



# RAPPORT DE STAGE DE FIN D'ÉTUDE

TITRE D'INGÉNIEUR EN MATHÉMATIQUES APPLIQUÉE

---

## POMPE À CHALEUR AUTO-PARAMÉTRABLE ET AUTO-ADAPTATIVE

---

### Auteur :

**M. LACROIX Lionel**

### Encadrants :

**Mme CAURET Odile** Docteur EDF Recherche et développement

**M. ROLLAND Arthur** Ingénieur EDF Recherche et développement

**M. BOUMAZA Hakim** Maître de conférence Sup-gallilée

Avril 2017 - Septembre 2017

## Remerciements

La réalisation de ce stage a été possible grâce à la contribution de plusieurs personnes à qui j'adresse mes remerciements les plus sincères.

Tout d'abord, je tiens à remercier mes encadrants de stage, M. ROLLAND Arthur et Mme CAURET Odile pour le temps qu'ils ont consacré à guider et orienter mes travaux tout au long du stage. Leur assistance a été déterminante dans mon stage.

Je remercie l'ensemble des professeurs de mon école d'ingénieur qui durant trois années m'ont appris une multitude de méthodes numériques et mathématiques qui m'ont servi lors de ce stage et qui je suis sûr me serviront encore.

En particulier, je tiens à remercier M. LACAILLE Jérôme ingénieur au Datalab de Safran et professeur à l'institut Sup-galilée pour son assistance à distance durant ce stage.

Enfin, je tiens à remercier également toute l'équipe d'ENERBAT pour leur accueil chaleureux.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>1</b>
<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Contexte et motivations</b>	<b>6</b>
1.1 Présentation de l'entreprise . . . . .	6
1.2 Les motivations et objectif du stage . . . . .	8
1.2.1 La consommation énergétique des bâtiments . . . . .	8
1.2.2 La problématique de la pompe à chaleur dans les bâtiments . . . . .	9
1.2.3 Auto-paramétrage des PAC . . . . .	9
1.2.4 Objectifs de stage . . . . .	10
1.3 Fonctionnement d'une pompe à chaleur . . . . .	10
1.4 Les données expérimentales . . . . .	13
1.5 Le modèle de régulation . . . . .	14
<b>2 Analyse des séries temporelles</b>	<b>16</b>
2.1 Les séries temporelles . . . . .	16
2.2 Caractéristiques des processus . . . . .	17
2.2.1 Détermination de la période . . . . .	18
2.2.2 Détermination du modèle . . . . .	19
2.3 La stationnarité . . . . .	20
2.3.1 L'hypothèse de stationnarité . . . . .	20
2.3.2 Tendances . . . . .	22
2.3.3 Les autocorrélations partielles . . . . .	23
2.4 Modèle de prévision . . . . .	24
2.4.1 Les contraintes . . . . .	24
2.4.2 Le modèle de prévision . . . . .	25
<b>3 Le réseaux de neurones NARX</b>	<b>26</b>
3.1 L'architecture des réseaux NARX . . . . .	26
3.1.1 Architecture général NARX . . . . .	26
3.1.2 Variables endogènes . . . . .	27
3.1.3 Variables exogènes . . . . .	28
3.1.4 Les connexions . . . . .	29
3.1.5 Nombre de neurones cachés . . . . .	30
3.2 Apprentissage adaptatif . . . . .	32
3.2.1 Algorithme de gradient stochastique . . . . .	32
3.2.2 Rétropropagation du gradient . . . . .	33
3.2.3 Le taux d'apprentissage . . . . .	34

3.2.4	Apprentissage récursif . . . . .	34
3.3	Evaluation du réseau . . . . .	35
3.3.1	Stratégie de prévision . . . . .	35
3.3.2	Évaluation de la sortie . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Résultats et perspectives</b>	<b>38</b>
4.1	Les résultats . . . . .	38
4.1.1	Présentation des résultats . . . . .	38
4.1.2	Analyse des résidus et limites du modèle . . . . .	43
4.1.3	Détection de rupture temporelle . . . . .	46
4.2	Les perspectives . . . . .	47
4.2.1	Estimation statistique de la température d'ECS . . . . .	47
4.2.2	Stratégie de contrôle par apprentissage par renforcement . . . . .	48
	<b>Conclusion</b>	<b>51</b>
	<b>Référence</b>	<b>52</b>

## Table des figures

1	Situation géographique de l'entreprise . . . . .	7
2	Organigramme de l'entreprise . . . . .	8
3	schéma descriptif du fonctionnement d'une pompe à chaleur . . . .	11
4	schéma descriptif du fonctionnement d'une pompe à chaleur . . . .	12
5	Pompe à chaleur double service . . . . .	12
6	Les données expérimentales disponibles . . . . .	13
7	Température journalière intérieure de la maison . . . . .	14
8	Température journalière de l'eau chaude sanitaire . . . . .	15
9	Le problème de prévision . . . . .	15
10	Température journalière intérieure et du ballon ECS . . . . .	16
11	Puissance électrique journalière . . . . .	17
12	Autocorrélation de la température intérieure . . . . .	18
13	Périodogramme de la température intérieure . . . . .	19
14	Méthode de Buys-Ballot . . . . .	20
15	Test de stationnarité . . . . .	21
16	Extraction de la tendance de la série de température intérieure . .	22
17	Autocorrelation partielle de la série de température intérieure . . .	24
18	Le réseau de neurones NARX . . . . .	27
19	Comparaison de la variance des résidus partiels . . . . .	28
20	La fonction d'activation choisie : Tangente hyperbolique . . . . .	29
21	Descente du gradient . . . . .	34
22	Réseaux de neurones non adaptatifs . . . . .	35
23	Stratégie de prévisions . . . . .	36
24	Le modèle de réseaux de neurones . . . . .	38
25	Prévision de la puissance électrique de chauffage en Watt . . . . .	39
26	Prévision journalière de puissance électrique ECS . . . . .	40
27	Prévision de la température d'eau chaude sanitaire . . . . .	41
28	Prévision de la température intérieure en degrés . . . . .	42
29	Perturbation des résultats causée par le rayonnement solaire . . . .	43
30	Résidus mensuel du modèle prévision . . . . .	44
31	Fonction de répartition mensuelle du modèle prévision . . . . .	45
32	Comparaison des quantiles des erreurs au quantile normale . . . .	45
33	Représentation de l'algorithme des k plus proches voisins . . . . .	48
34	Arbre de décision pour la régulation . . . . .	49

## Introduction

Réduire la dépendance énergétique française, lutter contre le réchauffement climatique tout en veillant à la compétitivité de l'électricité, telles sont les ambitions majeures d'EDF.

Dans cette optique, le département Énergie dans les Bâtiments et les Territoires (EnerBAT) d'EDF R&D cherche à accélérer le développement des technologies performantes et respectueuses de l'environnement, en particulier celles de chauffage et de production d'eau chaude sanitaire à partir de pompe à chaleur.

Parmi ces technologies, la pompe à chaleur (PAC) air/eau double service, produisant du chauffage et de l'eau chaude sanitaire (ECS), offre une solution à la fois efficace et techniquement mature.

Néanmoins, les performances de ces pompes à chaleur sont très dépendantes de leurs paramètres de régulation. En effet, dans le but de s'adapter aux caractéristiques des bâtiments et aux habitudes des occupants, les constructeurs prévoient un grand nombre de paramètres de régulation.

Ces paramètres (plus de 50 en moyenne) sont alors à renseigner lors de l'installation, un processus long et compliqué pour les installateurs les contraignant fréquemment à des paramétrages par défaut. Or, un mauvais paramétrage peut avoir un gros impact sur les performances d'une pompe à chaleur.

Dans ce contexte, il a été proposé d'automatiser cette phase de paramétrage à l'aide de réseaux de neurones artificiels.

Ce stage se révèle être la suite des travaux d'une thèse sur la régulation automatique des pompes à chaleur [1] et a pour ambition d'apporter une contribution sur l'auto-paramétrage d'une pompe à chaleur double service.

# **1 Contexte et motivations**

## **1.1 Présentation de l'entreprise**

Électricité de France (EDF) a été fondée en 1946 sous la forme d'un Établissement Public National à caractère industriel et commercial. Société anonyme depuis 2004 dont l'Etat français est actionnaire majoritaire à 85%, EDF est le premier producteur d'électricité au monde avec une présence en Europe, en Amérique, en Asie et en Afrique. Le groupe EDF rassemble tous les métiers de la production, du commerce et des réseaux d'électricité. Il produit dans le monde environ 620 TWh d'électricité par an pour 38 millions de clients, dont 78% à partir d'énergie nucléaire, et 10% à partir d'énergies renouvelables. EDF SA rassemble près de 160000 collaborateurs dans de nombreux pays et génère plus de 75 milliards d'euros de chiffre d'affaire par an.

En 2015, le groupe a défini une stratégie appelée « CAP 2030 », visant à s'engager profondément dans la transition énergétique et numérique par trois axes principaux :

- Accompagner les clients et les territoires dans l'évolution des usages énergétiques et les nouveaux modes de production
- Produire une énergie bas-carbone en développant les énergies renouvelables et en garantissant la sûreté et la performance du parc nucléaire existant ainsi que du nouveau nucléaire
- Développer ces solutions bas-carbone à l'international, notamment en Europe et dans les pays en voie de développement.

EDF R&D est la section recherche et développement d'EDF. Elle a pour but d'accompagner le groupe par l'innovation afin de proposer des solutions de production, de distribution et de consommation d'électricité qui soient en accord avec la stratégie d'EDF pour être un acteur majeur des transitions énergétiques et numériques en France et dans le monde.



FIGURE 1 – Situation géographique de l'entreprise

EDF R&D possède ainsi 3 centres de recherche en France et 7 à l'étranger, plus de 2100 collaborateurs et 180 doctorants et près de 600 millions d'euros de budget. La R&D entretient de nombreux partenariats avec des universités, des instituts de recherche et des partenaires académiques dont 300 en France et d'autres à l'international. Les 4 priorités clés définies par la R&D sont :

- Développer et expérimenter de nouveaux services énergétiques pour les clients
- Préparer les systèmes et réseaux électriques de demain
- Consolider et développer des mix de production compétitifs et décarbonés
- Soutenir le développement du groupe EDF à l'international

Les expertises de EDF R&D sont variées, allant du vieillissement des matériaux en milieu nucléaire à la sociologie de l'énergie, en passant par la Data science et les objets connectés ou encore le stockage, les usages de l'électricité et l'efficacité énergétique. EDF Lab Les Renardières est l'un des 3 sites de recherche d'EDF en France. Il a été inauguré en 1964 et s'étend sur une surface de 86 ha à côté de Fontainebleau, au bord de la Seine. Il emploie plus de 600 salariés répartis dans 3 départements : MMC (Matériaux et Mécanique des Composants), LME (Laboratoire des Matériels électriques) et TREE (Technologies et Recherche pour l'Efficacité Énergétique).

Ce dernier, issu de la fusion en mai 2017 d'EnerBAT (Énergie dans les Bâtiments et Territoires) et EPI (Éco-efficacité et Procédés Industriels), est le département dans lequel s'est déroulé le stage. Il dépend de la direction Commerce, Énergies renouvelables, Management d'énergie et Réseaux. Ce département, dirigé par



Yves Delaby, est constitué de 10 groupes dont le but est de promouvoir l'usage raisonné de l'électricité, de construire des solutions et techniques innovantes dans le domaine de l'optimisation énergétique.

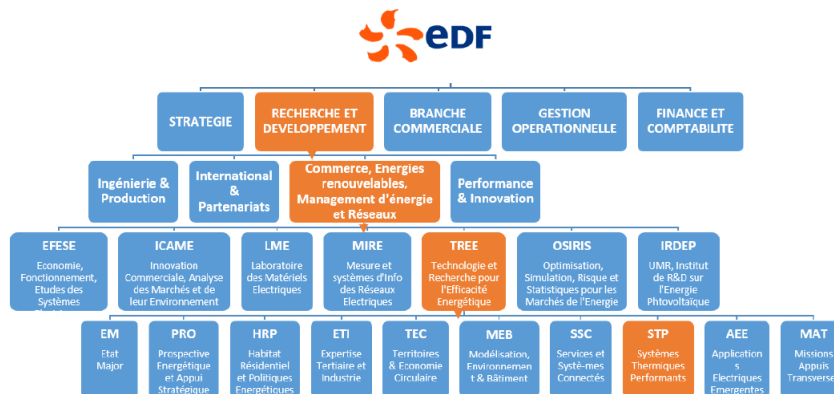


FIGURE 2 – Organigramme de l'entreprise

Le groupe dans lequel s'est déroulé ce stage est le groupe « Systèmes Thermiques Performants » dirigé par Emmanuel Chabut. Il est constitué d'une trentaine d'ingénieurs et techniciens travaillant sur les systèmes énergétiques innovants qui contribuent à l'efficacité énergétique dans les bâtiments résidentiels ou tertiaires et l'industrie, comme par exemple, les pompes à chaleur ou le froid industriel et commercial. Pour mener à bien ses développements, le groupe STP s'appuie sur sa forte expertise en thermodynamique, machines thermiques, ses moyens d'essais conséquents (3 plateformes pour 6 laboratoires) et ses outils de modélisation. Le stage que j'ai effectué s'est déroulé plus précisément au sein de l'équipe dédiée à l'étude et au développement de systèmes de chauffage et de production d'eau chaude sanitaire performantes pour les bâtiments résidentiels.

## 1.2 Les motivations et objectif du stage

### 1.2.1 La consommation énergétique des bâtiments

Dans un contexte national et européen de réduction des consommations énergétiques et des émissions de gaz à effet de serre, un effort considérable est porté dans le secteur du bâtiment, notamment au travers des réglementations thermiques, dans la mesure où celui-ci représente 44% de la consommation d'énergie finale et contribue à hauteur de 20% aux émissions de gaz à effet de serre à l'échelle de la France. Concernant le secteur du bâtiment résidentiel, le chauffage et la production d'eau chaude sanitaire représentaient en 2013, respectivement, 61, 2% et 12, 1% de la consommation d'énergie finale des logements (Chiffres Clés ADEME

2013 (2)).

Ces derniers chiffres mettent en évidence les enjeux liés à la performance des systèmes de production de chauffage et d'eau chaude sanitaire dans les bâtiments résidentiels. Le développement de technologies énergétiquement performantes, peu émettrices de CO<sub>2</sub> et économiquement compétitives, destinées à remplacer les produits à base d'énergie fossile, est ainsi devenu un sujet de recherche majeure pour les industriels présents sur le marché français et plus largement le marché européen. Parmi ces technologies, la pompe à chaleur (PAC) air/eau double service, produisant à la fois le chauffage et l'eau chaude sanitaire (ECS), offre une solution à la fois efficace et techniquement mature.

### **1.2.2 La problématique de la pompe à chaleur dans les bâtiments**

Aujourd'hui, les fabricants de PAC proposent une variété de produits qui essaie de répondre aux besoins thermiques de chaque logement. Cependant, les performances et les coûts de mise en œuvre réels d'une PAC, au-delà des performances nominales mesurées en laboratoire et des catalogues des fabricants, sont très dépendants de l'installation et de l'exploitation. Des erreurs de conception ou de mise en œuvre (paramétrage notamment) de PAC air/eau sont encore souvent constatées ; avec pour conséquences des performances inférieures aux attentes et des coûts d'installation élevés.

Cet aspect est particulièrement sensible dans le cas de la rénovation où les particularités de chaque logement, son isolation, le réseau de radiateur existant et le comportement des utilisateurs obligent les constructeurs à prévoir un grand nombre de paramètres de régulation pour permettre l'adaptation de la PAC au logement. Ce grand nombre de paramètres à renseigner lors de la mise en service (plus de 50 en moyenne) fait de cette étape un processus long et compliqué pour l'installateur, qui ne maîtrise pas nécessairement l'impact de ces paramètres sur le fonctionnement global de la PAC. Celui-ci a alors tendance à laisser le paramétrage par défaut établi en usine par le fabricant. Cette configuration est loin d'être optimale pour la consommation énergétique et le confort des utilisateurs. De même, elle peut engendrer des dysfonctionnements du système, impliquant le rappel de l'installateur pour les résoudre.

### **1.2.3 Auto-paramétrage des PAC**

Le constat évoqué ci-dessus a amené EDF, en collaboration avec Mines ParisTech, à réfléchir à l'auto-paramétrage des pompes à chaleur, au travers d'une thèse démarrée en 2013 et soutenue en 2016. L'automatisation de la phase de paramétrage

au moment du démarrage de la PAC, sans intervention de l'installateur, permettrait d'éviter les dysfonctionnements mentionnés. Une adaptation permanente de ces paramètres au cours du fonctionnement de la PAC permettrait par ailleurs de garantir des performances optimales en continu. Ce travail de thèse s'est ainsi fixé pour objectif de réaliser cet auto-paramétreur pour les pompes à chaleur air/eau double service, qui produisent à la fois le chauffage et l'ECS.

Cette thèse (ref :1) a d'abord permis l'identification des paramètres clés de la PAC, ceux qui influencent le plus la consommation. Les principales fonctions à optimiser ont été déduites de cette première analyse. Puis, des algorithmes de contrôle optimisés ont été développés à partir d'un modèle numérique dynamique détaillé de la PAC et des systèmes de distribution de chaleur et de stockage d'ECS. Des modèles neuronaux de prévision de la réponse thermique du bâtiment, du stock d'ECS et de la performance de la PAC ont été développés pour ce contrôle optimisé. Les modèles et algorithmes développés ont été validés numériquement.

#### **1.2.4 Objectifs de stage**

Si ces travaux de thèse ont permis d'avancer sur la question de l'auto-paramétrage, beaucoup de questions se posent encore, notamment celle du comportement du modèle de prévision lors de la phase d'apprentissage, donc quand la pompe à chaleur et son auto-paramétreur viennent d'être installés dans une maison. La robustesse et la fiabilité des modèles neuronaux face à des données d'apprentissage réelles doivent également être évaluées. Les objectifs du stage étaient donc :

- De définir une stratégie d'apprentissage optimale pour les réseaux de neurones
- De valider cette stratégie avec des données de simulation et des données issues de mesures dans les laboratoires d'EDF et notamment un banc d'essais semi-virtuel dédié
- D'étudier la robustesse du modèle de prévision lors des premières semaines d'apprentissage

Il s'est avéré que pour atteindre ces objectifs : modèle robuste et stratégie d'apprentissage dédiée, il a fallu redéfinir l'ensemble des modèles de prévision de façon à ce qu'il donne de bonnes prévisions en s'adaptant aux possibles changements de comportements des utilisateurs ou changements de saison.

### **1.3 Fonctionnement d'une pompe à chaleur**

La pompe à chaleur (PAC) est une machine thermodynamique, permettant de transférer l'énergie d'une source froide extérieure vers un puits chaud, lieu de

consommation de cette énergie. Selon la source de chaleur extérieure, on parle de pompes à chaleur géothermiques (sol ou eau comme source) ou de pompes à chaleur aérothermiques (air comme source). Quelle que soit la pompe à chaleur, celle-ci est principalement constituée d'un évaporateur, un compresseur, un condenseur et un détendeur. Ces éléments font partie d'un circuit fermé dans lequel circule un fluide frigorigène (fluide qui, quand on modifie sa pression, change d'état à des températures proches de notre environnement).

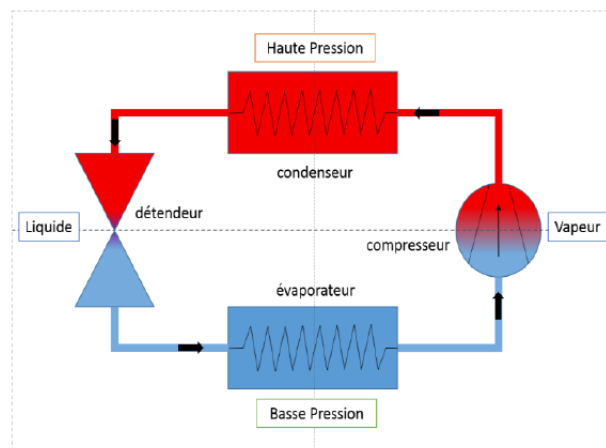


FIGURE 3 – schéma descriptif du fonctionnement d'une pompe à chaleur

À l'entrée de l'évaporateur, le fluide frigorigène est à basse pression, basse température et légèrement diphasique. Dans l'évaporateur, le fluide frigorigène extrait de l'énergie de la source froide pour se vaporiser. Il entre alors dans le compresseur, qui élève sa pression et sa température. Il arrive ensuite dans le condenseur à l'état de vapeur haute pression et haute température, et il y cède de l'énergie au puits chaud (circuit de distribution de chauffage ou de production d'eau chaude sanitaire). Il sort du condenseur à l'état liquide et entre dans le détendeur dans lequel la baisse brutale de pression (et de température) induit une vaporisation partielle. Le fluide frigorigène revient alors à l'évaporateur. Les énergies échangées au cours du cycle de la pompe à chaleur sont représentées sur la figure suivante :

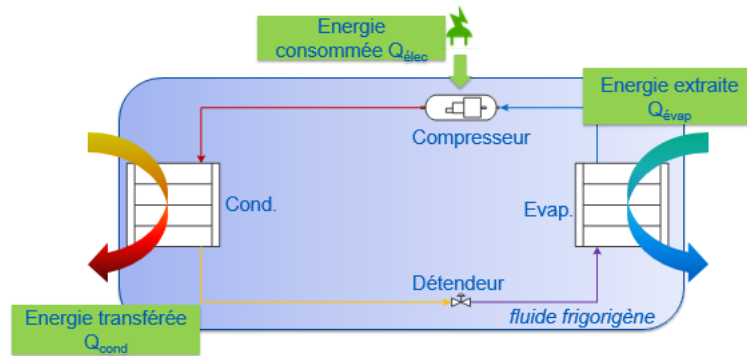


FIGURE 4 – schéma descriptif du fonctionnement d'une pompe à chaleur

Les énergies échangées permettant de définir les performances d'une PAC, sous la forme du coefficient de performance (COP), ratio entre l'énergie cédée au condenseur et l'énergie électrique consommée (par le compresseur essentiellement mais également par les auxiliaires).

$$COP = \frac{Q_{cond}}{Q_{elec}}$$

Dans le cas d'une pompe à chaleur double service, l'énergie cédée au condenseur est dirigée soit vers le circuit de chauffage, soit vers le ballon d'eau chaude sanitaire. Ce fonctionnement ne peut donc être que séquentiel. Le principe de ce type d'installation est illustré sur la figure suivante, issue des travaux de thèse mentionnés précédemment.

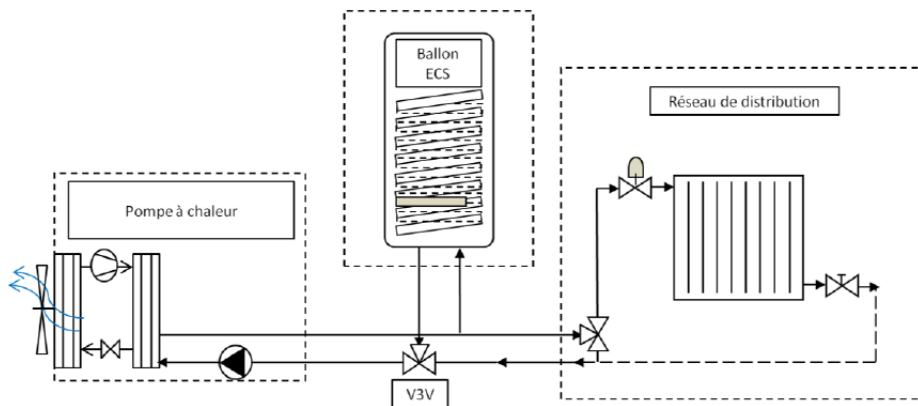


FIGURE 5 – Pompe à chaleur double service

## 1.4 Les données expérimentales

Dans le cadre du projet d'automatisation des pompes à chaleur double service, on dispose de données expérimentales représentatives des caractéristiques principales des pompes à chaleur.

- La température extérieure renseignée via un capteur placé à l'extérieur ainsi que les prévisions météorologiques à un horizon de 5 heures.
- La température de consigne fixée par l'utilisateur qui peut varier selon l'heure de la journée.
- La température intérieure via un capteur placé à l'intérieur de la maison.
- Le mode de fonctionnement de la pompe à chaleur, cette série est binaire et permet de réguler la pompe à chaleur.

$$\text{Pac On Off} : \begin{cases} 1 & \text{PAC On} \\ 0 & \text{PAC Off} \end{cases}$$

- La température du ballon d'eau chaude sanitaire renseignée via un capteur placé au milieu du ballon d'eau chaude de manière à essayer de capter la majorité des soutirages des utilisateurs.
- La puissance électrique de la pompe à chaleur.

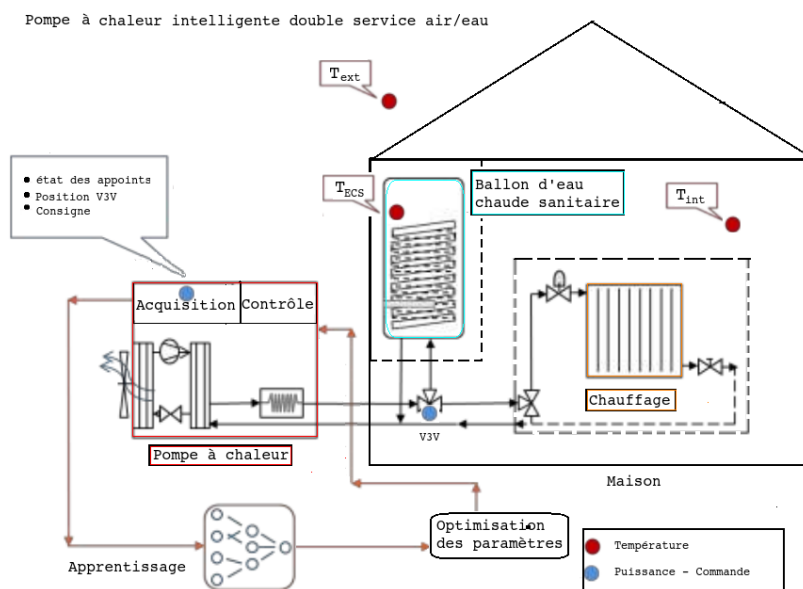


FIGURE 6 – Les données expérimentales disponibles

## 1.5 Le modèle de régulation

De façon à réguler la pompe à chaleur, il serait intéressant de pouvoir contrôler le mode de fonctionnement de la pompe à chaleur. Afin de réguler la pompe à chaleur, on décompose la variable de contrôle en deux sous variables indépendantes.

On considère le mode de fonctionnement de la pompe à chaleur en mode chauffage d'une part et en mode eau chaude sanitaire (ECS) d'autre part. On rappelle que les deux modes ne peuvent pas fonctionner simultanément :

$$\text{Pac On Off} : \begin{cases} 1 & \text{Pac On mode chauffage} \\ 1 & \text{Pac On mode ECS} \\ 0 & \text{Pac Off} \end{cases}$$

### En mode chauffage

En mode chauffage, le paramètre de contrôle (Pac On Off chauffage) est régulé à l'aide de la température intérieure et de la température de consigne choisie par l'utilisateur. L'idéal serait de suivre parfaitement la température de consigne. La régulation est donc déterministe :

- Lorsque la température intérieure est au-dessus de la consigne la PAC s'arrête de fonctionner.
- Dans le cas où la température intérieure est inférieure à la température de consigne, la pompe à chaleur démarre.

En mode chauffage, la température de consigne change et peut mettre à contribution plus ou moins longtemps la pompe à chaleur. Ce sont particulièrement ces périodes que l'on qualifie dans le jargon de descentes et remontées que l'on aimerait pouvoir prédire avec précision de façon à optimiser l'utilisation mutuelle de la pompe en ECS et en chauffage et éviter alors les inconforts qu'elles peuvent procurer aux occupants.

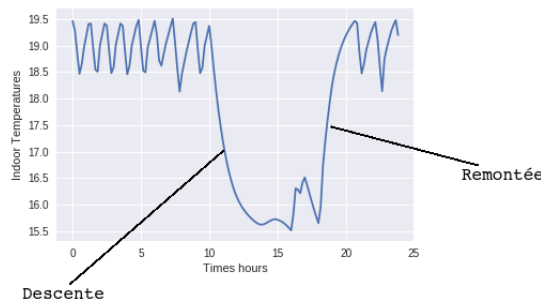


FIGURE 7 – Température journalière intérieure de la maison

### En mode eau chaude sanitaire

En mode eau chaude sanitaire (ECS), le paramètre de contrôle est régulé à l'aide de la température d'eau chaude sanitaire et d'une consigne (souvent fixe). L'idéal serait que l'eau chaude du ballon soit toujours chauffée à une température qui puisse respecter la température de consigne de l'utilisateur. La régulation de la pompe est simple en ECS, la pompe à chaleur se déclenche si la température du ballon passe sous un certain seuil. Ce seuil peut être atteint à cause des soutirages ou par des pertes thermiques du ballon, conséquences de la température ambiante où est placé le ballon. On rappelle qu'un soutirage est une consommation d'eau chaude de l'utilisateur (douche, vaisselle). Ces soutirages se traduisent sur la série temporelle par une perte de linéarité brusque pour les gros soutirages détectés par le capteur. Le capteur ne détecte pas nécessairement tous les soutirages. La détection dépend de la taille du ballon, de la quantité d'eau soutirée et de l'emplacement du capteur.

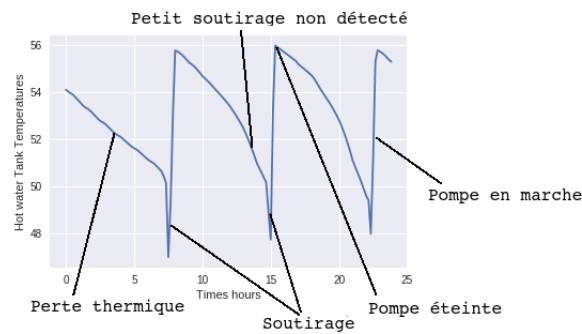


FIGURE 8 – Température journalière de l'eau chaude sanitaire

Il serait donc intéressant de pouvoir prédire ces paramètres de façon à les utiliser par la suite pour optimiser le paramètre de contrôle.

Il s'agit alors d'un problème de prévision de séries temporelles, en particulier, la température intérieure, la température d'eau chaude sanitaire, ainsi que la puissance électrique en fonction des données disponibles.

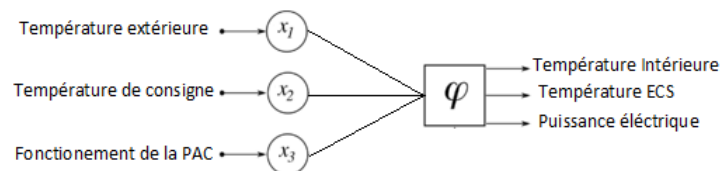


FIGURE 9 – Le problème de prévision

Les résultats suivants se basent sur les données de simulation d'une année entière de Dymola, logiciel de simulation de thermodynamique.



## 2 Analyse des séries temporelles

Dans cette section, nous allons présenter les différentes analyses qui ont été réalisées sur toutes les séries temporelles de façon à choisir le modèle de prévision adéquat. Nous nous contenterons cependant de présenter l'analyse de la série temporelle de la température intérieure pour limiter le nombre de graphes, car les autres analyses ont été effectuées de manière analogue.

### 2.1 Les séries temporelles

L'analyse qui suit porte sur des suites d'observations à pas de temps régulier de 10 minutes. Ce pas de temps a été fixé de façon à prendre en compte toutes les caractéristiques des séries qui pour certaines varient relativement rapidement. En particulier, on note que la durée minimale de marche d'une pompe à chaleur est environ de 10 minutes, d'où le choix de ce pas de temps.

Les séries temporelles qu'on aimerait pouvoir prédire à horizon de 5 heures :

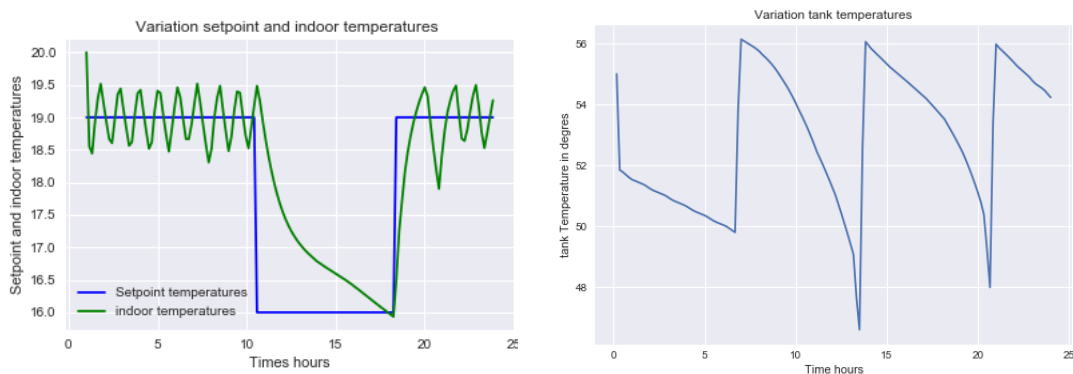


FIGURE 10 – Température journalière intérieure et du ballon ECS

- La première figure décrit la température intérieure à horizon d'une journée en vert sur le graphe. Cette dernière tend à suivre la consigne fixée par l'utilisateur en bleu sur le graphe.
- Le second graphe représente la température du ballon d'eau chaude, les droites affines sont les pertes thermiques du ballon, causées par la différence de température entre la température ambiante où le ballon se trouve et la température de l'eau chaude. Les pertes brusques de linéarités affines représentent les soutirages, en d'autres termes, l'utilisation de l'eau chaude par l'utilisateur (douches, vaisselles).

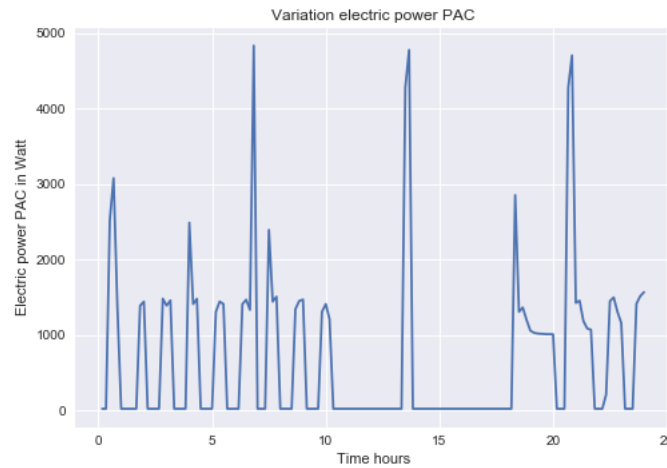


FIGURE 11 – Puissance électrique journalière

- Le compresseur est à vitesse variable, c'est-à-dire qu'il détermine automatiquement quelle puissance électrique il doit fournir à la PAC à partir de la température intérieure et d'eau chaude sanitaire.
- Les plus grandes puissances électriques en WATT sont représentatives des puissances électriques d'eau chaude sanitaire.
- Les plus petites puissances électriques en WATT représentent les puissances électriques en mode chauffage.
- La puissance électrique sera scindée en deux séries indépendantes représentatives respectivement du mode ECS d'une part et de chauffage d'autre part.

## 2.2 Caractéristiques des processus

Une série temporelle peut se décomposer en trois composantes :

- La composante saisonnière, qui est une composante cyclique relativement régulière de période intra-annuelle notée  $S_t$ .
- La composante résiduelle notée  $E_t$ , qui est une composante par défaut regroupant ce que les autres composantes n'ont pas pu intégrer.
- La tendance notée  $C_t$ , qui décrit le mouvement sur le long terme de la série.

Chaque composante peut être scindée en éléments simples de façon à être prédite séparément. La série temporelle est alors reconstituée lors de la prédiction.

Pour affiner le modèle, on choisit le schéma de décomposition qui convient le mieux à la nature des processus. Ce dernier peut être de plusieurs formes. On distingue majoritairement toutefois deux modèles :

Le modèle additif :

$$X_t = C_t + E_t + S_t$$

Le modèle multiplicatif :

$$X_t = C_t * E_t * S_t$$

De façon à choisir le modèle adéquat à la série temporelle, il est nécessaire d'évaluer la période du processus.

### 2.2.1 Détermination de la période

Dans l'optique de détecter la période du processus, il est possible d'étudier sa fonction d'autocorrélation. Il est nécessaire toutefois de définir la fonction d'autocovariance. Cette fonction permet de caractériser les dépendances linéaires existant au sein de ce processus. Elle est notée  $(\gamma(k))_{k \in \mathbb{Z}}$  et se définit comme suit : Soit  $\bar{y}$  la moyenne du processus.

$$\text{cov}(y_t, y_{t-k}) = E[y_t - \bar{y}]E[y_{t-k} - \bar{y}] = \gamma(k) \quad (1)$$

Ainsi  $\gamma(0) = \text{Var}(y_t) = E[y_t - \bar{y}]^2 = \sigma^2$

La fonction d'autocorrélation est la fonction notée  $\rho(k)$  qui mesure la corrélation de la série avec elle-même décalée de  $k$  observations dans l'historique :

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)} \quad k \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

avec  $\rho(0) = 1$  et  $|\rho(k)| < 1$

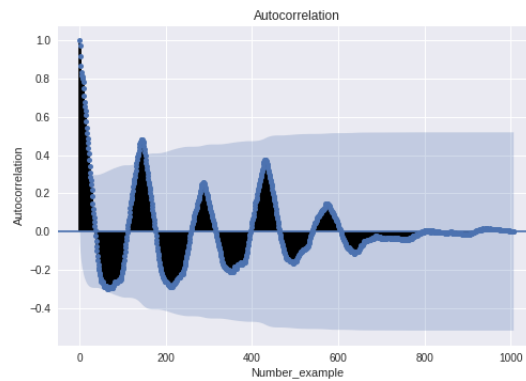


FIGURE 12 – Autocorrélation de la température intérieure

- À partir de l'analyse de l'autocorrélation de la série temporelle, on en déduit qu'elle semble suivre des cycles périodiques (saisonnalité) de période journalière (144<sup>ème</sup> variables dans l'historique)
- La partie en bleu foncée représente le seuil de significativité établi sur un intervalle de confiance à 95% autour de l'abscisse.
- On peut distinguer en analysant plus finement la courbe que les 30 premières variables de l'historique sont au-dessus du seuil de significativité. Ces variables représentent l'historique corrélé de façon non négligeable.

Cette méthode permet d'avoir une première estimation de la période fondamentale du processus qui semble être journalière. Néanmoins, pour avoir une méthode plus précise, il est nécessaire d'analyser les fréquences du processus.

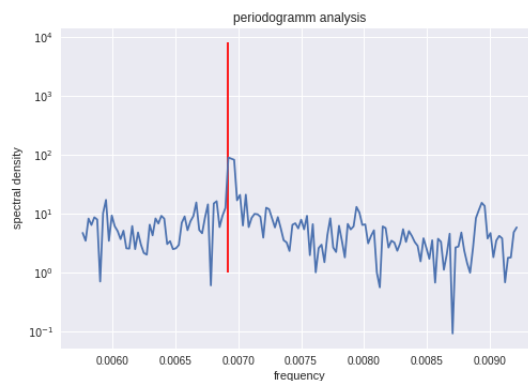


FIGURE 13 – Périodogramme de la température intérieure

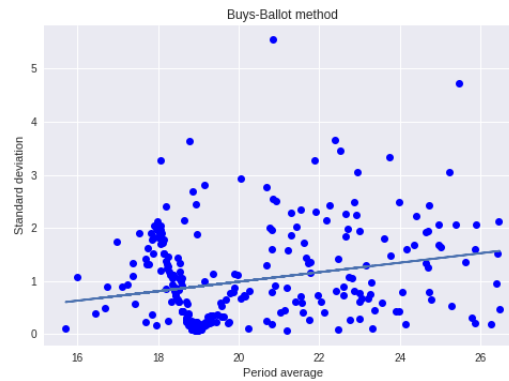
- Le périodogramme calcule la densité spectrale à l'aide de la transformée de Fourier de la série temporelle.
- Le trait vertical rouge représente la fréquence fondamentale du processus soit 0.0069, il suffit de considérer l'inverse et l'on conclut que la période fondamentale de la série temporelle est journalière (soit 144 observations dans l'historique).

### 2.2.2 Détermination du modèle

Dans cette partie, nous chercherons à déterminer le modèle spécifique à la série. Plusieurs méthodes graphiques existent (méthodes des bandes ou des graphes adjacents) cependant ces dernières ne nous permettent pas de conclure. La méthode de Buys-Ballot fut alors utilisée. Cette dernière consiste à évaluer la pente de régression de la dépendance entre la moyenne et l'écart-type.

- Pente presque nulle, le modèle est additif
- Pente non nulle, le modèle est multiplicatif

FIGURE 14 – Méthode de Buys-Ballot



Le modèle est clairement additif, car le coefficient de la pente est de 0.08 proche de 0.

## 2.3 La stationnarité

### 2.3.1 L'hypothèse de stationnarité

De façon à effectuer des prévisions, il est souvent nécessaire dans beaucoup de modèles que la série temporelle soit stationnaire ou le cas échéant suive des variations lentes.

Une série est stationnaire si la loi du processus est stable :

Quels que soient  $n, t_1, \dots, t_n$  et  $k$ , on a

$$f(y_{t_1}, \dots, y_{t_n}) = f(y_{t_1+k}, \dots, y_{t_n+k})$$

Cette définition toutefois peut être affaiblie : le processus est dit stationnaire au second ordre si :

- la moyenne du processus est constante :  $E(y_t) = m$  pour tout  $t$ .
- les autocovariances ne dépendent que de la différence entre les observations  $\gamma = \alpha|t - k|$  ce qui implique que la variance soit constante  $Var(y) = \sigma^2$ .

De façon à savoir si notre série est stationnaire, il est nécessaire de faire des tests de stationnarité en particulier le test de Dickey-Fuller augmenté noté Ad-fuller et le test de Kwiatowski, Phillips, Schmidt, Shin noté KPSS.

Avant d'effectuer ces tests, il est nécessaire normalement d'ôter toutes les saisonnalités de la série temporelle, en particulier les plus représentées (saisonnalité journalière), néanmoins ces dernières ont été volontairement laissées à cause du modèle de prévision qui a été choisi par la suite.

Ces tests ont été effectués sur l'horizon d'une semaine. Le test de Ad-fuller est un test de décision avec pour hypothèse nulle que la série est non stationnaire et pour hypothèse alternative qu'il est stationnaire. A contrario, le test KPSS a pour hypothèse nulle, la série est stationnaire et alternative qu'elle n'est pas stationnaire. La stratégie de ces tests est décrite en référence (ref :8). Ces tests nous permettent de déduire le modèle le plus adéquat.

KPSS Stationarity Test Results		Augmented Dickey-Fuller Results	
Test Statistic	0.067	Test Statistic	-12.305
P-value	0.378	P-value	0.000
Lags	30	Lags	20
Trend: Constant and Linear Time Trend		Trend: Constant and Linear Time Trend	
Critical Values: 0.22 (1%), 0.15 (5%), 0.12 (10%)		Critical Values: -3.96 (1%), -3.41 (5%), -3.13 (10%)	
Null Hypothesis: The process is weakly stationary.		Null Hypothesis: The process contains a unit root.	
Alternative Hypothesis: The process contains a unit root.		Alternative Hypothesis: The process is weakly stationary.	

FIGURE 15 – Test de stationnarité

Selon les deux tests de stationnarité le modèle est clairement stationnaire à horizon d'une semaine. Elle comporte une tendance linéaire au temps et suit donc le modèle suivant :

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \beta_p t + \alpha_p + b_t \quad (3)$$

- $\rho Y_{t-1}$  autocorrélation linéaire récurrente
- $\beta_p t$  tendance linéaire périodique
- $b_t$  bruit blanc  $\simeq \mathcal{N}(0, 1)$

En effet, le test de stationnarité KPSS valide l'hypothèse nulle à 95%, 99% et 90 % en incorporant une constante et une tendance linéaire au modèle.

$H_0$  : La série est stationnaire  
test statistics < critical values  
P-values > 0.01 Hypothèse validée à 99%  
P-values > 0.05 Hypothèse validée à 95%  
P-values > 0.1 Hypothèse validée à 90%

De même, le test de stationnarité de Fuller augmenté valide l'hypothèse alternative à 95%, 99% et 90 % .

$H_1$  : La série est stationnaire  
test statistics > critical values  
P-values < 0.01 Hypothèse alternative validée à 99%  
P-values < 0.05 Hypothèse alternative validée à 95%  
P-values < 0.1 Hypothèse alternative validée à 90%

En conclusion, la série est stationnaire avec une tendance linéaire qu'il est nécessaire d'extraire.

### 2.3.2 Tendances

De façon à stationnariser totalement la série temporelle, il est indispensable d'ôter la tendance du processus décrit dans les tests précédents. Pour se faire , nous utiliserons des moyennes mobiles d'ordre la période noté  $\overline{y_t}$  qui devront effacer la composante saisonnière et extraire la tendance. Le modèle étant additif, l'extraction se définit comme tel avec  $Y_t$  le signal traité :

Quel que soit  $t$  appartenant à  $\{t_1, \dots, t_n\}$

$$Y_t = y_t - \overline{y_t} \quad (4)$$

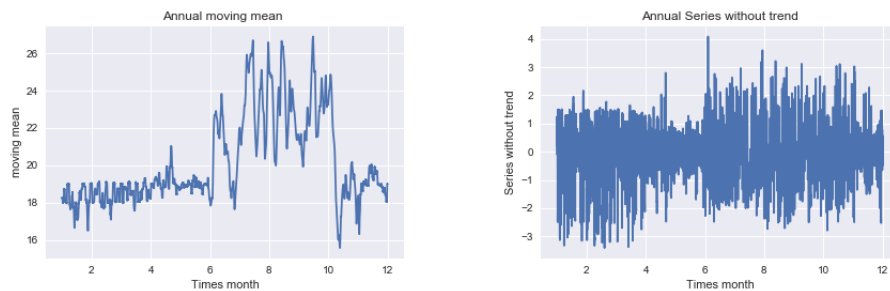


FIGURE 16 – Extraction de la tendance de la série de température intérieure

- La première figure correspond à la tendance. Sur cette dernière, on peut distinguer deux phases : une première phase avec des variations plus faibles qui correspondent à l'hiver et une seconde phase avec de fortes variations correspondant à l'été.
- Le deuxième graphe est le signal obtenu après extraction de la tendance. On constate que le signal est centré et sa variance semble plus ou moins constante.

La série obtenue par ce filtre est pratiquement stationnaire , des tests de stationnarité ont été effectués par la suite.

### 2.3.3 Les autocorrélations partielles

En considérant le fait qu'il n'y a plus de tendances et que le modèle est additif, la série obtenue comporte toujours les saisonnalités ainsi que la composante résiduelle. Il est alors intéressant d'étudier de manière plus fine cette composante qui semble autocorrélée de façon récurrente selon (eq :3). On définit alors l'autocorrélation partielle d'ordre  $k$  qui a la particularité d'évaluer les corrélations entre  $Y_t$  et son historique sans prendre en compte la dépendance entre les variables d'historiques intermédiaires.

En d'autres termes, on calcule le coefficient d'autocorrélation entre

$$Y_t - E[Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}] \quad \text{et} \quad Y_{t-k} - E[Y_{t-k}|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}]$$

La fonction d'autocorrélation partielle mesure donc la corrélation entre  $y_t$  et  $y_{t-k}$  une fois retirée l'influence des variables antérieures.

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho(1) & \cdots & \rho(t-2) & \rho(t-1) \\ \rho(1) & 1 & \cdots & \rho(t-3) & \rho(t-2) \\ \rho(2) & \rho(1) & \cdots & \rho(t-4) & \rho(t-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad R_t^* = \begin{bmatrix} 1 & \rho(1) & \cdots & \rho(t-2) & \rho(1) \\ \rho(1) & 1 & \cdots & \rho(t-3) & \rho(2) \\ \rho(2) & \rho(1) & \cdots & \rho(t-4) & \rho(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$R_t^*$  est la matrice d'autocorrélation auquel on a ôté la dernière colonne en remplaçant par  $[\rho(1), \rho(2), \dots, \rho(t)]$

On note alors  $\psi(h)$  la fonction d'autocorrélation partielle définie par :

$$\psi(t) = \frac{|R_t^*|}{|R_t|} \quad (5)$$

En l'appliquant à la série temporelle de température intérieure, on obtient alors, le graphe suivant représentant les autocorrélations partielles.



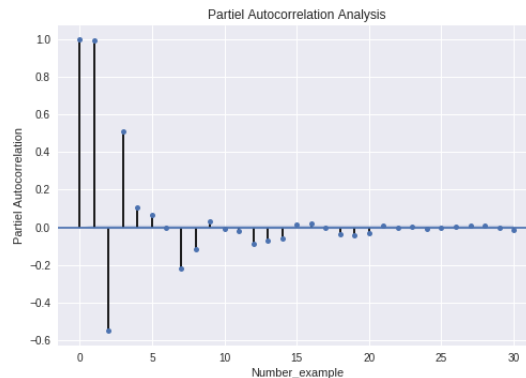


FIGURE 17 – Autocorrelation partielle de la série de température intérieure

Ce graphe nous indique les variables dans l'historique qui sont corrélées à notre série. Il serait intéressant d'utiliser ces corrélations linéaires dans notre modèle de prévision.

## 2.4 Modèle de prévision

### 2.4.1 Les contraintes

Pour fixer les idées, le problème est de prédire la température intérieure à horizon de 5 heures avec un pas de temps de 10 minutes. Cependant, la majorité des modèles de prévision font des prédictions à un pas de temps près et sont par la suite mise à jour avec la vraie valeur. L'idée serait alors d'utiliser la prédiction pour mettre à jour le modèle jusqu'à l'horizon des 5 heures. Cette méthode n'est clairement pas stable et propage l'erreur, elle requiert donc d'avoir de très bonnes prévisions.

Dans la littérature, il existe beaucoup de modèles de prévision de séries temporelles. La majorité sont des modèles auto-régressifs, leurs prévisions se basent exclusivement sur les corrélations avec leurs variables d'historiques (ARMA, AR ...). Les prévisions de ces modèles peuvent être très précises, néanmoins, utiliser une méthode non stable sur ce genre de modèle donnerait de mauvais résultats.

Il a alors été proposé d'utiliser les prédictions connues de séries temporelles en entrée du modèle, en particulier :

- La température de consigne qui est fixée par l'utilisateur, on fait l'hypothèse que l'utilisateur ne change pas son planning de consigne au cours des 5 heures.

- La variable du fonctionnement de la pompe à chaleur que l'on considère comme connue.
- Les prévisions météorologiques de la température extérieure de météo France sur un horizon de 5 heures. Cette variable peut toutefois comporter, elle aussi, des erreurs, mais les prévisions sont globalement bonnes. Il serait intéressant par la suite d'étudier les conséquences de ces mauvaises prévisions sur le modèle.

Ces trois séries temporelles représentent l'ensemble des données disponibles que l'on peut avoir à notre disposition à horizon de 5 heures.

#### **2.4.2 Le modèle de prévision**

Dans l'optique d'utiliser ces séries temporelles, une analyse de causalité au sens de Granger a été effectuée, cette analyse nous permet de déterminer si les entrées (température de consigne ...) et leurs historiques sont corrélés linéairement avec les sorties. Néanmoins, les dépendances sont totalement non linéaires. Cette caractéristique réduit considérablement le champ des possibilités de modèle.

Le modèle idéal pour ce type de problème serait d'avoir d'une part un modèle autorégressif (régression linéaire sur l'historique) pour prendre en compte l'historique et dans un deuxième temps un modèle de régression non linéaire pour prendre en compte les dépendances non linéaires entre la sortie et les entrées et leur historique. L'utilisation d'un réseau de neurones récurrent s'est alors révélée comme une alternative remplissant toutes ces conditions.

## 3 Le réseaux de neurones NARX

### 3.1 L'architecture des réseaux NARX

Dans cette section, nous allons présenter les réseaux de neurones implémentés et leur architecture. Dans la littérature, il en existe de plusieurs types, leur architecture varie en fonction de la difficulté du problème. Notre choix s'est alors porté sur les réseaux de neurones les plus simples pour décrire nos séries temporelles : le réseaux de neurones autorégressif à entrées exogènes noté NARX.

L'ensemble des variables utilisées dans les modèles de prévision ont été centrées en utilisant une moyenne mobile de période journalière de façon à ôter la tendance linéaire. Par ailleurs, les variables étant des grandeurs physiques différentes, l'ensemble des entrées ont été standardisées afin qu'une variable n'est pas plus d'influence que d'autres sur l'apprentissage. L'ensemble des transformations réalisées sur les données peuvent s'écrire alors comme suit :

$$X(t) = \frac{x_t - \bar{x}_t}{X_{max} - X_{min}} \quad (6)$$

- $x_t$  Observation d'une série temporelle à l'instant  $t$ .
- $X_{max}$  et  $X_{min}$  sont les extremas de la série temporelle.
- $\bar{x}_t$  est la moyenne mobile de période  $p$  de la série temporelle.
- $X(t)$  est l'observation obtenue à l'instant  $t$  après transformation .

La sortie du modèle de prévision sera reconstruite par la suite en considérant l'inverse de l'expression précédente.

#### 3.1.1 Architecture général NARX

Le réseau de neurones NARX utilise l'historique des sorties appelées entrées endogènes, ainsi que les entrées et leurs variables d'historiques renseignés appelées entrées exogènes.

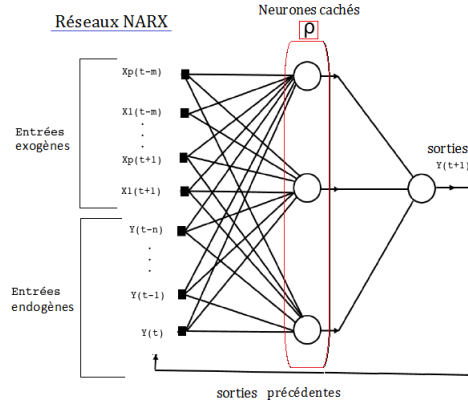


FIGURE 18 – Le réseau de neurones NARX

Les prévisions du réseau de neurones se basent donc sur une régression des entrées et leurs historiques et une régression sur l'historique des sorties.

Le réseau suit donc une représentation de la forme suivante :

$$Y(t+1) = f(Y(t), Y(t-1), \dots, Y(t-n), X(t+1), \dots, X(t-m)) + \epsilon_t \quad (7)$$

- $Y(t)$  Sortie du réseau de neurones à l'instant  $t$ .
- $X(t)$  Entrée du réseau de neurones à l'instant  $t$ .
- $m$  Nombre de variables dans l'historique des entrées en entrées du réseau de neurones.
- $n$  Nombre de variables dans l'historique des sorties en entrée du réseau de neurones.
- $\epsilon_t$  est le bruit et est additif à la sortie du processus, il intervient également dans les valeurs des  $N$  sorties précédentes à l'image du modèle que l'on a supposé précédemment (eq :3).

De façon à construire un tel modèle, il est donc nécessaire de déterminer le nombre d'observations incluses dans le réseau qui sont des historiques des sorties (entrées endogènes) et respectivement l'historique des entrées après les avoir sélectionnées.

### 3.1.2 Variables endogènes

Les entrées endogènes sont représentatives des sorties précédentes les plus corrélées à la sortie de l'instant présent. La détermination du nombre d'observations dans l'historique des sorties se base sur l'autocorrélation partielle calculée précédemment (fig :5). L'utilisation des autocorrélations partielles permet de sélectionner uniquement en entrée du réseau les observations dans l'historique de la série

qui sont corrélées avec les valeurs futures. En pratique, les valeurs inférieures au seuil de significativité montrant une non corrélation avec  $y_{t+1}$  ne doivent pas être positionnées dans le réseau. Le seuil est déterminé par utilisation de l'intervalle de confiance à 95%(IC) autour de l'abscisse. Ainsi, si graphiquement une valeur de l'autocorrélation est trop proche (inférieure à l'IC) de l'axe des abscisses, il ne sera pas possible de dire que cette valeur est différente de zéro. Pour calculer cet intervalle de confiance sur N mesures, on utilise (eq :8) :

$$IC = [-1.96 + \sqrt{\frac{1}{N}}, +1.96 + \sqrt{\frac{1}{N}}] \quad (8)$$

Sur le graphe (fig :5), le nombre d'observations corrélées avec les valeurs futures est difficile à déterminer en utilisant le seuil de significativité. En effet, sur ce graphe, il y a des observations passées qui dépassent le seuil de significativité et se situent derrière des observations plus récentes qui ne dépassent pas ce seuil. Ceci peut être causé par la présence de saisonnalités. Il est nécessaire de faire des tests sur le modèle et déterminer l'ordre le plus significatif pour le réseau.

### 3.1.3 Variables exogènes

Les variables exogènes ne sont strictement pas corrélées linéairement avec les sorties. Il n'est donc pas possible d'évaluer ou classer les variables par ordre de pertinence par rapport à la sortie en utilisant les méthodes classiques. En effet, une analyse de causalité au sens de Granger a été effectuée dans ce sens et elle a révélé que les variables disponibles et la variable d'intérêt ne sont pas corrélées entre elles linéairement. De façon à déterminer, l'influence de la variable par rapport au modèle, il est alors nécessaire d'étudier les résidus partiels. Les figures suivantes sont deux exemples de résidus pour le modèle de la température intérieure.

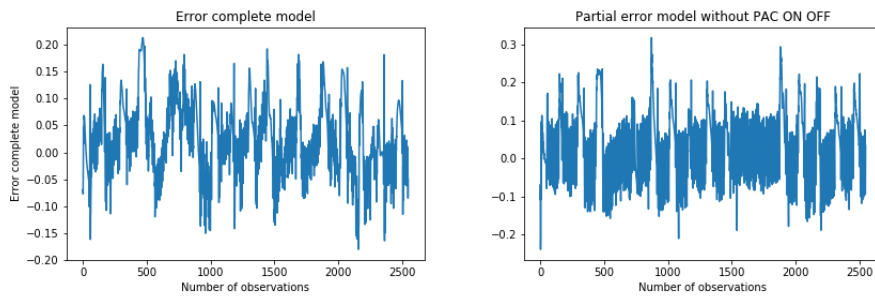


FIGURE 19 – Comparaison de la variance des résidus partiels

- La figure 1 montre les résidus obtenus en considérant la totalité des variables disponibles du modèle de prévision de température intérieure.

- La seconde figure montre les résidus en considérant la totalité du modèle sauf la variable représentative du fonctionnement de la pompe à chaleur.

On constate graphiquement que la variance de la figure 1 est plus petite que celle de la figure 2. La variable décrivant le fonctionnement de la pompe à chaleur ne peut être omise. Sur chaque variable, cette méthode laborieuse qui nécessite d'avoir peu d'entrées possibles a été utilisée.

En ce qui concerne le nombre d'observations dans l'historique des entrées qui interviendront dans les réseaux de neurones, on utilise aussi l'autocorrélation partielle, évaluée à l'aide du seuil de significativité avec un intervalle de confiance de 95% sur l'abscisse. L'ordre  $m$  est donc choisi graphiquement, il est donc nécessaire d'ajuster le paramètre par la suite en fonction des résidus obtenus.

### 3.1.4 Les connexions

Les entrées du réseau de neurones fixées, il reste à déterminer la nature des connexions entre les différents neurones. Nos réseaux de neurones comptent 3 couches de neurones une couche dédiée à l'ensemble des entrées, une couche de sortie composée d'un seul neurone correspondant à la sortie et une couche de neurones cachés donnant au réseau sa capacité à traiter des problèmes non linéaires. Pour se faire, on doit lui fixer une fonction appelée fonction d'activation qui est nécessairement non linéaire. La fonction tangente hyperbolique a été alors choisie.

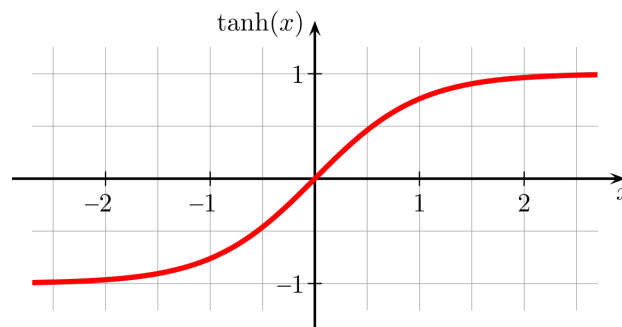


FIGURE 20 – La fonction d'activation choisie : Tangente hyperbolique

La sortie du neurone est donc une fonction tangente hyperbolique d'une combinaison des entrées  $X$  pondérées par les paramètres  $W_i(t)$ , qui sont alors souvent désignés sous le nom de poids. Néanmoins, le modèle que l'on est supposé suivre (eq :3) comporte des termes constants. De façon à modéliser ces termes, on

ajoute dans toutes les couches du réseau de neurones, des neurones supplémentaires appelés bias initialisés à 1. Les couches du réseau de neurones seront ensuite connectées par des connexions indexées par des poids qui s'autoadapteront lors de l'apprentissage du réseau pour apprendre la sortie. En d'autres termes le modèle NARX suit l'équation suivante :

$$Y = \sum_{i=1}^{N_c} \left[ W_{N_c+1,i} \tanh \left( \sum_{j=1}^n W_{i,j} Y_j + \sum_{j=1}^m W_{i,j} X_j + W_{i,0} \right) \right] + W_{N_c+1,0} \quad (9)$$

- $Y$  Sortie du réseaux ou entrées endogènes  $X_j$  entrées exogènes.
- $W_{N_c+1,0}$  Poid de la connexion entre le bias et la sortie.
- $W_{i,0}$  Poids des connexions entre le bias de la couche des entrées et les neurones cachés.
- $W_{i,j}$  Poids des connexions entre les neurones cachés et les entrées exogènes et endogènes.
- $W_{N_c+1,i}$  Poids des connexions entre les neurones cachés et la sortie.

On rappelle que  $m$  et  $n$  représente la quantité d'observations prise respectivement dans l'historique des sorties et des entrées.

### 3.1.5 Nombre de neurones cachés

Il est nécessaire d'évaluer le nombre de neurones cachés adéquat pour obtenir une performance spécifiée du modèle, compte tenu des données disponibles. Néanmoins, il n'existe pas à l'heure actuelle de résultats théoriques permettant de prévoir le nombre de neurones. On distingue deux cas possibles :

- Si le réseau de neurones possède un nombre de paramètres excessif, en raison d'un nombre excessif de neurones cachés, sa sortie peut passer avec une très grande précision part tous les points d'apprentissage, mais fournir des résultats dépourvus de signification entre tous ces points.
- Si le réseau de neurones possède un nombre trop restreint, le modèle n'est pas suffisamment riche pour rendre compte de la complexité de la fonction de régression inconnue.

Dans ce sens, des tests ont été réalisés pour déterminer avec précision le nombre de neurones satisfaisant. De façon à effectuer les tests tout en évitant le surapprentissage, on évalue lors de l'apprentissage :

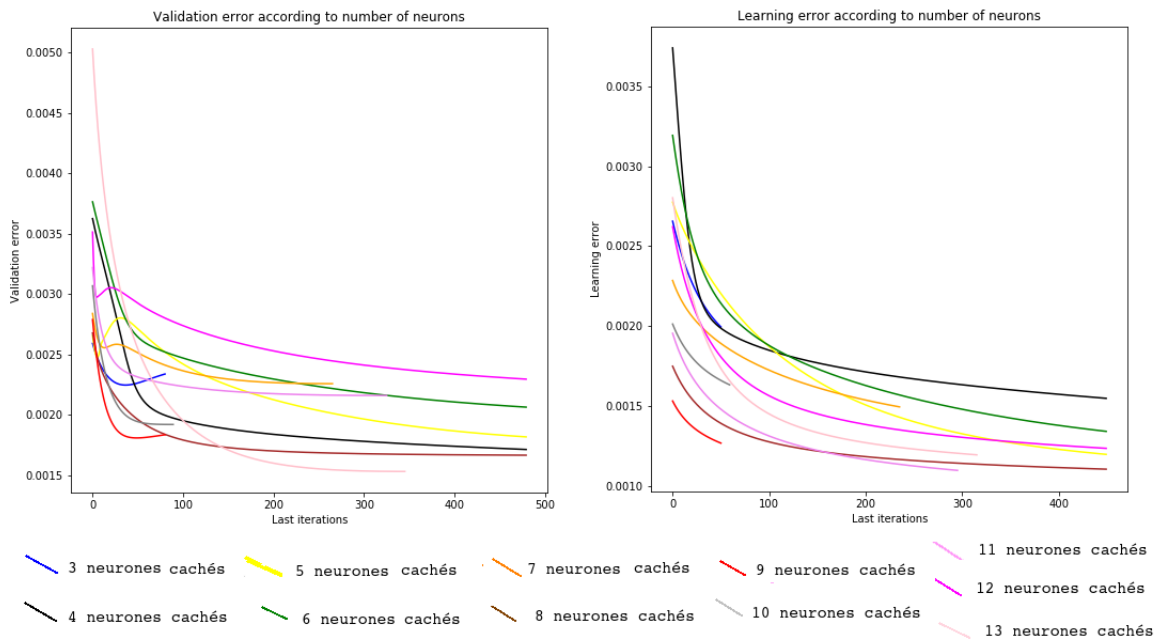
- L'erreur d'apprentissage que l'on évaluera via l'erreur quadratique moyenne notée  $EQMT$  avec  $N_T$  le nombre d'observations d'apprentissage :

$$\frac{1}{2}EQMT = \sqrt{\frac{1}{2N_T} \sum_{t=1}^{N_t} (Y_t - f(X_t, Y_{t-1}))^2} \quad (10)$$

- L'erreur de généralisation que l'on évaluera via l'erreur quadratique moyenne notée  $EQMA$  avec  $N_A$  le nombre d'observations de validation :

$$\frac{1}{2}EQMA = \sqrt{\frac{1}{2N_A} \sum_{t=1}^{N_A} (Y_t - f(X_t, Y_{t-1}))^2} \quad (11)$$

On évalue donc lors de l'apprentissage ces deux erreurs et l'algorithme s'arrête lorsque l'erreur de généralisation ne décroît plus. Ces erreurs sont multipliées par  $\frac{1}{2}$  pour des raisons que nous exposerons plus bas.



- On en déduit à l'aide des deux figures que le nombre de neurones nécessaire est 8.
- La seconde figure confirme les hypothèses citées auparavant, lorsqu'il y a beaucoup de neurones, on remarque une convergence rapide de l'erreur d'apprentissage et une convergence lente de l'erreur de généralisation. A contrario, peu de neurones provoquent une convergence lente de l'erreur d'apprentissage et de généralisation.



## 3.2 Apprentissage adaptatif

### 3.2.1 Algorithme de gradient stochastique

Une fois que le nombre de neurones cachés est défini, on doit procéder à l'apprentissage, c'est-à-dire à l'estimation des paramètres du réseau de neurones qui avec le nombre de neurones cachés dont il dispose, permet d'obtenir une erreur quadratique minimum sur l'erreur d'apprentissage et de généralisation.

Dans ce sens, nous devons mettre à jour les paramètres du réseau, en particulier les poids des connexions minimisant l'erreur quadratique de prédiction. On note  $W$  les poids des connexions des neurones. On veut déterminer la valeur du paramètre  $W$  qui minimise l'erreur quadratique moyenne (eq :10) multipliée par 0.5. On peut encore la réécrire sous la forme qui suit notée comme la fonction de coût théorique :

$$J(W) = \frac{1}{2} E [(Y_t - f(X(t), Y(t-1), W))^2] \quad (12)$$

Il est impossible de calculer cette fonction, mais nous pouvons l'estimer par un algorithme de descente de gradient. En particulier,  $\nabla J(W(t)) = E[Y_t - f(X(t), Y(t-1), W)]$ , la multiplication par 0.5 permet de ne pas avoir de terme constant multiplié à la dérivée. L'algorithme de descente du gradient suit cette expression :

$$W(t+1) = W(t) - \gamma_{t+1} \nabla J(W) \quad (13)$$

où  $\gamma_{k+1}$  est une constante positive appelée le pas d'apprentissage.

Pour obtenir l'estimation moyenne récursive, on remplace dans l'algorithme  $\nabla J(W)$  par  $W_{t+1} - f(X_t, Y_{t-1}, W(t))$ . On remarque que  $W_{t+1} - f(X_t, Y_{t-1}, W_t)$  a  $\nabla J(W)$  pour espérance.

C'est pour cette raison que cet algorithme est dit de gradient stochastique : le vrai gradient de la fonction de coût a été remplacé par un terme aléatoire qui a pour moyenne ce gradient. Cet algorithme estime et optimise en même temps contrairement aux autres algorithmes et il ne nécessite pas de stocker une base d'apprentissage de grande taille. À contrario, cette méthode converge plus lentement que les autres méthodes (Newton, gradient conjugué...) qui nécessitent une matrice. Cependant, pour appliquer cette méthode à notre réseau de neurones, il est nécessaire de calculer le gradient du réseau de neurones.

### 3.2.2 Rétropropagation du gradient

L'estimation du gradient de la fonction de coût appliquée au réseau de neurones se déduit par une méthode de rétropropagation. On considère l'erreur instantanée :

$$e(t) = \frac{1}{2}(Y_t - f(X(t), Y(t-1), W(t)))^2$$

On rappelle à partir de l'expression (eq :9) que le neurone caché calcule la sortie  $Y_i$  par la fonction tangente hyperbolique non linéaire des valeurs d'entrées pondérées par un poids de connexions noté  $W_{i,j}$  avec  $i$  appartient à  $\{1, \dots, N_c\}$  et  $j$  appartient à  $\{1, \dots, N\}$  où  $N_c$  est le nombre de neurones cachés et  $N$  le nombre d'entrées du réseaux. La sortie finale est alors la moyenne des  $Y_i$  pondérés par les poids des connexions entre les neurones cachés et la sortie. Dans ce sens, on note

$$Y_i = \tanh\left(\sum_{j=1}^N W_{i,j}x_j\right) = \tanh(v_i)$$

On calcule alors la dérivée partielle de  $e_t$  par rapport à chacun des poids :

$$\frac{\partial e(t)}{\partial W_{i,j}(t)} = \frac{\partial e(t)}{\partial Y_i(t)} \frac{\partial Y_i(t)}{\partial v_i(t)} \frac{\partial v_i(t)}{\partial W_{i,j}(t)}$$

Le dernier terme correspondant à la valeur de la dérivée partielle de  $v_i$  par rapport au poids  $W_{i,j}$  désignant la valeur de l'entrée  $j$  du neurone  $i$  lorsque les entrées du réseau sont celles de l'exemple à l'instant  $t$ .

Notons  $\delta_j$  le produit des deux premiers termes :

$$\delta_j = \frac{\partial e(t)}{\partial Y_i(t)} \frac{\partial Y_i(t)}{\partial v_i(t)}$$

$$\delta_j = \frac{\partial e(t)}{\partial Y_i(t)} \frac{\partial Y_i(t)}{\partial v_i(t)} (1 + \tanh^2(v_j(t)))$$

- Dans notre cas  $Y_i$  est nécessairement une cellule de sortie car on a une seule couche de neurones cachés, alors la dérivée partielle de l'erreur s'exprime facilement :

$$\frac{\partial e(t)}{\partial Y_i(t)} = -(Y_{t+1} - f(X(t), Y_{t-1}, W(t)))$$

- Dans le cas contraire, s'il y avait deux couches cachées, on exprimerait  $\delta_j$  en fonction de  $\delta_k$  pour  $k$  situé sur les couches suivantes.

Le gradient étant estimé, on peut alors appliquer la méthode du gradient stochastique.

### 3.2.3 Le taux d'apprentissage

L'algorithme du gradient stochastique se construit à l'aide d'une constante située devant le gradient appelée le taux d'apprentissage. L'algorithme comme son nom le suggère incrémente la solution calculée auparavant du gradient pondéré du taux d'apprentissage. On distingue alors deux cas :

- Si l'on prend un taux ou pas d'apprentissage trop grand, la solution peut converger très rapidement, mais oscille beaucoup autour du minimum. La convergence de l'algorithme vers un minimum global n'est pas certaine.
- Si l'on prend un pas trop petit la convergence est lente, mais converge nécessairement vers un minimum global.

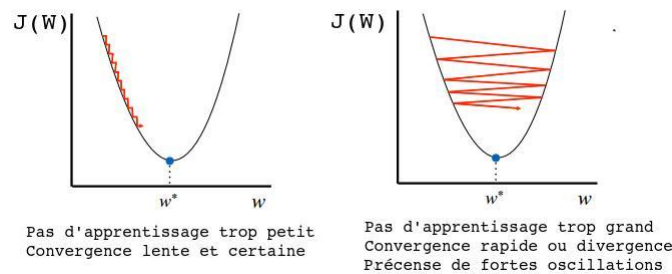


FIGURE 21 – Descente du gradient

Dans la littérature (ref :4) , il existe beaucoup de méthodes intermédiaires qui adaptent le taux d'apprentissage aux gradients. Néanmoins, fixer le taux à une constante optimale nous a paru le meilleur compromis entre temps de calcul et convergence. Le taux d'apprentissage a donc été choisi en testant à plusieurs reprises plusieurs taux d'apprentissage. On rappelle que dans le cas d'un modèle linéaire, le meilleur taux d'apprentissage se déduit via l'inégalité suivante (ref :3) :

$$\gamma < \frac{2}{\lambda_{max} + \lambda_{min}}$$

- $\lambda_{min}$  Maximum des valeurs propres de la matrice de covariance.
- $\lambda_{max}$  Minimum des valeurs propres de la matrice de covariance.

Cette inégalité n'est pas valable dans notre cas car le modèle est non linéaire, toutefois cette inégalité nous donne une indication approximative. Le pas d'apprentissage finalement choisi est de  $10^{-3}$  après plusieurs tests .

### 3.2.4 Apprentissage récursif

La série temporelle que nous cherchons à décrire est faiblement stationnaire et comporte des ruptures temporelles causées par les changements de saisons ou des

habitudes des utilisateurs. Il est nécessaire alors de réajuster au cours du temps les poids de façon à ce que le réseau s'adapte à tous changements de politiques, car sinon le réseau finira par faire de mauvaises prévisions comme illustrées sur la figure (fig :22) suivante.

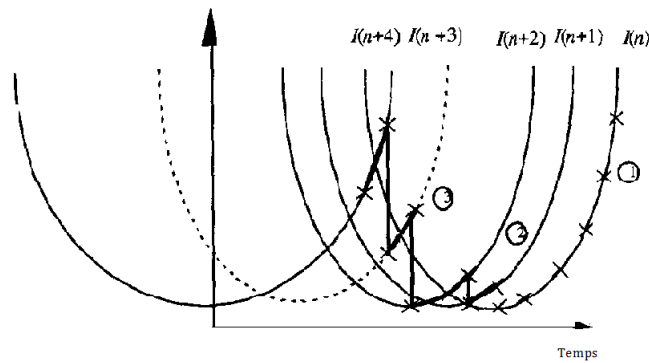


FIGURE 22 – Réseaux de neurones non adaptatifs

Il est alors nécessaire d'établir une stratégie d'apprentissage en continu détectant les ruptures temporelles ou changements non habituels. Pour se faire, on va utiliser les résidus obtenus et appliquer des tests de décision récursifs. Les détails du test de décision récursif seront évoqués plus bas.

### 3.3 Evaluation du réseau

#### 3.3.1 Stratégie de prévision

La prévision des séries temporelles à horizon de 5 heures via un pas de temps de 10 minutes suppose d'établir une stratégie particulière que nous nous apprêtons à exposer. La méthode consiste à utiliser les prévisions précédentes jusqu'à horizon de 5 heures. Cette méthode propage l'erreur et n'est évidemment pas stable. De façon à pallier partiellement aux problèmes de stabilité, les entrées sont utilisées au même instants que les sorties prédites. Le réseau de neurones est donc une fonction de filtrage adaptative.

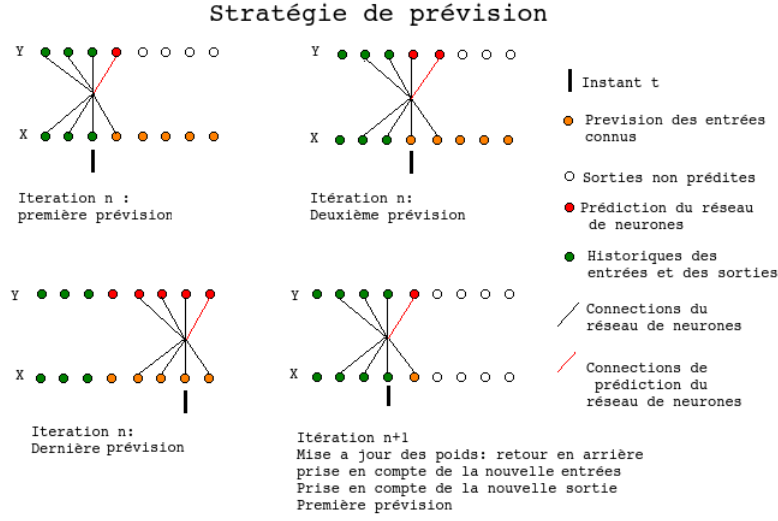


FIGURE 23 – Stratégie de prévisions

- Les neurones représentant les historiques d'entrées et sorties sont mis à jour en continu en utilisant les sorties prédites et les entrées considérées comme connues à horizon de 5 heures.
- Lors de l'acquisition d'une nouvelle donnée à l'instant  $t$ , les neurones d'entrées représentant l'historique des entrées et des sorties sont mise à jour à  $t - i$  avec  $i \in \{1, \dots, m\}$  pour les entrées et à  $t - j$  avec  $j \in \{1, \dots, n\}$  pour les sorties.
- En conclusion, à partir de l'acquisition d'une observation et à l'aide des entrées connues, on fait la prévision à l'horizon de 5 heures avec un pas de temps de 10 minutes.

### 3.3.2 Évaluation de la sortie

On rappelle que la tendance journalière a été extraite sur l'ensemble des données du réseau de neurones. Les entrées et les sorties ont été par la suite standardisées. La sortie calculée par le réseau est donc sans tendance et standardisée. La constante de standardisation est fixe, elle a été fixée en fonction des extremas du jeu de données. Cependant, en ce qui concerne la moyenne mobile de période  $p$  elle varie en fonction du temps, elle est donc nécessaire de l'estimer à l'instant  $t + 1$ . On la note  $\bar{y}_t$  et elle se définit comme suit :

$$\bar{y}_{t+1} = \frac{1}{p} \sum_{i=t+1-p}^{t+1} y_i = \frac{1}{p} (y_{t+1} - y_{t-p}) + \bar{y}_t \quad (14)$$

À l'instant  $t$ , on suppose connaître  $\bar{y}_t$ , ainsi que  $y_{t-p}$ . On sait par ailleurs que selon (eq :6), on peut écrire :

$$Y_{t+1} = \frac{y_{t+1} - \bar{y}_{t+1}}{Y_{max} - Y_{min}} \quad (15)$$

- $Y_{max}$  et  $Y_{min}$  sont les extremas de la série temporelle.
- $Y(t+1)$  est la valeur prédite via le réseau de neurones.

Si on considère  $Y_{t+1}$  comme connue, on peut alors estimer la valeur de la moyenne mobile à l'instant  $t+1$  et reconstruire alors la sortie initiale. L'expression de cette dernière se déduit comme suit en utilisant l'expression de la moyenne mobile (14) :

$$\begin{aligned} y_{t+1} &= Y_{t+1}(Y_{max} - Y_{min}) + \bar{y}_{t+1} \\ y_{t+1} &= Y_{t+1}(Y_{max} - Y_{min}) + \frac{1}{p}(y_{t+1} - y_{t-p}) + \bar{y}_t \end{aligned}$$

On obtient alors l'expression de l'estimation de la moyenne mobile prédite via le réseau de neurones et la sortie initiale :

$$y_{t+1} = \frac{p}{p-1} \left( Y(t+1)(Y_{max} - Y_{min}) - \frac{1}{p}(y_{t-p}) + \bar{y}_t \right) \quad (16)$$

$$\bar{y}_{t+1} = \frac{1}{p}y_{t+1} - \frac{1}{p}y_{t-p} \quad (17)$$

Cette méthode permet de déduire la sortie ainsi que la moyenne mobile en continue. On rappelle que, lorsque l'on fait l'acquisition du nouvelle valeur à l'instant  $t+1$ , la moyenne mobile est mise à jour à nouveau. En d'autres termes, pour un instant  $t$  donné, la moyenne mobile est actualisé le nombre de pas d'un horizon de 5 heures. Ex : horizon de 5 heures avec un pas de temps de 10 minutes

- Estimation de la moyenne 30 fois ( $30 = 5 * 60/10$ ).
- Mise à jour de l'estimation de la sortie 30 fois.

Les résultats présentés par la suite seront des extraits de la stratégie de prévision présentée précédemment.

## 4 Résultats et perspectives

### 4.1 Les résultats

Dans cette section, il sera présenté les résultats obtenus, ainsi que la méthode de détection de ruptures temporelles utilisée pour ajuster l'apprentissage au cours du temps. Au vue des résultats obtenus, il sera présenté aussi quelques algorithmes possibles pour pallier aux limites des résultats.

#### 4.1.1 Présentation des résultats

Les résultats présentés dans cette partie sont les sorties des différents réseaux de neurones appliqués aux différentes variables d'intérêt. La température intérieure, la température du ballon d'eau chaude sanitaire et la puissance de la pompe à chaleur sont les variables d'intérêt, elle sont prédites à l'aide des réseaux de neurones décrits précédemment en utilisant les données disponibles prédites elles aussi à l'horizon de 5 heures : Température extérieure, Température de consigne, fonctionnement PAC.

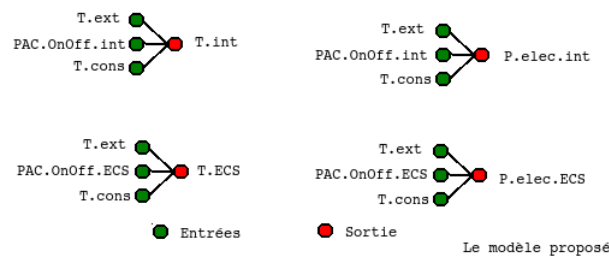


FIGURE 24 – Le modèle de réseaux de neurones

La puissance électrique de la PAC a été scindée en fonction des modes de fonctionnement de la pompe à chaleur de façon à avoir des résultats plus précis. L'idée étant d'avoir le moins de séries temporelles possible en entrée des différents réseaux de neurones. On rappelle que l'augmentation des paramètres d'un réseau de neurones provoque un temps de calculs beaucoup plus important et parfois des résultats moins précis.

La figure suivante est représentative des résultats obtenus sur la puissance électrique en mode chauffage :

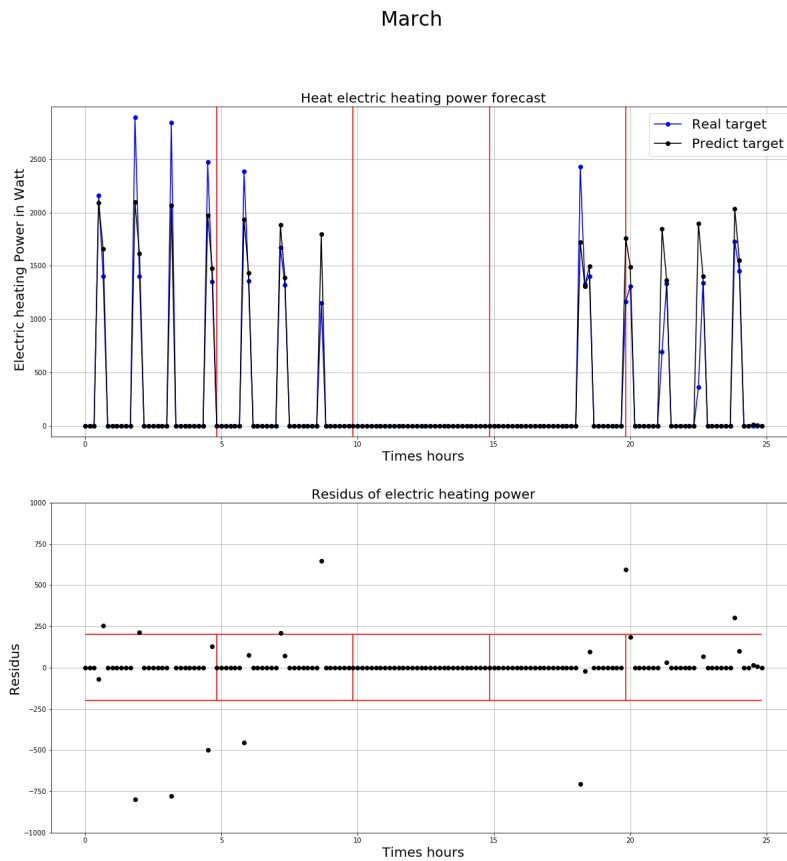


FIGURE 25 – Prévission de la puissance électrique de chauffage en Watt

- Les réseaux de neurones n'arrivent pas à appréhender les variations brusques de la puissance électrique.
- Les variations brusques dépendent de la fréquence du compresseur qui varie en fonction de la température intérieure.



La figure suivante est représentative des résultats obtenus pour la puissance électrique en mode eau chaude sanitaire :

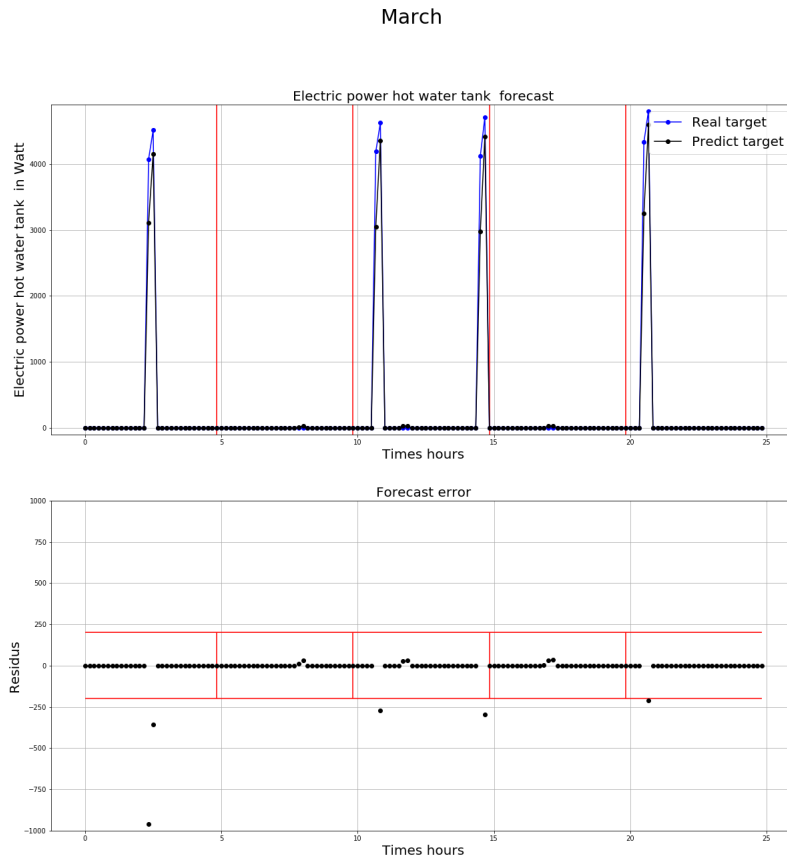


FIGURE 26 – Prévission journalière de puissance électrique ECS

- Le réseau de neurones n'arrive pas à appréhender les écarts en remontée dépendant de la température initiale du ballon d'eau chaude que l'on ne peut pas avoir à horizon de 5 heures.
- La prévision des extremas de puissance électrique dépendant exclusivement de la température extérieure est bonne.

Les résultats obtenus sur les puissances électriques ne sont pas assez précis pour être utilisés. Les résidus n'ont pas une variance constante (hypothèse d'hétéroscasticité). Les entrées du réseau de neurones n'arrivent pas à décrire toute la variabilité des sorties.

Afin de prédire la température d'eau chaude sanitaire, on utilise aussi un réseau de neurones récurrent NARX. Les résultats obtenus sont décrits par la figure suivante :

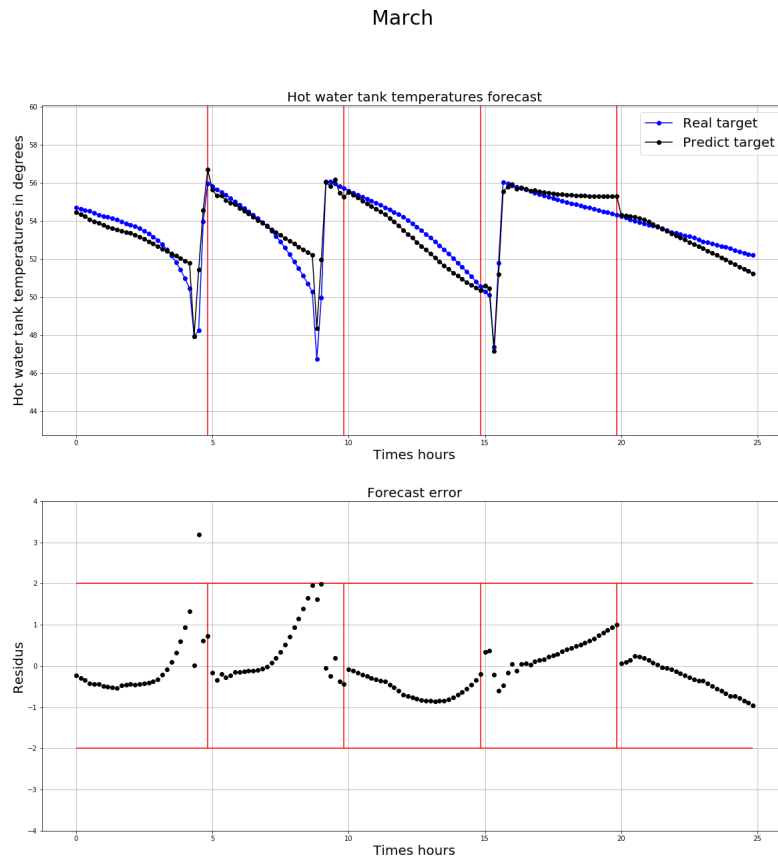


FIGURE 27 – Prédiction de la température d'eau chaude sanitaire

- Les résultats liés à la température du ballon d'eau chaude sont intéressants, néanmoins, ils ne sont pas utilisables pour la régulation de la pompe à chaleur.
- Le réseau n'arrive pas à appréhender le comportement irrégulier de l'utilisateur.
- Les soutirages sont prédits à l'aide du fonctionnement de la pompe à chaleur, paramètre que l'on est censé réguler à partir du réseau de neurones.

Le comportement de l'utilisateur n'est pas assez régulier pour en tirer des résultats précis. Il a été proposé un autre modèle de prévision plus simple pour prédire

cette série temporelle en perspectives. La figure suivante montre les prévisions journalières liées à la température intérieure sur un horizon de prévisions de 5 heures et un pas de temps de 10 minutes.

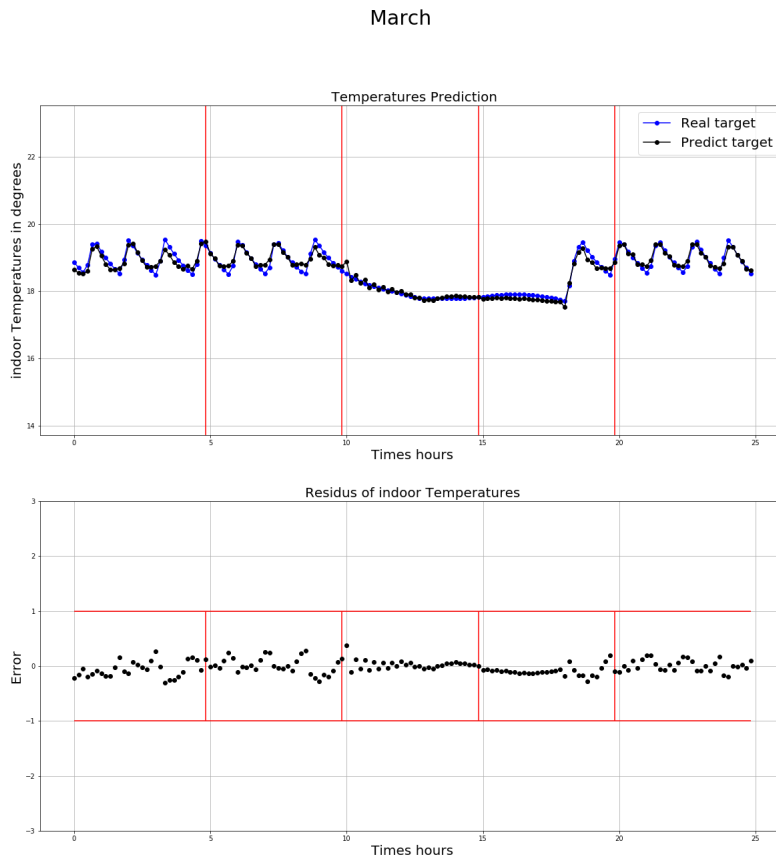


FIGURE 28 – Prédiction de la température intérieure en degrés

- Les résultats obtenus sur la température intérieure sont intéressants et peuvent être utilisés pour la régulation.
- On note toutefois que le rayonnement solaire entraîne des perturbations sur l'apprentissage en continu du réseau de neurones.

Le rayonnement solaire provoque une augmentation de la température intérieure de la maison qui ne peut pas être expliquée par les observations en entrée du réseau de neurones.

En effet, le rayonnement solaire n'implique pas forcément une hausse de la température extérieure. Ces variations sont donc imprévisibles.

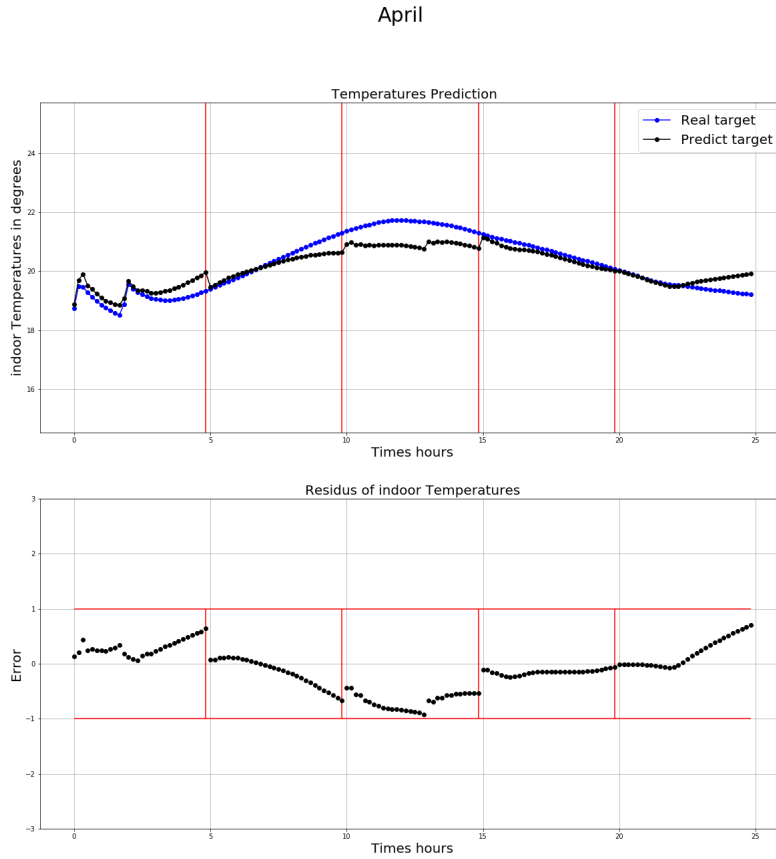


FIGURE 29 – Perturbation des résultats causée par le rayonnement solaire

Il serait intéressant de pouvoir ajuster l'apprentissage du réseau de neurones en fonction de l'apparition de ces phénomènes ou d'autres ruptures temporelles analogue.

#### 4.1.2 Analyse des résidus et limites du modèle

Dans le cas où le modèle proposé est adéquat à la modélisation de la variable d'intérêt, alors les résidus notés  $\epsilon_t$  suivent une loi normale de moyenne nulle notée  $\mathcal{N}(0, \sigma)$  et de variance à déterminer. Au vue de notre stratégie de prévision, nous

considérons les résidus sous la forme suivante :

$$\epsilon_t = \max_{t \in [1, N]} [y_t - f(X(t), y_{t-1}, W(t))]$$

où  $N$  est l'horizon de prévision fixé à 5 heures dans les résultats présentés. La figure suivante présente quelques résidus mensuels du modèle de prévision pour la température extérieure.

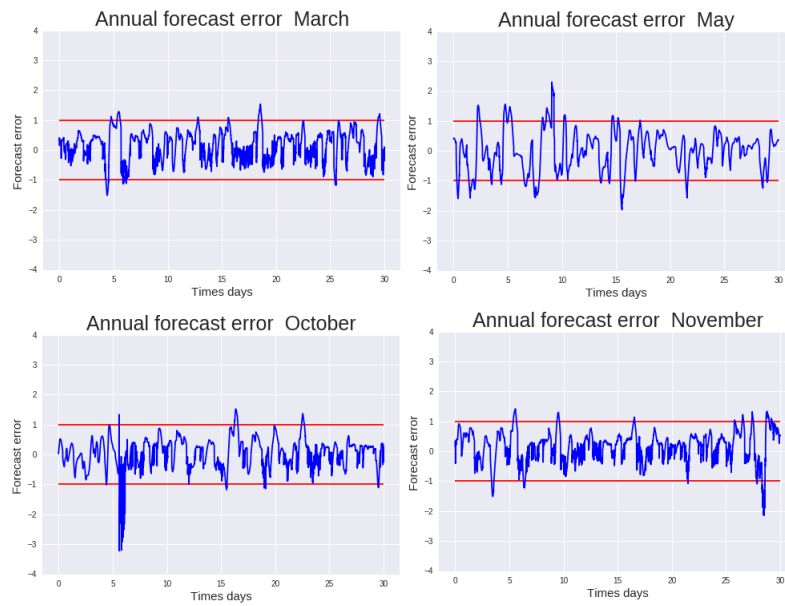


FIGURE 30 – Résidus mensuel du modèle prévision

- Le mois de mai est le mois le plus difficile à appréhender par le réseau de neurones à cause du rayonnement solaire.
- Au cours du mois d'octobre, il y a une rupture temporelle qui correspond au démarrage de la pompe à chaleur éteinte durant l'été.

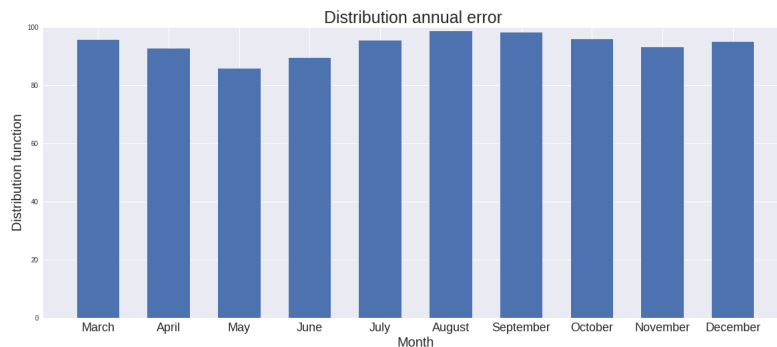


FIGURE 31 – Fonction de répartition mensuelle du modèle prévision

Cette figure est représentative des résultats obtenus sur l'ensemble de l'année en initialisant l'apprentissage du réseau de neurones sur les mois de janvier et février. Les histogrammes sont évalués selon la fonction de répartition du résidu avec un seuil égale à 1 sur un échantillon de 1000 exemples tirés aléatoirement.

On note qu'à l'aide de ce graphique, on remarque que les mois où les prévisions sont les plus mauvaises sont en mai ou novembre lors des mi-saisons. Ce phénomène s'explique par le rayonnement solaire qui perturbe le modèle. On vérifie par la suite l'hypothèse de normalité des erreurs dans le cas de la modélisation de la série temporelle intérieure.

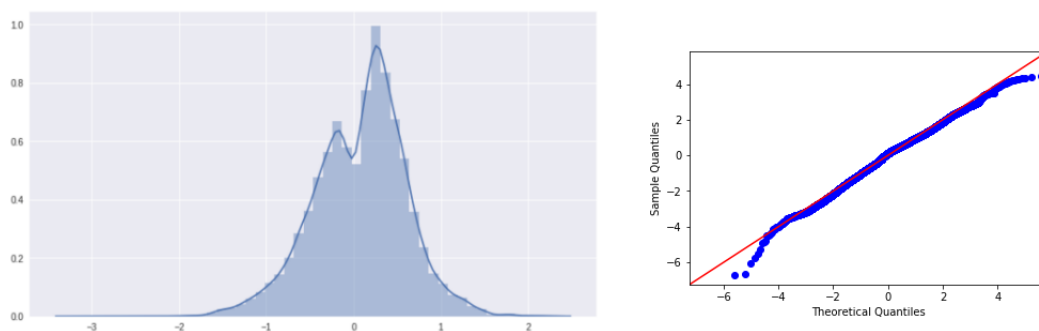
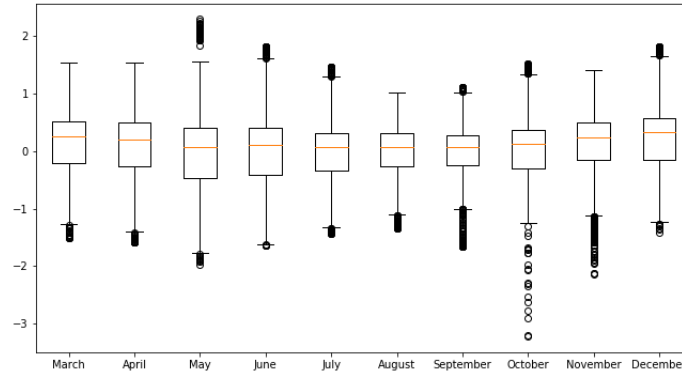


FIGURE 32 – Comparaison des quantiles des erreurs au quantile normale

- La série qui décrit les erreurs de modélisation suit donc une loi normale de paramètre à déterminer.
- On remarque sur la figure du qqplot que la série décrit des queues légères à droite et à gauche causées par des valeurs extrêmes.

- À l'aide de la seconde figure utilisant les histogrammes, on remarque que les erreurs ne sont pas totalement centrées, le modèle a tendance à plus sous-estimer la température intérieure.

Il est nécessaire d'estimer toutefois les paramètres de cette loi, on trace pour ce faire les boxplots des erreurs spécifiques à chaque mois.



- Les boxplots montrent que les erreurs ne sont pas totalement centrées et que la variance varie en fonction du mois de l'année.
- Les erreurs se situent globalement dans l'intervalle  $[-1.5, 1.5]$ .
- On considérera par la suite que la variance des erreurs est réduite et la moyenne est nulle.

#### 4.1.3 Détection de rupture temporelle

La connaissance de la loi de probabilité du résidu nous permet d'ajuster le modèle de prévision. L'idée serait d'essayer de détecter un changement de paramètres des résidus du modèle de prévision, de façon à pouvoir rapidement prendre en compte les ruptures de la série temporelle par les réseaux de neurones. On rappelle qu'une rupture temporelle est un changement dans les caractéristiques du signal. Dans le cas de la série temporelle de température intérieure, ces ruptures sont représentatives d'un changement dans le comportement de l'utilisateur, d'un changement de saison (hiver-été) ou de rayonnement solaire. De façon à détecter ces changements brusques, on utilise un rapport de vraisemblance généralisé sur les résidus. Le rapport de vraisemblance généralisé est une procédure de test séquentiel basé sur le modèle suivant :

$$\epsilon_t \sim \mathcal{N}(\mu_0, \sigma), \forall t > 0$$

$\mathcal{H}_0$  : Le modèle n'a pas de rupture

$\mathcal{H}_1$  : Le modèle a une rupture

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \sum_{t=1}^N \epsilon(t) > \frac{\sigma_0^2}{\hat{\mu}_1 - \mu_0} \ln(\lambda) + \frac{N(\mu_0 + \hat{\mu}_1)}{2} \\ \mathcal{H}_1 : \sum_{t=1}^N \epsilon(t) < \frac{\sigma_0^2}{\hat{\mu}_1 - \mu_0} \ln(\lambda) + \frac{N(\mu_0 + \hat{\mu}_1)}{2} \end{cases}$$

- $\lambda$  est un hyperparamètre correspondant au seuil de détection à fixer.
- $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \epsilon_i$  est l'estimation de la moyenne glissante du nouveau ensemble de données à évaluer.
- $\mu_0 = E[\epsilon] = 0$  On suppose que les résidus sont totalement centrés.
- $\sigma = 1$  On suppose que les résidus respectent l'hypothèse d'hétéroscadité et sont réduits.

La stratégie de décision est explicité en référence (ref :8). Lors de la détection d'une rupture, le réseau de neurones apprend plus longtemps l'ensemble de données via un paramètre d'apprentissage de façon à s'autoadapter avec le nouveau comportement de l'utilisateur.

## 4.2 Les perspectives

### 4.2.1 Estimation statistique de la température d'ECS

En perspective du stage, il serait intéressant de pouvoir prédire à l'horizon de 5 heures la température du ballon d'eau chaude sanitaire. Cette série temporelle a une période fondamentale journalière. Les soutirages qu'elles décrivent ne sont pas réguliers. Néanmoins, en considérant, un pas de temps plus large, de 30 minutes au moins, on peut arriver à prédire avec une marge d'erreur les températures ECS. En effet, l'utilisateur a un comportement différent en fonction des jours de la semaine.

Il serait intéressant de classifier les entrées dépendantes de la température ECS au préalable et de proposer un modèle de prévision sur chacune des classes. Parmi les entrées du modèle, il y aurait l'heure de la journée et le jour de la semaine ainsi que la température ECS obtenus au pas de temps précédents ou la veille.

Parmi la multitude des modèles existants, on a retenu le modèle des  $k$  plus proches voisins. Cette méthode consiste à chercher parmi un ensemble d'exemples les  $k$  exemples les plus proches des entrées. Les  $k$  exemples étant sélectionnés, il suffira de moyenner la sortie des exemples sélectionnés par l'algorithme. Cette méthode permet d'une part de classifier et d'autre part de prédire en utilisant une moyenne.



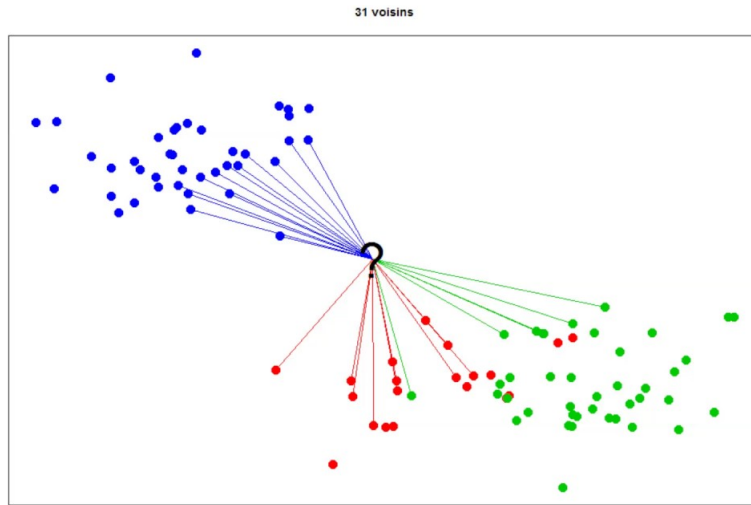


FIGURE 33 – Représentation de l’algorithme des k plus proches voisins

On pourra par la suite ajuster la moyenne en prenant plus ou moins d’exemples ou en pondérant la moyenne avec le décalage temporel entre les exemples sélectionnés et l’exemple à prédire. Cette méthode semble adaptée à notre problème.

#### 4.2.2 Stratégie de contrôle par apprentissage par renforcement

Considérons comme connue la température du ballon d’eau chaude ainsi que la température intérieure de la maison. On rappelle que la variable fonctionnement de la PAC est la variable que l’on veut pouvoir réguler en fonction des prévisions obtenues via les réseaux de neurones ou autres modèles de prévisions mises à jour.

L’idée serait donc d’évaluer le fonctionnement de la pompe à chaleur de façon la plus optimale possible via le modèle de prévision de façon à minimiser les inconforts des utilisateurs tout en maximisant les performances de la PAC.

En considérant un horizon de 5 heures, on peut interpréter le problème comme un arbre de décision avec les trois états possibles de la pompe à chaleur.

Arbre de décision pour la régulation

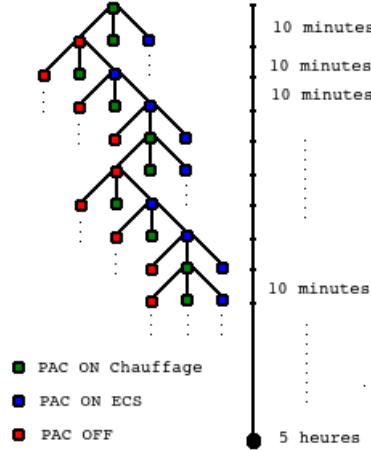


FIGURE 34 – Arbre de décision pour la régulation

Sur un horizon de 5 heures avec un pas de temps de 10 minutes, on a  $2^{30}$  possibilités de chemins possibles. Il s'agit ici de trouver le chemin le plus optimal de ce graphe. Il a été alors proposé d'utiliser un algorithme d'apprentissage par renforcement du type Monte-Carlo.

Ce dernier consiste à évaluer des trajectoires semi-aléatoires autour de la trajectoire de référence. La trajectoire de référence est par la suite aussi améliorée lentement.

- On considère une fonction objective notée  $Q$  que l'on doit optimiser.
- $r_1, r_2, \dots, r_T$  sont les récompenses obtenues après avoir choisi un état (PAC OFF, PAC ON ECS ...) noté  $s$  fixées en fonction de  $Q$ .
- Soit  $R_T = \sum_{t=1}^T r_t$  la somme des récompenses obtenues, jusqu'à l'instant  $T$
- On note  $\pi_0$  la politique initiale du fonctionnement de la pompe.

L'idée est de chercher une politique optimale  $\pi^*$  en interagissant avec l'environnement qui est notre modèle de prévision. Pour se faire, on simule des trajectoires résolvant le compromis exploration / exploitation.

Exploration : Acquisition de nouvelles connaissances.

Exploitation : Exploitation des connaissances acquises jusqu'ici.

Dans la littérature de nombreuses méthodes sont proposées pour simuler des trajectoires semi-aléatoires :

- Politique softmax :  
Au  $t^{ieme}$  essais , l'état  $s$  est choisie avec une probabilité définie par une distribution de bolzmann(ou Gibbs).
- Politique  $\epsilon - greedy$  :
  - Avec une probabilité de  $\epsilon$ , on choisit un état au hasard.
  - Avec une probabilité  $1 - \epsilon$ , on choisit un état de la politique initiale.

L'algorithme consiste à :

- Simuler des trajectoires semi-aléatoires selon les méthodes précédentes.
- Affecter une valeur à chacune de ces trajectoires en calculant :

$$V_{\pi}(s) = E[R_T] = \frac{R_T}{T}$$

- Choisir la trajectoire correspondant à  $max(V_{\pi}(s))$ .
- Extraire la nouvelle politique de cette trajectoire.

Dans notre cas,  $T$  doit être fixé à la période du processus qui est journalier. Un livre est proposé en référence (ref : 10) qui traite bien de ces types d'algorithmes (Monte carlo, Q-learning, différence temporelle, Processus de markov ...) d'intelligence artificielle.

## Conclusion

L'objectif de ce stage était d'optimiser un modèle de prévision de façon à pouvoir réguler par la suite une pompe à chaleur double service. Les modèles de prévision qui ont été proposés sont les réseaux de neurones en raison de leur capacité à prédire des modèles non linéaires avec peu de données.

Il a fallu tout d'abord analyser les caractéristiques de chacune des séries temporelles de façon à traiter les données en fonction de leurs caractéristiques.

Dans un deuxième temps, le modèle de prévision a été réimplémenté en implantant une stratégie de prévision qui lui est spécifique. Lors de cette phase, beaucoup de stratégies ont été évaluées de façon à optimiser le modèle.

Par la suite, les résultats des modèles ont été analysés dans le but de déceler les limites des prévisions obtenues.

Les erreurs ont été ensuite examinées pour autoadapter les réseaux de neurones en fonction des ruptures temporelles possibles décrites par les données.

Enfin, il a été proposé quelques méthodes en perspective pour pallier aux limites rencontrées sur les résultats.

En conclusion, mon stage m'a permis de mettre à profit mes capacités dans un cadre industriel sur un sujet très intéressant. J'ai de plus acquis de nouvelles compétences dans le domaine du Machine-learning et des statistiques.

## Références

- [1] ALBERTO T.CRUIZ 2014-2017 *Développement d'une méthode d'autoparamétrage auto adaptatif pour une pompe à chaleur en vue d'un fonctionnement optimisé*
- [2] Ademe 2012-2013 *[http ://multimedia.ademe.fr/catalogues/chiffres-cles-energie-climat-2012/data/catalogue.pdf](http://multimedia.ademe.fr/catalogues/chiffres-cles-energie-climat-2012/data/catalogue.pdf)*
- [3] Jerome Lacaille 2001 *Réseaux de neurones cours ENS de Cachan*
- [4] V.P. Plagianakos G.D. Magoulas M.N. Vrahatis *Learning rate adaptation in stochastic gradient descent*
- [5] Tom Schaul Sixin Zhang Yann LeCun 2013 *No More Pesky Learning Rates*
- [6] Katell Mellac 2013 *Méthodes d'analyse de données en régression non linéaire*
- [7] Gérard DREYFUS 2013 *Réseaux de neurones méthodologie et applications*
- [8] Catherine DOZ 2014 *Cours de séries temporelles linéaires ENSAE 2ème année Note sur les tests de racine unité*
- [9] Subodh Paudel Olivier Le Corre *Pseudo Dynamic Transitional Modeling of Building Heating Energy Demand Using Artificial Neural Network*
- [10] Groupe PDMIA 27 février 2008 *Processus Décisionnels de Markov en Intelligence Artificielle*