunions managériales, où à l'issue de celles-ci plusieurs besoins stratégiques ont été identifiés.

Dans un contexte de formation métier avancée sur le risque opérationnel. J'ai eu l'opportunité et l'honneur de participer à la *Safe Academy* de la *Société Générale*.

J'ai alors travaillé entre autres sur des développements d'outils pour la Société Générale qui seront détaillés dans les sections suivantes.

### 5.2 Mémoire sur la quantification du risque opérationnel

Chaque semaine, deux sessions de 4 heures m'ont été accordées pour travailler sur un projet académique traitant la quantification du risque opérationnel.

J'ai donc été amené à explorer plusieurs documents internes et externes ainsi que plusieurs articles de recherche innovants qui traitent ce sujet .

Ce travail m'a permis de profiter de l'expertise du département Risk en étroite relation avec les équipes Safe.

### 5.3 La plateforme Business Management Accountability

Une première mission m'a alors été confiée par mon maître de stage : La plateforme BMA.

C'est dans le contexte de définition d'un cadre de contrôle global des risques opérationnels et de conduite que j'ai conçu un site web ergonomique se basant sur la technologie *Windows Sharepoint 2013*.

Ce site a été développé en utilisant plusieurs technologies Web, notamment HTML, CSS et JavaScript.

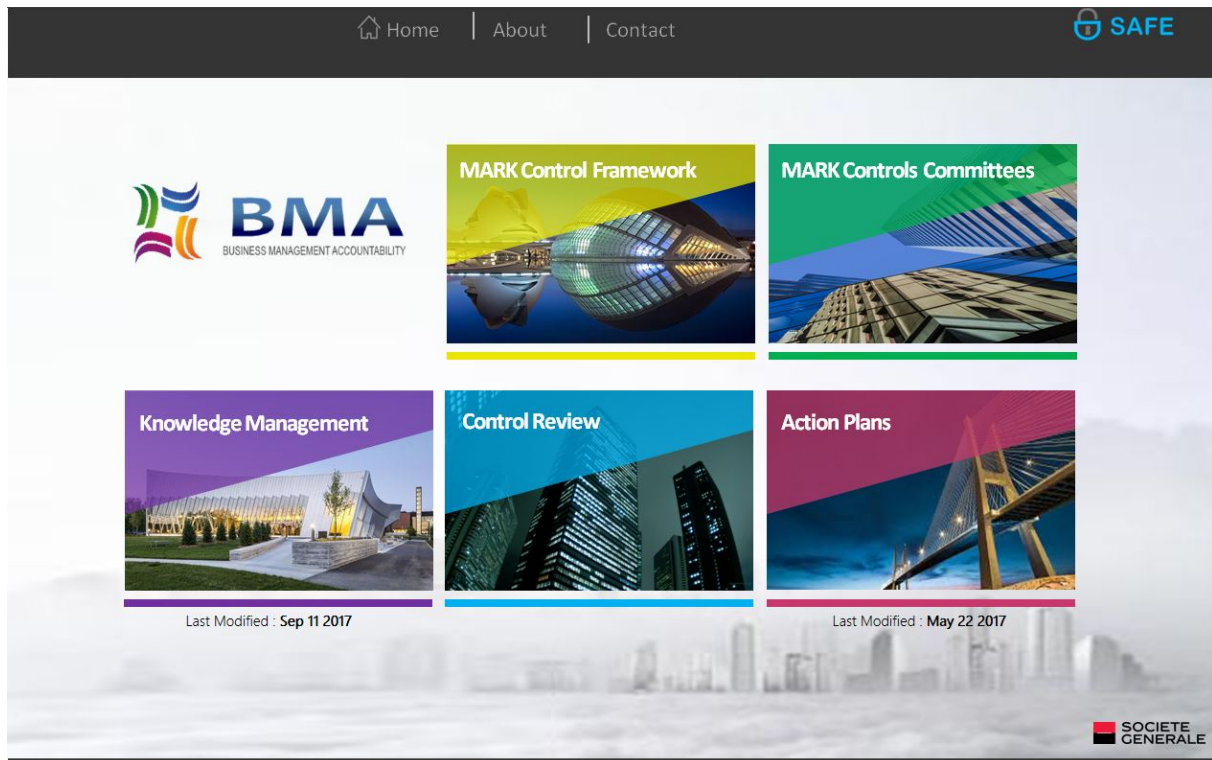


FIGURE 17 – Interface principale de BMA



FIGURE 18 – Interface de BMA

## 5.4 Le tableau de bord de suivi d'incidents et de plans d'actions

La qualité des données sources présente un défi incontestable aujourd'hui dans une banque d'investissement.

La conception d'outils se basant sur ces sources fait qu'un simple changement dans les fichiers plats que ce soit ceux des incidents ou des plans d'actions \* propage l'erreur dans les outils stratégiques et les rend inutilisables.

Partant de ce principe, j'ai conçu un outil adaptable à la source de donnée et insensible aux changement des schémas des fichiers. Cet outil se base sur les langages de programmation VBA et SQL.

Le code SQL était directement intégré dans le code VBA pour permettre de faire des extraits en un temps record sur des fichiers très volumineux.

Des interfaces de paramétrage assez complexes permettent de calibrer l'outil en fonction du fichier et des colonnes choisies ainsi que des graphiques voulus.

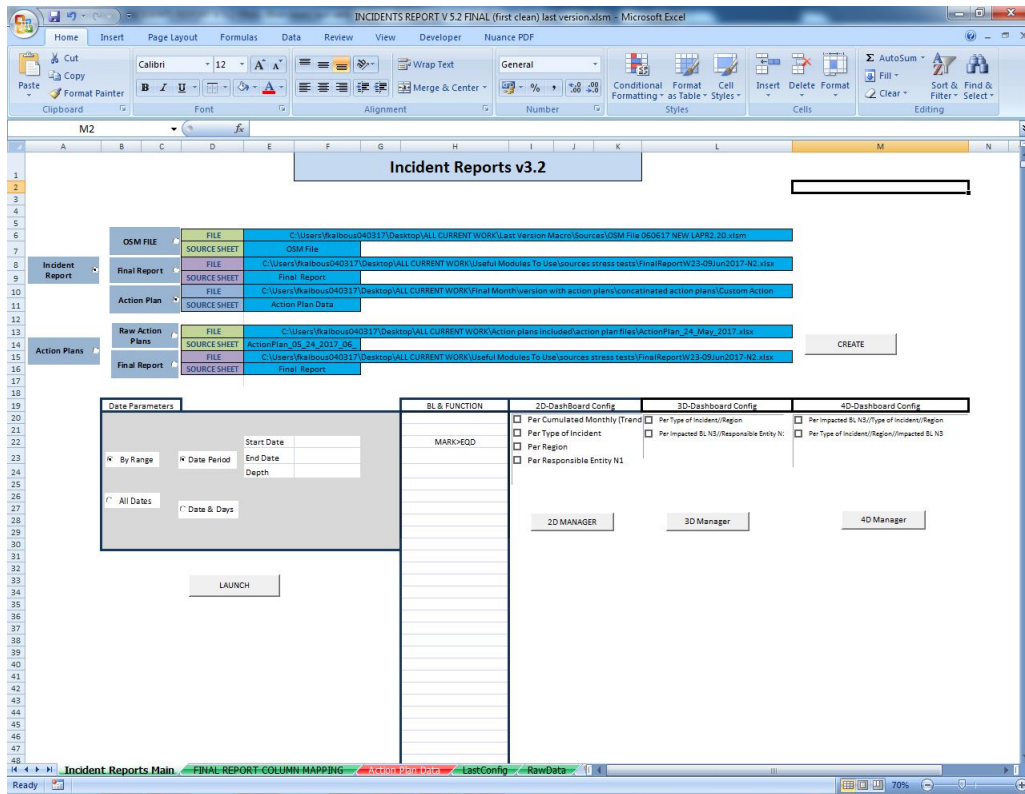


FIGURE 19 – tableau de bord de suivi d'incidents et de plans d'actions

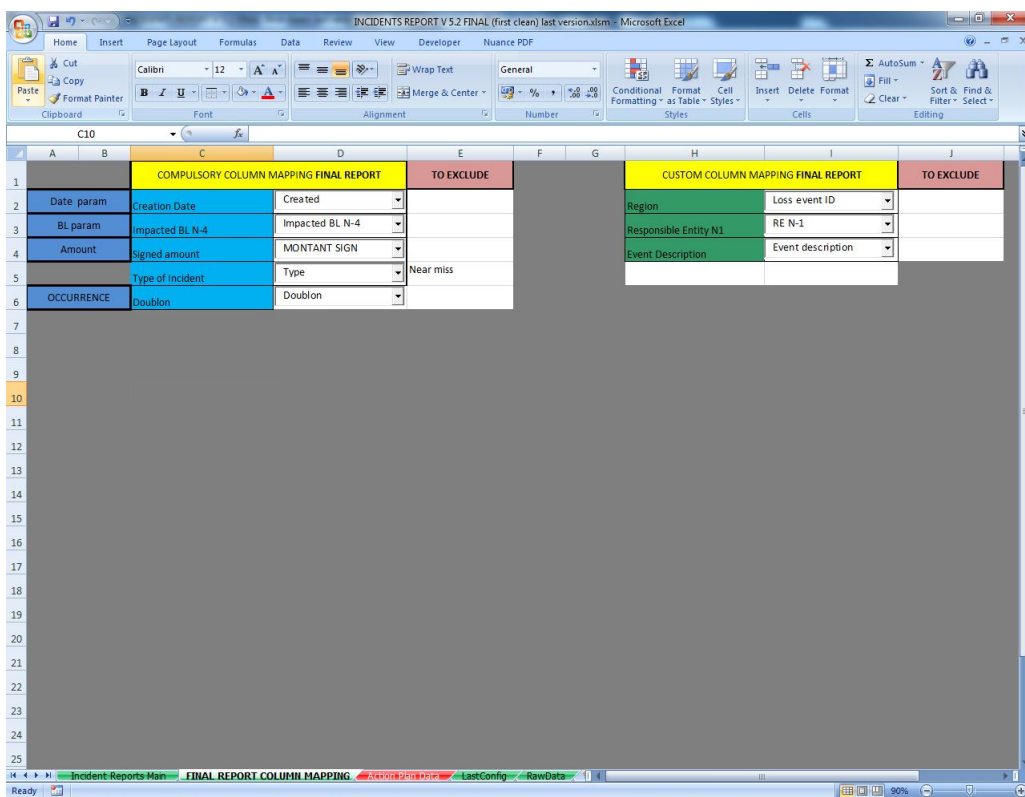


FIGURE 20 – Feuille de paramétrage

## 5.5 Suivi de KRI

Le suivi de KRI constitue l'une des activités au cœur du métier du gestionnaire de risque opérationnel. Pour cela, un outil en VBA a été conçu pour permettre de créer et de suivre de manière synthétique, plusieurs indicateurs de risque à partir de plusieurs fichiers sources, optimisant ainsi le temps et l'effort mis en place pour les créer manuellement.

Cet outil présente un niveau de paramétrage élevé permettant de contrôler et de définir les paramètres de configuration de ces fichiers.

| DATA FOLDER   |                          |                 |  |
|---|--------------------------|-----------------|--|
| C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function           |                          |                 |  |
| MONTHLY FOLDER  |                          |                 |  |
| C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017 |                          |                 |  |
| CHECK   | INDICATOR                | FILE IDENTIFIER | EXCEL PATH   |
| CHECK   | FBK L3 & L4 Anomalies    | L3 - L4         | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\L3 - L4 weekly MARK with upli no excel 2017-09-14-09-00-15.xls |
| CHECK   | % Daily PNL              | KPI VAL         | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\KPI VAL PIV REG.xls  |
| CHECK   | Max Margin               | margin          | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\Max margin - Dashboard MARK 2017-07-16-16-23-15.xls            |
| CHECK   | Mandates not signed D+21 | Mandate KPI     | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\10011- Mandat KPI D+21 MARK.xls                                |
| CHECK   | Handbooks not signed     | HB              | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\HB 03-09-2017.xls  |
| CHECK   | E-Learning Overdue       | Learning        | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\et E-Learning.xls  |
| CHECK   | MAM                      | MAM             | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\MAM Monthly Report.xls   |
| CHECK   | DFA-AP                   | DFA             | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\DF A-AP.xls  |
| CHECK   | POPS                     | POPS            | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\REF_FORT_20170901.xls  |
| CHECK   | TRADER CARTO             | Trader          | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\Notis trader.xlsx  |
| CHECK   | SALES CARTO              | Sales           | C:\Users\Klabou\40317\Deskop\Dashboard\Conseil\Per Function\JULY 2017\RefSales.xls   |

FIGURE 21 – tableau de bord de suivi de KRI

## 5.6 Travail sur Theorem

Theorem est un outil de suivi des incidents opérationnels dont le montant est inférieurs à 10k ou 20k selon la ligne métier. En se basant sur ces incidents, j'ai réussi à créer un outil qui permet de suivre l'impacte de ces incidents et par la suite de remonter les résultats à la hiérarchie pour un analyse plus approfondie.

# Conclusion

Le risque opérationnel s'impose aujourd'hui comme l'un des trois risques majeurs auxquels est exposée la banque d'investissement. Sa gestion passe par tout un processus de sensibilisation, d'identification, de conception et de maintien du cadre global de contrôle.

Un dynamisme particulier de la part des équipes Safe fut nécessaire pour adapter les processus internes de la banque aux exigences réglementaires.

Le régulateur, lui, conscient de la difficulté à définir des normes adaptées à toutes les institutions financières, évalue en permanence l'efficacité des approches présentes. Une tentative de standardisation de la méthode de calcul des fonds propres a été proposée en Mars 2016, baptisé SMA (Standardized Measurement Approach). Elle vient répondre aux divergences dans l'implémentation de la méthode LDA jugée trop souple et peu standard.

Néanmoins, cette méthode suscite beaucoup de critiques dans l'industrie pour son instabilité et son insensibilité au risque.

Ayant eu la chance de participer à plusieurs réunions en salle de marché avec des traders et des structureurs aguerris, j'ai pu participer au processus de définition et de maintien de ce cadre de contrôle opérationnel assez complexe.

# Glossaire

**Comité de Bâle :** Le comité de Bâle sur le contrôle bancaire [Basel Committee on Banking Supervision] est un comité fondé en 1974 par le groupe des dix [G10]. Il représente la source principale de réglementation bancaire et normative au monde. C'est également l'émetteur des normes Bâle I, Bâle II et Bâle III.

**Capitalisation boursière :** la capitalisation boursière est la valeur actuelle au prix du marché d'une entreprise. Elle est calculée à partir de la formule :

Capitalisation boursière = Nombre d'actions en circulation \* Cours de l'action

**Ligne métier :** une ligne métier [Business Line] est un ensemble de produits ou de services qui définissent l'activité d'une entité.

**Approche indicateur de base (BIA) :** C'est la première approche proposée par Bâle II et la plus simple à implémenter dans le calcul. Adaptée à la banque de petite taille, elle considère le produit net bancaire (PNB) moyen comme proxy des fonds propres minimum à détenir.

Fonds propres = PNB \* 15%

**Approche standard (TSA) :** L'approche standard est la deuxième approche dans le dispositif Bâle II. Elle est un peu plus sophistiquée que l'approche indicateur de base. La quantité de fonds propres est calculée comme étant la somme des PNB moyens multipliés par des coefficients qui dépendent des lignes métier.

**Risk And Control Self Assessment (RCSA) :** est le processus d'identification, d'estimation et d'autoévaluation des risques potentielles sur chaque ligne métier. Il est utilisé dans la mise en place d'un système de contrôle plus performant sur l'ensemble des activités de la banque.

**Option Européenne :** Une option européenne est un contrat qui donne à son détenteur le droit et non l'obligation d'acheter (Call) ou de vendre (Put) une certaine quantité d'un actif sous-jacent pour un prix fixé à une date d'échéance donnée.

**Indicateurs clés de risques (KRI) :** Les indicateurs clés de risques ou Key Risk Indicators en anglais sont des mesures du degré de risque dans les activités de la banque. Ils permettent de surveiller l'application des contrôles opérationnels par les lignes métier.

**Position courte ou longue :** désigne le fait de vendre (position courte) ou d'acheter (position longue) une certaine quantité d'un actif ou instrument financier.

**Plan d'action :** un plan d'action est un document qui contient les actions à entreprendre suite à la survenue d'un incident opérationnel pour y remédier.



# Bibliographie

- [1] *Operational Risk – Supervisory Guidelines for the Advanced Measurement Approaches*, Final document Basel Committee on Banking Supervision June 2011
- [2] *Standardised Measurement Approach for operational risk*, Consultative Document Basel Committee on Banking Supervision March 2016
- [3] *Basel III : A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems*, Basel Committee on Banking Supervision December 2010
- [4] *Operational Risk Modelling and Management*, Claudio Franzetti
- [5] *Quantitative Operational Risk Models*, Catalina Bolancé - Montserrat Guillén - Jim Gustafsson Jens - Perch Nielson
- [6] *Continuous Univariate Distributions*, Volume 1, 2nd Edition, Norman L. Johnson, Samuel Kotz, N. Balakrishnan
- [7] *Risk measurement for regulatory capital calculation*, Document interne Société Générale
- [8] *SAFE/MAR Presentations*, SAFE Academy, document interne Société Générale
- [9] *GBIS operational risk process : Introduction to SAFE new joiners*, Document interne Société Générale.
- [10] *Quantifying Operational Risk within Banks according to Basel II*, M.R.A. Bakker Master's Thesis
- [11] *Extreme Value Theory and Value at Risk. Technical report*, University of Chile. Fernandez, V. (2003).
- [12] *Fractal Estimations and Simulations in Operational Risk Analysis*, Davide La Torre<sup>1</sup>, Luigi Orsi<sup>1</sup>, and Diego L. E. Tavecchia<sup>1</sup>
- [13] *Operational risk of option hedging*, Sovan Mitra Journal of Economic Modelling Volume 33 issue 2013
- [14] *Should the advanced measurement approach be replaced with the standardized measurement approach for operational risk ?*, Gareth W. Peters, Pavel V. Shevchenko, Bertrand Hassani and Ariane Chapelle
- [15] *Copulae and Operational Risks*, Luciana Dalla Valle, Dean Fantazzini, Paolo Giudici
- [16] *propagation des incertitudes*, Cours MACS 3, Guillaume Perrin