

**Margaux BRULIARD**

STAGE DE FIN D'ÉTUDES

---

## **ANALYSE A PRIORI DE MODÈLES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS ANSA**

---

**THALES**

**Tutrice académique:**  
Caroline JAPHET

**Tuteurs:**  
Bernard CECCHINI  
Jean-Paul MARTINAUD

Avril - Septembre 2019



THALES DMS

# Analyse a priori de modèles électromagnétiques dans ANSA

Margaux BRULIARD

Ce rapport présente les activités menées durant mon stage de fin d'études au sein du Service Modélisation-Simulation de THALES Defense Mission System France (THALES DMS France) dans le cadre de l'amélioration de la chaîne de calcul *Antenna Design*, un outil interne de simulation électromagnétique basée sur des méthodes d'éléments finis. Plus particulièrement, nous nous intéressons à l'aide à la construction de modèles électromagnétiques avec le logiciel de Conception Assistée par Ordinateur (CAO) *ANSA* ainsi que de leur maillage. Notre objectif principal est la sécurisation des dits maillages pour correspondre à la nomenclature de *Antenna Design* à l'aide de critères géométriques applicables sur les éléments du maillage. Ces critères sont vérifiés au travers de divers outils programmés en Python et disponibles pour l'ensemble des utilisateurs de la chaîne de calcul.



# REMERCIEMENTS

---

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué à la réussite de mon stage et qui m'ont aidée lors de la rédaction de ce rapport de stage.

Je voudrais tout d'abord remercier, mon tuteur de stage, M. Bernard CECCHINI, pour son accueil au sein de son équipe chez Thales, pour sa disponibilité et ses conseils, tout au long de ce stage.

Je souhaite aussi remercier tous les membres de l'équipe de Modélisation-Simulation dont M. Jean-Paul MARTINAUD, M. Samuel NOSAL, M. Nicolas SALLES et plus particulièrement M. Guillaume REILLE et M. Gilles SALIN, pour toutes ces parties de ping-pong endiablées durant les pauses de midi.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance aux autres personnes de l'open-space, pour avoir contribué à cette ambiance si agréable, qui m'a encouragé tout au long de mon stage.

Enfin, je souhaite remercier Mme. Caroline JAPHET, maître de conférence à l'Université Paris XIII, pour m'avoir encadré pendant ce stage et avoir fait le lien entre mon école et l'entreprise Thales.



# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>Table des matières</b>	<b>v</b>
<b>Table des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Un premier Exemple : Les Antennes Cornet</b>	<b>3</b>
1.1 Utilisation des antennes en technique radar . . . . .	3
1.2 Premier pas sur <i>ANSA</i> : Générer une antenne cornet . . . . .	5
1.2.1 Détermination des dimensions d'une antenne cornet optimum à partir des mesures de fréquences et de gain . . . . .	5
1.2.2 Générer une antenne en se basant sur des dimensions données . . . . .	8
<b>2 la Gestion des “SET” pour <i>ANSA</i></b>	<b>11</b>
2.1 Gestion des groupes d'éléments . . . . .	11
2.2 Séparation d'un Set en plusieurs sous-Sets d'éléments connexes . . . . .	12
<b>3 Sécurisation d'un maillage pour un modèle de calcul AD dans <i>ANSA</i></b>	<b>17</b>
3.1 Vérifications communes à l'ensemble des méthodes de calcul . . . . .	18
3.1.1 Identification des arêtes quadruples, quintuples, ... . . . . .	18
3.1.2 Vérification des longueurs d'arêtes . . . . .	19
3.1.3 Vérification des angles des éléments du maillage . . . . .	21
3.2 Les spécificités du modèle <i>Antenna Design</i> . . . . .	22
3.2.1 Etude des mailles quadrangulaires . . . . .	22
<b>4 Etude plus approfondie du maillage des PCC</b>	<b>25</b>
4.1 Vérification des “bonnes pratiques” de maillage des PCC . . . . .	25
4.1.1 connexité des mailles . . . . .	25
4.1.2 Planarité du PCC . . . . .	25
4.1.3 Mise en place d'un critère de maillage minimal d'un PCC . . . . .	26
4.1.4 Orientation des mailles des PCC . . . . .	28
4.2 Vers une automatisation de la gestion des PCC . . . . .	28
4.2.1 Détection des noeuds de frontière d'un PCC . . . . .	29
4.2.2 Une interface graphique “user friendly” pour l'automatisation des PCC . . . . .	33
<b>5 Sécurisation d'un maillage pour un modèle de calcul ADR1/ADR2 dans <i>ANSA</i></b>	<b>35</b>
5.1 Gestion des sets de noeuds de bord . . . . .	36
5.1.1 Une première approche avec ADR1 . . . . .	36
5.1.2 une utilisation plus générale avec ADR2 . . . . .	37
5.2 Détection automatique des noeuds de bord pour les méthodes ADR . . . . .	37

<b>6 Observation des Résultats et présentation des outils annexes</b>	<b>41</b>
6.1 Visualisation des résultats obtenus pour <i>checkMesh</i> , l'outil de vérification de maillage . . . . .	41
6.1.1 Interactions avec l'utilisateur . . . . .	41
6.1.2 Evolution des temps de calcul . . . . .	42
6.2 Présentation des outils annexes d'aide au diagnostique . . . . .	43
6.2.1 Evolution de la boîte d'outils . . . . .	44
6.2.2 Etude approfondie des longueurs d'arêtes avec l'outil <i>Stat Length Edges</i>	44
<b>Conclusion</b>	<b>47</b>
<b>A Chaîne de calcul pour la simulation d'une antenne</b>	<b>I</b>
<b>B Rappels d'électromagnétisme</b>	<b>III</b>
<b>C Rappels de géométrie</b>	<b>V</b>
<b>D Outils Mathématiques utilisés</b>	<b>IX</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>XIII</b>



# TABLE DES FIGURES

---

1.1	Exemple d'un cornet « Oritel » . . . . .	4
1.2	Schéma d'un radiateur d'ondes électromagnétiques - Antenne émettrice [2] . . .	5
1.3	Géométrie du cornet pyramidal : (a) vue en 3D ; coupes (b) dans le plan $xz$ (c) dans le plan $yz$ [3] . . . . .	6
1.4	Schéma d'une antenne cornet . . . . .	8
1.5	Construction automatique d'une antenne cornet à partir de ses dimensions . . .	9
1.6	Construction automatique d'une antenne cornet à l'aide des mesures de fréquences et de gain . . . . .	9
1.7	Antenne cornet pyramidale générée automatiquement depuis ANSA . . . . .	9
2.1	Evolution du temps de calcul de la connexité d'un set en fonction de son nombre d'éléments . . . . .	14
2.2	Comparaison des temps de calculs des deux algorithmes de connexité . . . . .	15
3.1	Vérifications à effectuer avant un export vers AD ou ADR1/ADR2 . . . . .	18
3.2	Interface graphique pour la vérification des longueurs d'arêtes set par set . . . .	20
3.3	Maille 'CQUAD4' quelconque . . . . .	21
3.4	Décomposition d'un quadrangle . . . . .	22
4.1	Modèles de PCC couramment observés . . . . .	26
4.2	Schématisation d'un PCC à l'extrémité d'un guide . . . . .	28
4.3	Illustration du changement de repère pour l'étude d'un PCC . . . . .	31
4.4	Action de <i>MakePCC</i> sur l'orientation des normales des éléments du maillage . .	33
5.1	Illustration de la méthode ADR1 pour un objet donné . . . . .	35
5.2	Illustration de la méthode ADR2 pour un objet donné. $v_1 = (x_1, 0, 0)$ et $v_2 = (x_2, y_2, 0)$ . . . . .	35
5.3	Représentation des noeuds de bord pour ADR, cas d'une plaque simple . . . . .	36
5.4	Interfaces graphiques pour la détection automatique des noeuds de bord (méthodes ADR) . . . . .	39
6.1	Interface Utilisateur pour le lancement de notre ensemble de tests . . . . .	41
6.2	Visualisation des mailles sources d'erreurs trouvées à l'aide de l'outil <i>checkMesh</i> .	42
6.3	Evolution du temps de calcul de <i>checkMesh</i> en fonction du nombre d'éléments du maillage . . . . .	43
6.4	Outils supplémentaires présents au début du projet . . . . .	44
6.5	Outils disponibles à la fin du projet . . . . .	44
6.6	Fenêtres interactives pour l'outil <i>StatMesh</i> . . . . .	45
A.1	"Workflow" de <i>Antenna Design</i> . . . . .	I

B.1	Spectre électromagnétique . . . . .	III
C.1	Illustration du théorème de Varignon . . . . .	VI
C.2	Triangle quelconque pour le Theorème d'Al-Kashi . . . . .	VI

# INTRODUCTION

---

Etudiante de la filière Mathématiques Appliquées et Calcul Scientifique (MACS) de l'école Sup Galilée depuis septembre 2016, il est à présent l'heure de conclure mon cursus d'ingénierie par un stage de fin d'études. Pour celui-ci j'ai été accueillie par l'entité Defense Mission Systems du groupe THALES (dit THALES DMS), d'Avril à Septembre 2019.

Cette section de THALES concentre en grande partie son travail sur l'apport de solutions en lien avec les systèmes électronique de combat aérien, la surveillance et la reconnaissance pour les forces aériennes et navales ; en particulier une large gamme de radars militaires sont conçus sur le site de Elancourt. Le service Simulations du département d'Ingénierie Matériel est chargé de concevoir et de développer des outils de simulations électromagnétiques efficaces pour divers services du groupe, et travaille notamment en étroite collaboration avec les autres services d'ingénierie radar, les principaux utilisateurs de leurs outils.

Au cours de ces dernières années, l'équipe du service Simulations, auquel j'ai été affectée, a développé son propre système de simulation électromagnétiques appelé *Antenna Design* (dit AD) basé sur la résolution des équations intégrales de Maxwell à l'aide de méthodes d'éléments finis. Afin de préparer les maillages des modèles de simulation, l'équipe a choisi d'utiliser le logiciel de Conception Assistée par Ordinateur (CAO) *ANSA* dont l'un des avantages consiste en sa capacité à pouvoir lancer des commandes en langage de programmation Python. Un ensemble d'outils permettent ensuite de relier les informations contenues dans le modèle de *ANSA* à *Antenna Design*.

Cependant, de par le nombre croissant d'utilisateurs de cette chaîne de calcul, la longueur du temps de formation aux calculs AD et le caractère fastidieux des commandes de lancement, l'équipe a décidé de réaliser une amélioration globale de la prise en main de la chaîne en proposant plusieurs interfaces graphiques qui rendront invisibles l'exécution de plusieurs programmes. Dans le même temps, il a été proposé de définir des outils supplémentaires dans *ANSA* permettant de sécuriser les maillages des modèles de calcul AD pour rendre ainsi plus accessible la construction de modèles pour *Antenna Design* ; c'est dans cette dernière optique que s'inscrit mon stage.

Nous étudierons tout d'abord les bases de la technique radar au travers de l'exemple de l'antenne cornet pyramidale et prendrons en main le logiciel *ANSA* au travers d'exemples simples, avant de nous concentrer sur la sécurisation des maillages de modèles pour *Antenna Design*. Notre objectif principal étant la simplification des outils ou des manipulations dans *ANSA* pour les utilisateurs, nous veillerons à proposer différents outils ou à améliorer l'efficacité de certains d'entre eux dans ce sens.



# CHAPITRE 1 :

## UN PREMIER EXEMPLE : LES ANTENNES CORNET

---

### 1.1 Utilisation des antennes en technique radar

L'antenne constitue une part essentielle du radar puisque c'est elle qui réalise des fonctions indispensables telles que

- le transfert de la puissance de signaux dans l'espace avec l'efficacité voulue selon la répartition nécessaire
- l'obtention du diagramme de rayonnement souhaité, généralement étroit de sorte d'obtenir la précision et la résolution demandée en azimut.
- la mise à jour de la position de la cible à la fréquence voulue.
- la mesure de sa direction de pointage avec une grande précision.

Les performances d'un radar dépendent donc de la surface ou de l'ouverture d'une antenne, ainsi que de la puissance moyenne émise. Les modifications apportées à une antenne vont alors impacter les performances du radar et du système émetteur/récepteur, c'est pourquoi la maîtrise de sa conception, et de la simulation de la propagation des ondes électromagnétiques demande une attention si particulière.

Un outil utilisé très couramment pour protéger les antennes de l'environnement extérieur est le radôme ; celui-ci représentant un "obstacle", il est généralement étudié dans le même temps que l'antenne radar afin de prendre en compte le rayonnement global du radôme issu des antennes.

**Définition 1.1** (Radôme). Un radôme est une structure imperméable, de forme plus ou moins sphérique, qui se met autour d'un radar pour le protéger des intempéries. Le nom est une contraction de radar et dôme. Divers matériaux peuvent être utilisés pour la construction mais ils ont en commun d'atténuer au minimum le signal émis et reçu par le radar.

Il existe des radômes rigides, le plus souvent faits en fibres de verre, et d'autres souples faits de tissus traités pour les rendre imperméables, par exemple au polytétrafluoroéthylène. Les radômes sont non seulement utilisés pour les radars au sol mais également sur les navires et les avions. Leur forme peut donc varier selon l'usage, en particulier sur les avions où ils doivent avoir une forme aérodynamique.

## Les antennes cornets pyramidales :

L'une des formes d'antennes les plus courante est l'antenne dite "en cornet" qui tire son nom de sa forme en cône ou en pyramide tronquée. Elles sont composées d'un guide faisant le lien entre la source et l'antenne (en forme de cornet de notre cas). Ce modèle est souvent considéré comme simple et très robuste, ce qui en fait un exemple très courant lors de tests en laboratoire.

Il est possible de réaliser des antennes cornet pour tout types de fréquences, même si leur utilisation principale se situe principalement en *hyperfréquence*<sup>1</sup>. Prenons l'exemple de la détection radar : le but est de "viser" une "cible" avec des impulsions électromagnétiques et de récupérer l'écho de l'objet. L'utilisation des hyperfréquences présente plusieurs avantages :

- *une meilleure précision* : Les hyperfréquences ayant une longueur d'ondes plus petites, le faisceau d'impulsions électromagnétiques est plus étroit, donc une meilleure directivité.
- *une large bande-passante* : au sein des hyperfréquences, on retrouve les micro-ondes qui ont une large bande passante ce qui permet de détecter de nombreux objets, même petits. En effet, les obstacles dans la direction du faisceau ne peuvent être détectés que si leurs dimensions sont de la même taille que leur longueur d'ondes.
- les micro-ondes sont également bien adaptées dans le canal fréquentiel aérien

*Remarque 1.1.* Pour toutes ces raisons, il est fréquent de retrouver des antennes cornet pour des transmissions aériennes et spatiales, de part leur légèreté et leur robustesse.

Nous retrouvons au sein de la famille des antennes cornet, l'antenne cornet pyramidale : celle-ci est composée

- d'une partie "raccord" entre le guide d'ondes et la source (interface entre 1 et 2 sur la figure 1.2). Dans la plupart des modèles que nous construisons pour la chaîne de calcul AD, nous construirons une interface pour "fermer" fictivement les guides d'ondes et ainsi représenter ce raccord ; nous nommons historiquement cette interface un PCC.
- du guide d'ondes (section 2 sur la figure 1.2) qui permet la transmission des ondes électromagnétiques vers le cornet
- du cornet qui permet la propagation directionnelle des ondes électromagnétiques (section 3 sur la figure 1.2).



FIGURE 1.1 – Exemple d'un cornet « Oritel »

*Dans la suite de ce projet, nous utiliserons comme exemple de base le cas d'une antenne cornet pyramidale en émission ou en réception, dont les dimensions sont :*

- *pour le guide d'ondes :  $15,8 \times 7,9 \times 100 \text{ mm}$*
- *pour le cornet :  $151,6 \times 124,7 \times 324 \text{ mm}$*

*soit une antenne pyramidale en bande Ku*

1. cf. Annexe B

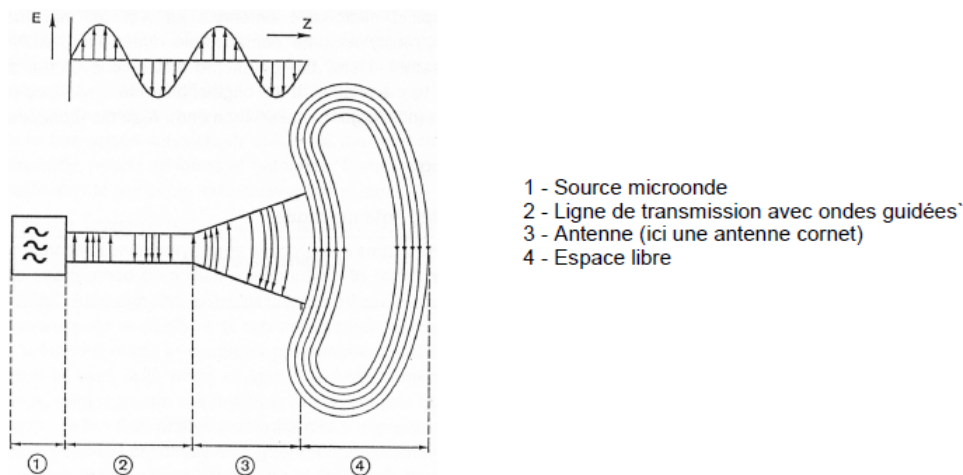


FIGURE 1.2 – Schéma d'un radiateur d'ondes électromagnétiques - Antenne émettrice [2]

## 1.2 Premier pas sur ANSA : Générer une antenne cornet

### 1.2.1 Détermination des dimensions d'une antenne cornet optimum à partir des mesures de fréquences et de gain

Nous avons appris que les dimensions d'une antenne cornet dépendent de l'utilisation que l'on souhaite en faire. Si nous voulons modéliser l'une de ces antennes dans le but d'une simulation électromagnétique, il est important que notre antenne réponde aux besoins physiques. Dans cette section, nous cherchons à résoudre la problématique suivante : *Comment déterminer les dimensions d'une antenne cornet optimale à partir de données de mesure ?*

Nous prenons en entrée les informations suivantes :

- $f_u$ , la fréquence d'utilisation (en GHz)
- $f_c$ , la fréquence de coupure dans le mode Transverse Electrique 10 (TE<sub>10</sub>) (en GHz)
- $D$  la directivité ou gain (en dB)

Dans la suite de cette section, nous nous baserons sur le cours *Antennes et Propagation Radio* de Dominic Grenier [3] et reprendrons ainsi sa notation.

Commençons par déterminer les dimensions de notre guide d'ondes : ceux-ci sont standard dans le commerce et vont dépendre des fréquences d'utilisation et de coupure  $f_u$  et  $f_c$ . En nous appuyant sur une liste exhaustive des guides d'ondes du commerce, nous sommes alors en mesure de déterminer quel type de guide utiliser en nous basant sur les valeurs de  $f_c$  et  $f_u$ .

Bande	$f_u$ (GHz)	$f_c$ (GHz)	Dimensions a x b (mm)	Standard RCSC
L	1,12 à 1,7	0.908	165,1 x 82,5	WG6
...	...	...	...	...
X	8,2 à 12.4	6.557	22,86 x 10,16	WG16

TABLE 1.1 – Divers guides d'ondes et leurs dimensions

De plus, comme le principe du guide d'ondes est de transmettre le courant électromagnétique de la source au cornet, la profondeur de celui-ci n'importe pas. Nous choisissons alors une longueur arbitraire pour la profondeur du guide.

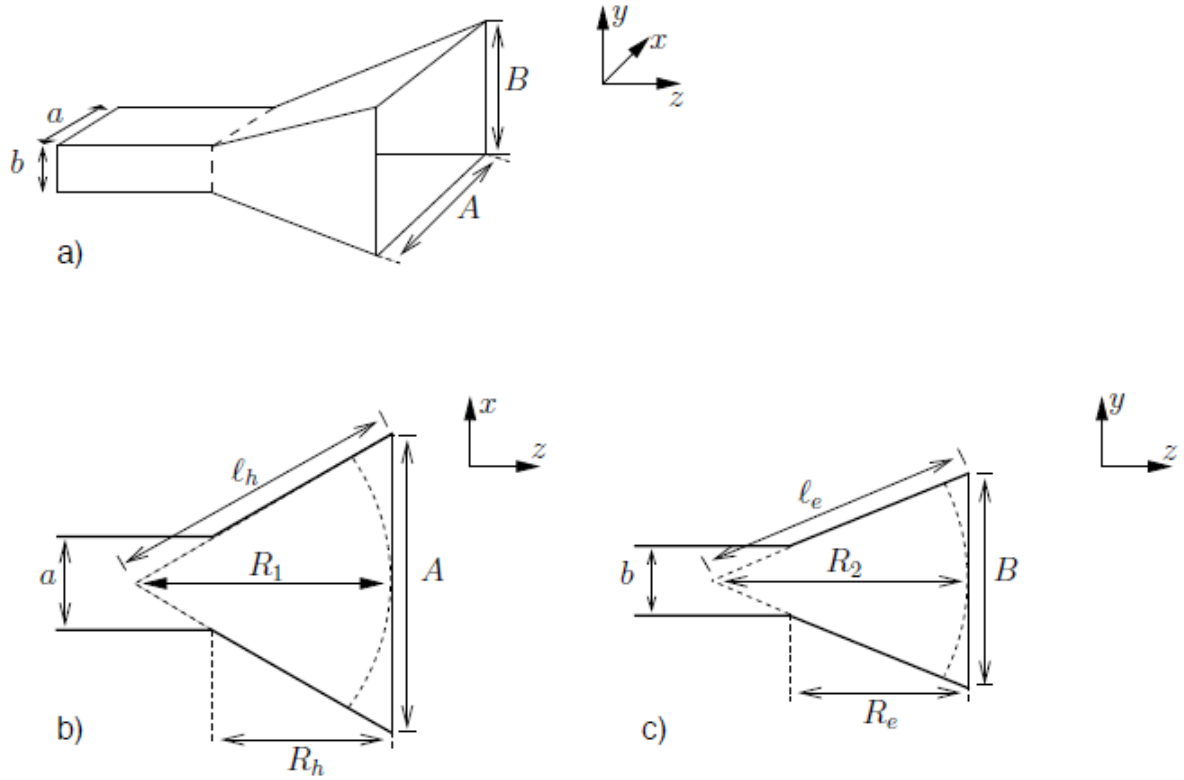


FIGURE 1.3 – Géométrie du cornet pyramidal : (a) vue en 3D ; coupes (b) dans le plan  $xz$  (c) dans le plan  $yz$  [3]

Penchons nous à présent sur les dimensions du cornet : nous cherchons à déterminer  $A, B, R_{opt}$  où  $R_{opt} = R_e = R_h$  dans ce cas particulier.

Or en utilisant le théorème de Thalès, nous déduisons de la figure 1.3 (b) que :

$$\begin{aligned} \frac{R_1 - R_h}{R_1} &= \frac{\frac{a}{2}}{\frac{A}{2}} \\ \Leftrightarrow -R_h &= -R_1 + \frac{a}{A}R_1 \\ \Leftrightarrow R_h &= \frac{A - a}{A}R_1 \end{aligned}$$

et de la même façon, on obtient de la figure 1.3 (c) que :

$$R_e = \frac{B - b}{B}R_2 \quad (1.1)$$

D'autre part, nous connaissons une formule explicite permettant d'exprimer  $R_{opt}$  en fonction de  $A, B, a, b$  et de  $\lambda^2$  la longueur d'ondes associée à  $f_u$  :

$$R_{opt} = \frac{B - b}{2\lambda}B \quad R_{opt} = \frac{A - a}{3\lambda}A \quad (1.2)$$

---

2. cf : Annexe B



d'où :

$$\begin{aligned}
\frac{B-b}{2\lambda}B &= \frac{A-a}{3\lambda}A \\
\iff B(B-b) &= \frac{2}{3}A(A-a) \\
\iff B^2 - bB &= \frac{2}{3}A(A-a) \\
\iff B^2 - bB - \frac{2}{3}A(A-a) &= 0
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Il est alors possible d'exprimer l'équation (1.3) uniquement en fonction de  $A$  en utilisant la définition de la directivité. la directivité  $D$  exprimée en dB peut être linéarisée, et devient alors  $d$  en dBi à l'aide de 1.4 :

$$D = 10 \log_{10}(d) \tag{1.4}$$

et la définition de  $d$  est donnée comme :

$$d = \frac{4\pi}{\lambda^2} \epsilon_r AB \tag{1.5}$$

avec  $\epsilon_r$  le rendement de l'antenne. Comme nous nous plaçons dans le cas optimal, nous assumons que  $\epsilon_r = 0,51$  et nous déduisons l'expression de  $B$  :

$$\begin{aligned}
(1.5) \iff d &= \frac{4\pi}{\lambda^2} \epsilon_r AB \\
\iff B &= \frac{d\lambda^2}{4\pi\epsilon_r A}
\end{aligned}$$

L'équation (1.3) devient alors :

$$\begin{aligned}
(1.3) \iff & \left(\frac{d\lambda^2}{4\pi\epsilon_r A}\right)^2 - b\frac{d\lambda^2}{4\pi\epsilon_r A} - \frac{2}{3}A(A-a) = 0 \\
\iff & -\frac{2}{3}A^2 + \frac{2}{3}aA - b\frac{d\lambda^2}{4\pi\epsilon_r A} + \frac{d^2\lambda^4}{16\pi^2\epsilon_r^2 A^2} = 0 \\
\iff & -\frac{2}{3}A^4 + \frac{2}{3}aA^3 - b\frac{d\lambda^2}{4\pi\epsilon_r}A + \frac{d^2\lambda^4}{16\pi^2\epsilon_r^2} = 0 \\
(1.3) \iff & A^4 - aA^3 - \frac{3}{2}b\frac{d\lambda^2}{4\pi\epsilon_r}A - \frac{3}{2}\frac{d^2\lambda^4}{16\pi^2\epsilon_r^2} = 0
\end{aligned} \tag{1.6}$$

*Remarque 1.2.* Dans le cas de l'antenne cornet optimale, on sait que  $\epsilon_r = 0.51$ . [3]

En résolvant par une méthode de Newton (1.6), et en appliquant sa solution dans (1.5), nous obtenons finalement un couple de solution  $(A, B)$ , et nous en déduisons la valeur de  $R_{opt}$  issue de (1.2) :

$$R_{opt} = \frac{1}{2} \left( \frac{B-b}{2\lambda}B + \frac{A-a}{3\lambda}A \right) \tag{1.7}$$

et les valeurs de  $R_1, R_2$  :

$$R_1 = \frac{A}{A-a} R_{opt}$$

$$R_2 = \frac{B}{B-b} R_{opt}$$

### Choix arbitraire de la profondeur du guide d'ondes

Comme nous l'avons explicité, ci-dessus la profondeur  $p_g$  du guide d'ondes n'influe pas sur les informations électromagnétiques. Cependant, cette information est importante lors de la modélisation de notre objet, c'est pourquoi nous choisissons ici une valeur arbitraire que nous définissons comme :

$$p_g = 2 \max(R_1 - R_{opt}; R_2 - R_{opt}) \quad (1.8)$$

#### 1.2.2 Générer une antenne en se basant sur des dimensions données

L'antenne cornet pyramidale étant un modèle d'antenne très répandu, une idée de familiarisation avec le logiciel ANSA et son système de scripts Python additionnels, a été de définir une méthode de construction automatique d'une antenne cornet pyramidale en demandant uniquement à l'utilisateur les dimensions qu'il souhaite lui donner.

Les données prises en compte sont ici :

- le centre de la face PCC<sup>3</sup>
- les dimensions du guide (largeur, hauteur, profondeur)
- les dimensions du cornet (largeur, hauteur, profondeur)
- l'axe directionnel dans un repère cartésien ( $O_x, O_y, O_z$ ) : axe selon lequel le cornet s'ouvre

On considère alors que la profondeur suit l'axe directionnel donné, tandis que la largeur et la hauteur forment le plan orthogonal de la profondeur. Par exemple, si l'on considère  $O_x$  comme l'axe directionnel du cornet, alors la hauteur suit  $O_y$  et la largeur  $O_z$

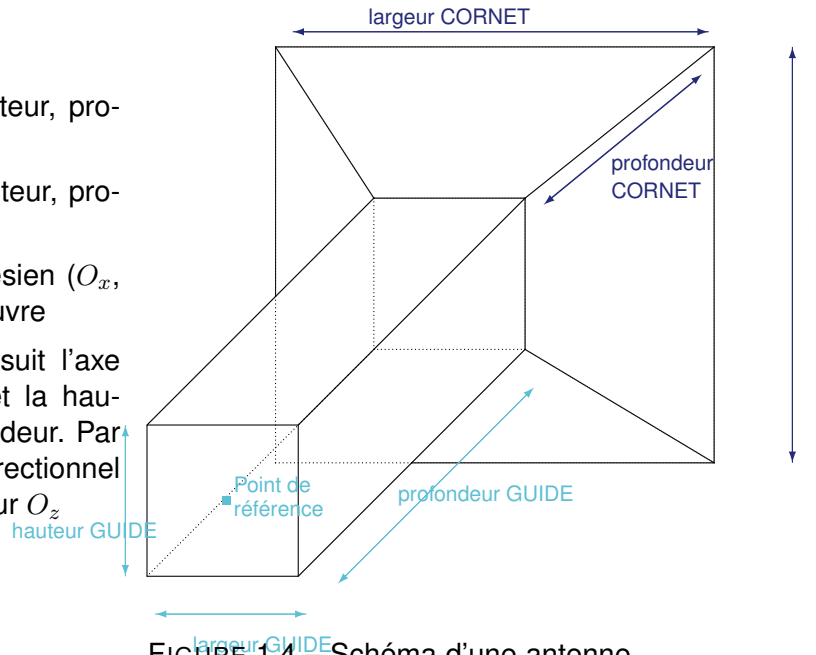


FIGURE 1.4 – Schéma d'une antenne cornet

3. l'interface "fictive" entre la source et le guide d'ondes

## Mise en place d'une Interface graphique

Nous utilisons une Interface Homme-Machine (IHM) pour interagir avec l'utilisateur et lui permettre d'entrer les paramètres nécessaires pour la construction de son antenne, que ce soient les dimensions de celle-ci (figure 1.5) ou à partir de données de mesures collectées telles que la ou les fréquences d'utilisation ainsi que le gain que l'on souhaite obtenir (figure 1.6)

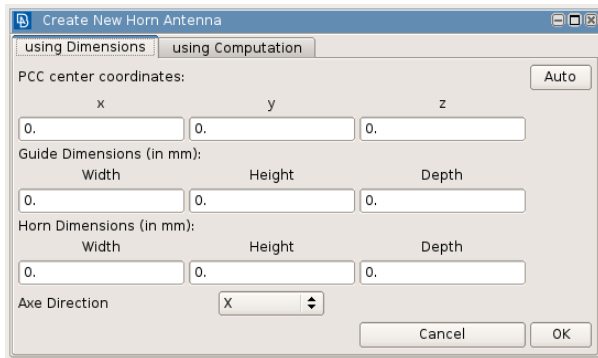


FIGURE 1.5 – Construction automatique d'une antenne cornet à partir de ses dimensions

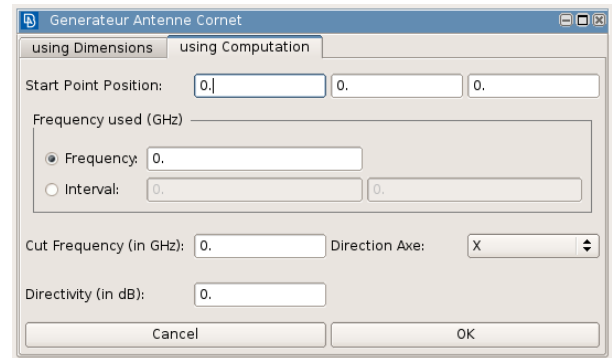


FIGURE 1.6 – Construction automatique d'une antenne cornet à l'aide des mesures de fréquences et de gain

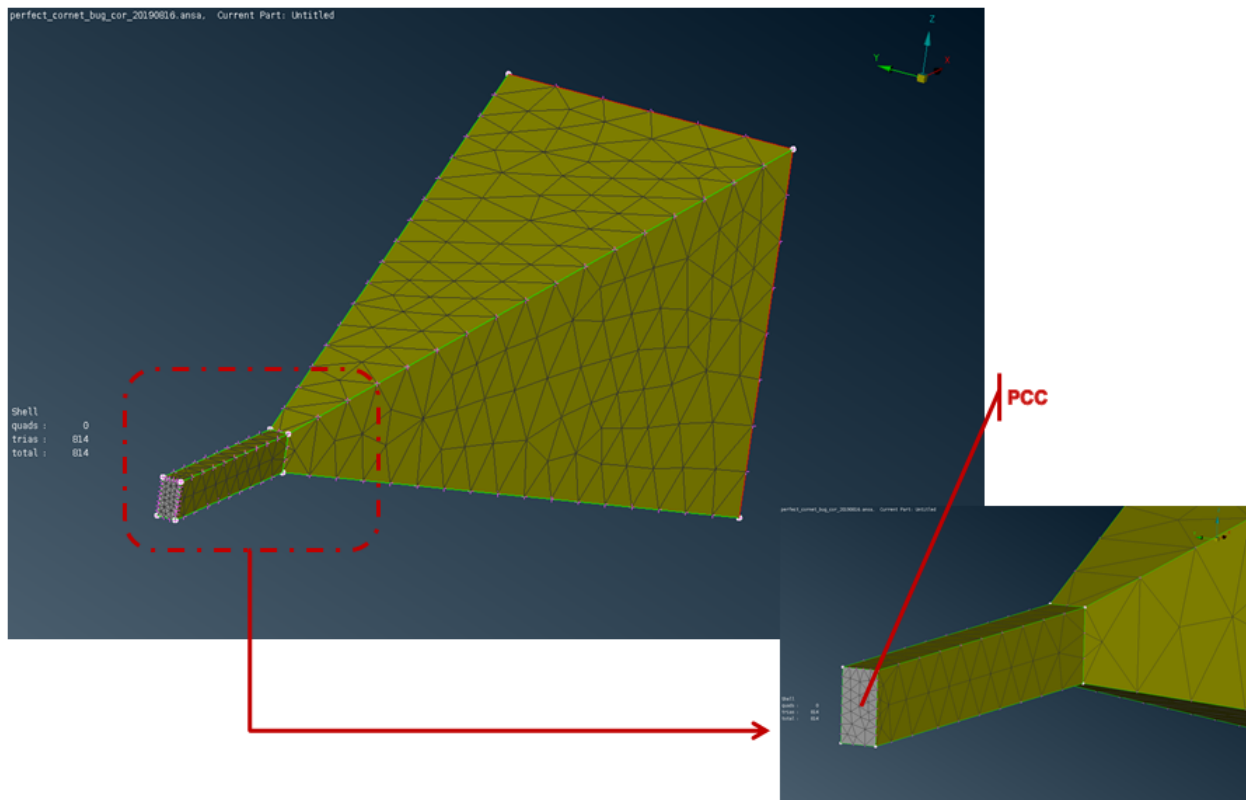


FIGURE 1.7 – Antenne cornet pyramidale générée automatiquement depuis ANSA



## CHAPITRE 2:

# LA GESTION DES “SET” POUR ANSA

---

Commençons par présenter *ANSA* plus précisément : nous avons vu qu’il s’agissait d’un logiciel de modélisation d’objets en 3D, mais il remplit également la fonction de mailleur ; l’utilisateur peut créer, visualiser et modifier le maillage de son modèle 3D de façon transparente. Comme nous l’avons expliqué précédemment, nous nous imposons ici de ne travailler que sur des maillages surfaciques, aussi nous maillons exclusivement les interfaces des objets, auxquelles nous imposerons certaines conditions. Il est possible dans *ANSA* de construire des groupes d’éléments et de noeuds de maillage appelés “Sets”, pour définir des conditions limites ou des propriétés particulières de certaines parties du maillage comme les matériaux constituant l’objet étudié. Ces ‘Sets’ seront ensuite utilisés plusieurs fois dans la chaîne de calcul AD et joueront un rôle prépondérant dans la simulation de nos objets.

De par le nombre croissant d’utilisateurs de *Antenna Design*, le respect d’une dénomination commune des noms de ‘Sets’ est devenue essentielle, ne serait-ce que pour leur appel dans les autres outils de la chaîne de calcul. Notre idée est donc de générer les noms des “sets” automatiquement, en nous basant principalement sur le type de représentation du “set”.

### 2.1 Gestion des groupes d’éléments

#### Création d’une nomenclature des noms de “Set”

Nous commençons par définir plusieurs mots clés, récurrents dans les modèles utilisés par *Antenna Design*, et représentant les différents “morceaux” qui composent nos objets :

- *METAL* : partie du modèle qui s’avère être une couche métallique
- *PCC* : les PCC sont les sources permettant d’émettre ou de recevoir les ondes
- *PME* : Plaque Mince Electrique
- ...
- *PEC* : Parfaitement Electrique Conducteur
- *IMPEDANCE* : les impédances surfaciques s’appliquant sur le modèle
- *DOMAIN* : nom générique désignant tous les domaines diélectriques (mousses, colles, téflon, ...)

et nous appelons ces mots clés les “types” de Sets. De cette façon, nous considérons la nomenclature suivante, comme la nomenclature par défaut de l’ensemble des sets de *ANSA* :

<TYPE de Set>#<Numero TYPE Set>\_[<Tag>]

où <Numero TYPE Set> est l'indice du set parmi tous ceux ayant le même "type" et <Tag> est un nom optionnel que l'on peut donner au set, par exemple pour donner une indication sur le matériau utilisé (téflon, mousse, ...).

L'utilisation de cette nomenclature permet alors aux utilisateurs de gagner un temps précieux lors du paramétrage de AD car ces types sont reconnus par la plupart des outils de la chaîne de calcul tels que *GenBas* et évitent ainsi les erreurs d'entrée de données qui se répercutent plus tard dans les calculs.

#### **Informations contenues dans les Sets**

*Dans un souci de compatibilité des différents types de fichiers acceptés par ANSA, nous n'acceptons de stocker dans les sets que les éléments et les noeuds de maillage. Il est donc important que l'ensemble des outils développés pour améliorer l'efficacité des utilisateurs dans ANSA (et présentés ici) s'appuient uniquement sur ces objets*

## **2.2 Séparation d'un Set en plusieurs sous-Sets d'éléments connexes**

Il est courant de rencontrer au sein d'un même modèle plusieurs zones distinctes ayant les mêmes caractéristiques : ces zones de maillage seront alors contenues dans le même set puisque celui représente les caractéristiques physiques. C'est notamment le cas des PCC dans un réseau d'antennes : l'ensemble des guides du réseau sont rattachés à la même source ce qui implique des caractéristiques identiques pour les PCC. Si la construction d'un nouveau set par PCC peut rapidement se révéler fastidieuse et répétitive pour l'utilisateur, une solution est d'être capable de retrouver ces groupes de mailles connexes à la fin de la modélisation et stocker chacun d'entre eux dans un set spécifique que nous appellerons sous-set. Nous adaptons alors la nomenclature présentée ci-dessus :

<TYPE de Set>#<Numero TYPE Set>.<Numero Sous Set>\_[<Tag>]

où <Numero Sous-Set> est l'indice du sous-Set parmi les fils d'un set donné. Il est à noter que cette modification entraîne la suppression du set parent pour éviter tout doublon lors des calculs.

### **Détermination des groupes connexes d'éléments au sein d'un set**

Sachant que nous n'avons accès qu'aux noeuds et aux éléments du maillage dans les sets, il est nécessaire de reconstruire les informations sur les arêtes de chaque set, à savoir leur longueur et les éléments liés à chaque arête<sup>1</sup>. Dans ce but, nous utilisons l'algorithme suivant, pour déterminer les ensembles d'éléments connexes au sein d'un set donné :

---

1. La récupération des informations des arêtes est expliquée plus en détails dans le chapitre 3

---

**Algorithm 1** GroupsConnexInSet(*s*)

---

**Require:**     • *s* un set de ANSA

```
■ on détermine l'ensemble des arêtes présentes dans le set s. On note cette liste list_edges.
■ on définit set_edges un dictionnaire Python, contenant les éléments associés à une arête donnée
■ list_groups = [] # la liste des groupes d'éléments connexes
for ed in list_edges do
    ■ new_group = connexShellsByEdge(ed, set_edges, list_edges)
    ■ on ajoute new_group à list_groups
end for
return list_groups
```

---

---

**Algorithm 2** *connexShellsByEdge*(*ed*, *set\_edges*, *list\_edges*)

---

**Require:**     • *ed* l'arête que l'on étudie

```
• set_edges le dictionnaire des arêtes, contenant les éléments associés à chaque arête
• list_edges la liste des arêtes que l'on étudie
■ group = [el1, ..., eln] où el1, ..., eln sont les éléments associés à ed
■ suppression de ed dans list_edges
for elt in group do
    ■ elt_edges = [el1, ..., elm] est la liste des éléments associés à l'arête a.
    for i in {1, ..., m} do
        if elt_edges[i] in list_edges then
            ■ fusion(group, connexShellsByEdge(elt_edges[i], set_edges, list_edges))
        end if
    end for
end for
return group
```

---

**Etude des temps de calcul :**

Observons le temps de calcul pour la réalisation de cet algorithme : nous utiliserons ici le modèle simple d'une antenne cornet pyramidale composée d'un set PCC composé d'éléments connexes que nous étudierons et d'un set METAL .

<b>Nombre d'éléments</b>	104	6320	10022	14726	29367	45405	68969	117431
<b>Temps de calcul (s)</b>	0, 01	1,90	4,14	8,31	25,89	71,87	140,72	407.16

TABLE 2.1 – Temps de calcul observé pour le test de la connexité d'un set d'éléments connexes

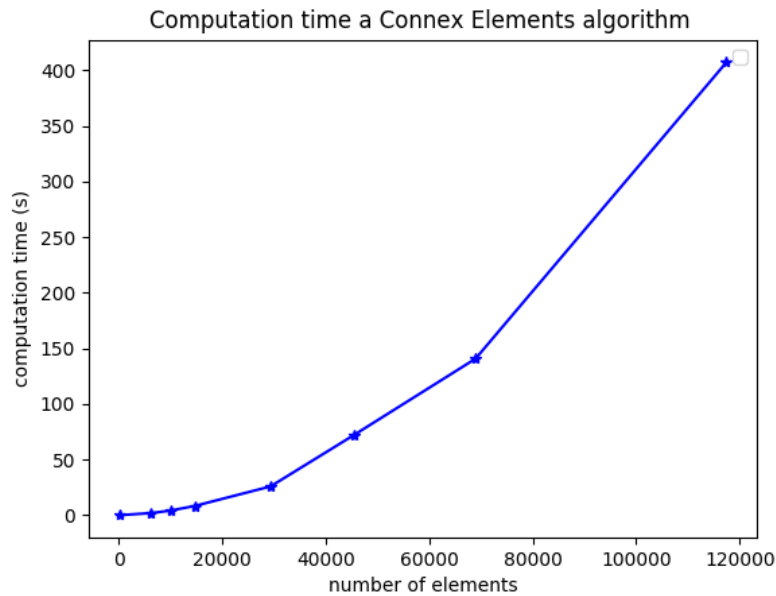


FIGURE 2.1 – Evolution du temps de calcul de la connexité d'un set en fonction de son nombre d'éléments

En observant les résultats ci-dessus, nous constatons que ce type d'opération peut se révéler coûteux en terme de temps de calcul. Or, sachant que nous allons potentiellement appeler plusieurs fois cette méthode, il devient indispensable de trouver un moyen d'accélérer ce temps de calcul pour améliorer l'efficacité du traitement des sets. Nous présentons ci-dessous un nouvel algorithme, dont le principal avantage est la construction d'une liste chaînée représentant un groupe connexe : de cette manière, la "propagation" des éléments de proche en proche est améliorée, ce qui accélère le temps d'exécution de l'algorithme.

Nombre d'éléments	104	6320	10022	14726	29367	45405	68969	117431
Temps de calcul (s)	0,02	1,33	2,24	3,47	8,82	13,30	27,88	56,21

TABLE 2.2 – Observation du temps de calcul pour le test optimisé de la connexité d'un set

ce qui nous donne la figure 2.2, sur laquelle nous constatons une nette diminution du temps de calcul pour l'étude de sets de plusieurs dizaines de milliers d'éléments. En conséquence, c'est sur ce dernier que nous nous appuierons lorsque nous chercherons à déterminer la connexité d'un set dans la suite de nos calculs.



---

**Algorithm 3** createConnexGrousp( $s$ )

---

**Require:**     •  $s$  le ou les SET de ANSA à étudier

- $edges \leftarrow$  construction du dictionnaire des arêtes associé à  $s$
- $shells \leftarrow$  récupération de la liste de tous les élément de  $s$
- $n \leftarrow$  longueur de  $shells$
- $groups \leftarrow$  liste des groupes connexes initialisée vide

**while**  $n > 0$  **do**

- $current \leftarrow$  liste des éléments connexes
- ajout de  $shells_0$  le premier élément de la liste  $shells$  dans  $current$

**for**  $elt$  in  $current$  **do**

- $eds$  liste des arêtes de  $elts$
- $next\_elt \leftarrow list()$  liste vide des éléments liés à  $elt$  par les arêtes
- for**  $ed$  in  $eds$  **do**

  - $elts\_ed$  les éléments liés à l'arête  $ed$
  - ajout de  $elts\_ed$  dans  $next\_elt$  en supprimant les doublons

- end for**
- $current \leftarrow current + next\_elt$

**end for**

- ajout de  $current$  dans  $groups$

**end while**

**return**  $groups$

---

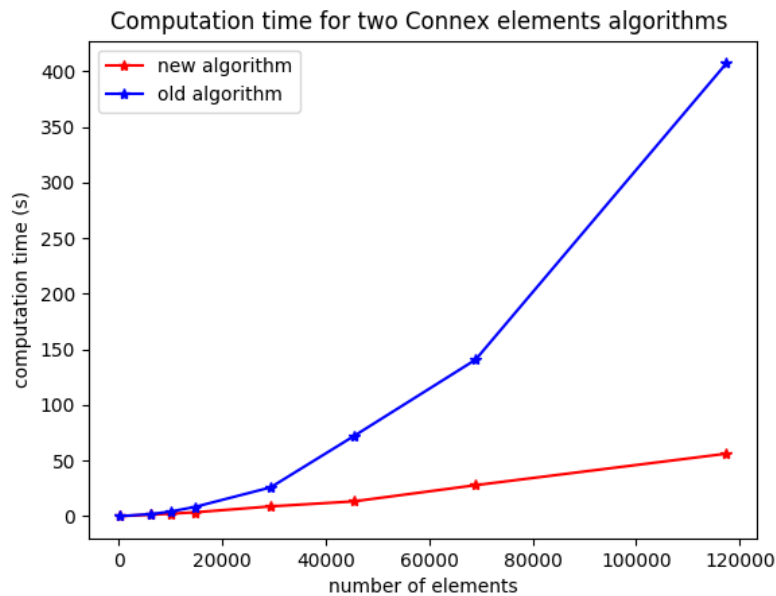


FIGURE 2.2 – Comparaison des temps de calculs des deux algorithmes de connexité

### Tri des sous-sets obtenus

Une fois notre set découpé en plusieurs sous-sets, il nous faut leur donner un numéro de sous-set pour correspondre à la nomenclature que nous nous sommes fixés. Si il est tout à fait possible de numéroter selon leur ordre de détermination, nous pouvons aussi utiliser un

système de numérotation légèrement plus sophistiqué ; nous pourrions par exemple utiliser les numéros de sous-sets comme indicateurs de la position des groupes éléments connexes au sein du modèle, ce qui permettrait une recherche d'un sous-Set spécifique plus rapide. C'est cette idée que nous avons choisie de mettre en place en triant chaque sous-set en nous basant sur les coordonnées de leur barycentre.

Considérons  $e_1, \dots, e_m$  un groupe connexe d'éléments triangulaires et/ou quadrangulaires. On définit les points  $G_1, \dots, G_m$  barycentres respectifs des éléments  $e_1, \dots, e_m$  en utilisant les théorèmes de l'isobarycentre dans un triangle et de Varignon<sup>2</sup>. On appelle alors barycentre du groupe d'éléments G, le barycentre des barycentres  $G_i$  pondérés par l'aire  $a_i$  de  $e_i$ .

En obtenant les coordonnées du barycentre G de chaque sous-Set,

$$\begin{cases} OG_x &= \frac{1}{\sum_{i=1}^m a_i} (\sum_{i=1}^m a_i (OG_i)_x) \\ OG_y &= \frac{1}{\sum_{i=1}^m a_i} (\sum_{i=1}^m a_i (OG_i)_y) \\ OG_z &= \frac{1}{\sum_{i=1}^m a_i} (\sum_{i=1}^m a_i (OG_i)_z) \end{cases} \quad (2.1)$$

nous choisissons de trier les sous-Sets selon l'ordre croissant de leurs coordonnées dans le repère cartésien  $(O, O_x, O_y, O_z)$ .

---

2. cf Annexe C

## CHAPITRE 3:

# SÉCURISATION D'UN MAILLAGE POUR UN MODÈLE DE CALCUL AD DANS ANSA

---

La chaîne de calcul de Antenna Design (dite chaîne AD) est composée d'un ensemble d'outils permettant de préparer les simulations numériques liées aux antennes qui sont effectuées par le logiciel de calcul Antenna Design. Celui-ci est un solveur basé sur la méthode des éléments finis pour les équations intégrales de Maxwell. Dans l'idée d'une sécurisation des maillages réalisés dans ANSA avant son export vers les outils de calculs de la chaîne, nous effectuons une série de tests sur un maillage donné, afin de réduire au maximum le nombre d'erreurs sur le dit maillage et ainsi éviter les "allers-retours" entre les outils de calculs et ANSA.

*Remarque 3.1.* Le logiciel AD possède plusieurs méthodes de calcul :

- la méthode de calcul *Antenna Design* que l'on peut considérer comme méthode par défaut.
- les méthodes dites ADR<sup>1</sup> pour Antenna Design Réseau Périodique 1D ou 2D que nous notons respectivement ADR1 et ADR2, qui considèrent que le modèle présenté se multiplie "à l'infini" dans les directions indiquées. Ces méthodes sont notamment très efficaces pour les simulations de réseaux d'antennes, puisque nous pouvons simuler un réseau entier à partir d'une seule antenne.

Sur la figure 3.1, nous présentons l'ensemble des vérifications que nous souhaitons effectuer pour limiter le nombre d'erreurs (qui sont généralement des erreurs d'inattention de la part des utilisateurs) : nous retrouvons en bleu, les tests communs aux méthodes AD/ADR, en vert les vérifications spécifiques à AD et en jaune celles spécifiques à ADR.

---

1. cf. Chapitre 5 consacré aux méthodes ADR

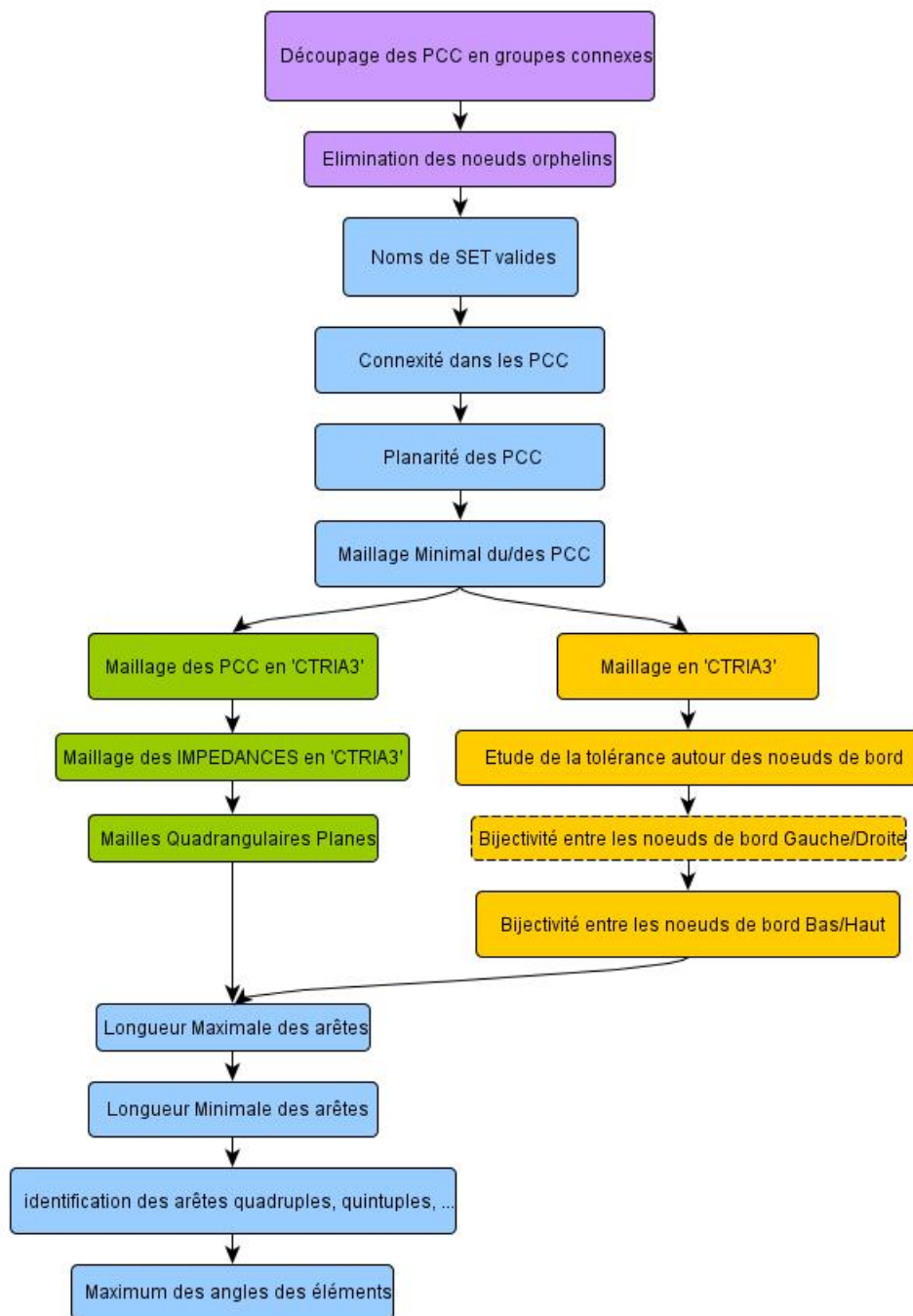


FIGURE 3.1 – Vérifications à effectuer avant un export vers AD ou ADR1/ADR2

### 3.1 Vérifications communes à l'ensemble des méthodes de calcul

#### 3.1.1 Identification des arêtes quadruples, quintuples, ...

##### Construction des arêtes

Comme nous nous basons uniquement sur les noeuds et les éléments de maillage fournis par *ANSA* afin d'assurer une compatibilité de lecture de différents formats de modèles d'entrées (les fichiers d'extension .unv, .ansa, .igs notamment), il nous faut reconstruire de façon

transparente l'ensemble des arêtes liées au maillage, de sorte de pouvoir les manipuler et ainsi appliquer certains critères indispensables pour des calculs dans *Antenna Design*. Pour ce faire, nous allons générer en Python un dictionnaire de toutes les arêtes du modèle, en calculant leur longueur (i.e la distance entre les deux noeuds que relie l'arête) et en notant les éléments associés à chaque arête.

#### **Représentation des arêtes en Python**

```
edges = dict({ 'gi - gj' : { 'LENGTH' : lij , 'SHELLS' : [eξ, ... ] }, 'gi - gk' : {  
'LENGTH' : lik , 'SHELLS' : [eκ, ... ] , ... } )
```

Nous obtenons alors une liste exhaustive de toutes les arêtes, et déterminons ainsi à combien d'éléments est associée une arête. Sachant que nos méthodes AD/ADR1/ADR2 n'apprécient pas que les arêtes soient associées à plus de quatre éléments, nous pouvons facilement prévenir l'utilisateur des éléments qui peuvent potentiellement être sources d'erreurs dans la suite du calcul.

### **3.1.2 Vérification des longueurs d'arêtes**

A présent que nous avons défini nos arêtes, nous pouvons contrôler certaines informations telles que les longueurs des arêtes. En effet celles-ci ont une importance toute particulière pour la justesse physique des résultats puisque AD calcule sur chaque élément de notre maillage les courants électriques qui parcourent notre antenne (qu'elle soit émettrice ou réceptrice). Sachant que l'onde électromagnétique chargée de la transmission d'information va dépendre de ces courants, et que cette onde est dépendante de la fréquence, alors nous devons adapter notre maillage à cette même fréquence afin de visualiser correctement les interactions. C'est dans cette optique que nous adaptons la longueur de nos arêtes à la longueur d'ondes, elle-même dépendant de la fréquence.

Considérons la formule suivante, permettant de déterminer la longueur d'ondes associée à une fréquence dans un matériau :

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.1)$$

avec :

- $c = 3 \times 10^8 m.s^{-1}$  , la vitesse de la lumière
- $\epsilon_r$  la constante diélectrique d'un matériau
- $f$  la fréquence d'utilisation de l'antenne , en Hertz (Hz)

#### **Détermination de $(\lambda_{loc})_{max}$ , la longueur d'arêtes maximale autorisée**

Notre approche des longueurs d'arêtes se basant sur le critère physique de la fréquence, nous demandons ici à l'utilisateur d'entrer quelques informations : intervalle  $[f_{min}; f_{max}]$  incluant l'ensemble des fréquences que nous utiliserons dans nos calculs, ainsi que le type d'utilisation prévu pour le modèle (dans notre cas, si notre objet a pour vocation une émission rayonnante ou plus diffuse). Le type d'utilisation applique alors un ratio  $\frac{1}{t}$  aux longueurs d'ondes associées aux fréquences

Ainsi pour une fréquence  $f_i \in [f_{min}; f_{max}]$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned}
(\lambda_{loc})_i &= \frac{1}{t} \cdot \frac{c}{f_i \sqrt{\epsilon_r}} \\
\Rightarrow (\lambda_{loc})_{max} &= \frac{1}{t} \cdot \frac{c}{f_{max} \sqrt{\epsilon_r}} \\
(\lambda_{loc})_{max} &\leq (\lambda_{loc})_i
\end{aligned}$$

Ainsi, en choisissant  $(\lambda_{loc})_{max}$  comme longueur d'arêtes maximale autorisée, nous assurons que pour l'ensemble des fréquences définies dans  $[f_{min}; f_{max}]$ , les propriétés physiques de nos calculs soient conservées.

### Détermination de $(\lambda_{loc})_{min}$ , la longueur d'arêtes minimale autorisée

Etudions à présent dans le même ordre d'idées la limite minimale des arêtes, qui a la même vocation que  $(\lambda_{loc})_{max}$ .

$$\begin{aligned}
\forall f_i \in [f_{min}; f_{max}], \\
f_{min} \leq f_i \leq f_{max} \\
\frac{1}{t_{min}} \cdot \frac{c}{f_{min} \sqrt{\epsilon_r}} \geq \frac{1}{t_{min}} \cdot \frac{c}{f_i \sqrt{\epsilon_r}} \geq \frac{1}{t_{min}} \cdot \frac{c}{f_{max} \sqrt{\epsilon_r}} \\
\Rightarrow (\lambda_{loc})_{min} = \frac{1}{t_{min}} \cdot \frac{c}{f_{min} \sqrt{\epsilon_r}}
\end{aligned}$$

où  $t_{min} \ll t$  tel que  $\frac{1}{t_{min}}$  est un ratio constant très petit. On impose donc comme critère  $(\lambda_{loc})_{min}$  comme longueur d'arêtes minimale.

### Prise en compte de la constante diélectrique

L'un des problèmes récurrent que nous avons rencontré lors de la vérification des arêtes, est la variation des valeurs de  $(\lambda_{loc})_{max}$  et  $(\lambda_{loc})_{min}$  qui dépendent de la constante diélectrique  $\epsilon_r$  du matériau. En effet, les objets modélisés dans ANSA sont généralement composés d'un ensemble de divers matériaux tel que du métal, de la mousse, du téflon, ... et chacun de ces matériaux possède une constante diélectrique qui lui est propre.

Dans le cadre de la vérification globale d'un maillage, nous ne pouvons malheureusement pas calculer une taille maximale et minimale d'arêtes pour chaque matériau. Considérant la constante diélectrique de l'air  $\epsilon_a = 1.0$ , et supposant que  $\epsilon_a < \epsilon_r$  pour tous les matériaux utilisés dans nos modèles, nous pouvons déterminer une unique valeur pour  $(\lambda_{loc})_{max}$  et  $(\lambda_{loc})_{min}$  afin d'aiguiller les utilisateurs dans leurs choix.

Une solution pour palier à ce problème a été la mise en place d'un second outil, dans lequel il est possible de renseigner une constante diélectrique  $\epsilon_r$  choisie pour l'ensemble d'éléments représentant un matériau : il est devenu alors possible à l'utilisateur de connaître localement les longueurs d'arêtes maximales et minimales pour un matériau donné.

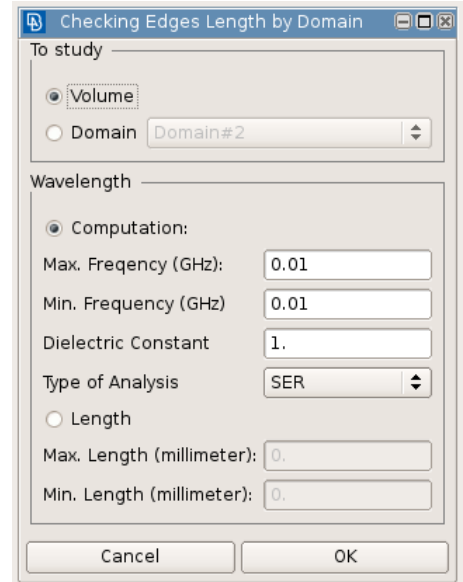


FIGURE 3.2 – Interface graphique pour la vérification des longueurs d'arêtes set par set

### 3.1.3 Vérification des angles des éléments du maillage

Comme nous l'avons expliqué précédemment, nous utilisons le maillage afin de déterminer l'évolution des courants sur nos antennes, aussi il est particulièrement avantageux d'obtenir des éléments dont les formes sont des triangles équilatéraux, ou des carrés. A l'inverse l'utilisation d'éléments aplatis peut se révéler contre-productive car ces éléments aplatis ne permettent pas simuler un transfert des courants homogènes sur le modèle, ce qui est source d'incertitudes. En appliquant un critère de limite pour la taille maximale des angles des éléments, nous cherchons à éviter ces incertitudes, que nous laissons l'utilisateur fixer selon son choix.

Il ne nous reste plus qu'à calculer l'ensemble des angles de chaque élément de notre maillage. Pour ce faire, nous nous appuyons sur le dictionnaire des arêtes que nous avons construit précédemment, nous donnant ainsi les longueurs des arêtes de tous les éléments, qu'ils soient triangulaires ou quadrangulaires. Nous pouvons alors nous baser le **théorème de Al-Kashi**<sup>2</sup> qui permet de déterminer les angles d'un triangle quelconque en se basant uniquement sur ses longueurs

#### Cas des éléments quadrangulaires :

Contrairement aux éléments triangulaires dont on peut obtenir directement les valeurs des angles, leur calcul pour les éléments quadrangulaires nécessite quelques manipulations.

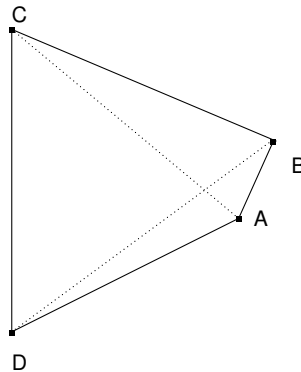


FIGURE 3.3 – Maille 'CQUAD4' quelconque

Considérons le quadrangle quelconque ABCD présenté dans la figure 3.3. Comme nous supposons que ce quadrangle est plan<sup>3</sup>, nous pouvons alors le scinder selon ses diagonales (qui sont ici [AC] et [BD]).

Commençons par découper notre quadrangle selon la diagonale [AC] : nous obtenons 2 triangles distincts ABC et ACD dont nous pouvons explicitement déterminer les angles à l'aide du Théorème d'Al-Kashi, qui nous donne les valeurs de :

- $\cos(\vec{BA}, \vec{BC})$  via le triangle ABC
- $\cos(\vec{DA}, \vec{DC})$  via le triangle ACD

De la même manière, en nous appuyant cette fois sur la diagonale [BD] du quadrangle, nous obtenons deux nouveaux triangles ABD et BCD. En utilisant le théorème d'Al-Kashi sur ceux-ci, nous déterminons les angles  $\hat{BAD}$  et  $\hat{BCD}$  à l'aide des valeurs

2. cf : Annexe C

3. la planarité des angles des mailles quadrangles est traitée en aval dans le rapport

- $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  issu du triangle ABD
- $\cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$  issu du triangle BCD

### 3.2 Les spécificités du modèle *Antenna Design*

Contrairement aux autres modèles de calculs qui nécessitent un maillage exclusivement triangulaire, il est possible dans le cas du modèle AD générique de réaliser un maillage mixte d'éléments triangulaires et quadrangulaires, ce qui permet de "relâcher" certaines parties du maillage, réduisant le nombre d'éléments et par delà le temps de calcul.

Les mailles quadrangulaires ont cependant un inconvénient : elle peuvent être définies dans un espace 3D non-plan, ce qui est incompatible avec de nombreux algorithmes de calculs et surtout avec les mailles triangulaires qui elles sont planes par définition. Nous souhaitons alors réaliser une veille sur ces mailles quadrangulaires afin de s'assurer que celles ci sont planes.

#### 3.2.1 Etude des mailles quadrangulaires

Reprenons notre quadrangle d'illustration ABCD de la figure 3.3. Nous pouvons découper celui-ci en deux triangles de normale respective  $n_1$  et  $n_2$ , en nous basant sur l'une des deux diagonales [AC] ou [BD]. Nous pouvons supposer que si les deux triangles possèdent une normale similaire, cela signifie que les deux triangles issus du quadrangle sont placés dans le même plan, et donc affirmer que le quadrangle lui-même est plan.

Nous cherchons donc ici à déterminer l'angle  $\varphi$  tel que  $\varphi = \cos^{-1}(\cos(n_1, n_2))$  pour chaque découpage du quadrangle possible.

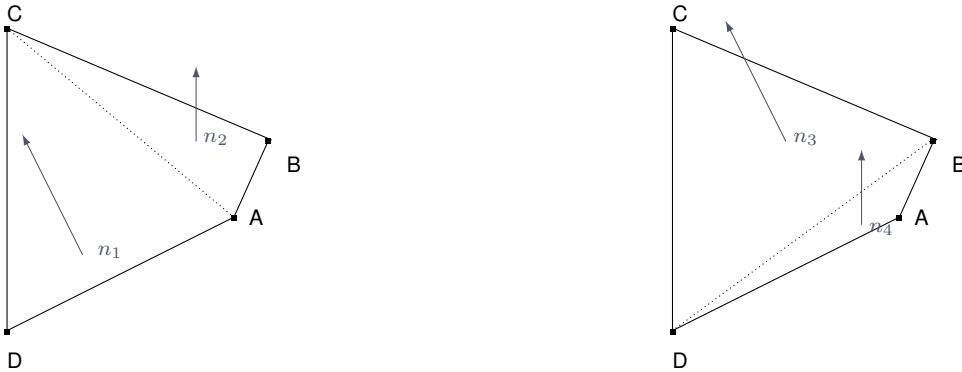


FIGURE 3.4 – Décomposition d'un quadrangle

Commençons dans un premier temps par le découpage du quadrangle selon la diagonale [AC] (cas 1 sur la figure 3.4). Nous obtenons alors les deux triangles ABC de normale  $n_{11}$  et ACD de normale  $n_{12}$ , et calculons  $\varphi_1$  l'angle entre les normales  $n_{11}$  et  $n_{12}$ .

Dans un second temps, nous découpons notre quadrangle selon la diagonale [BD] (cas 2 de la figure 3.4) et obtenons ainsi deux nouveaux triangles ABD et BCD respectivement de normale  $n_{21}$  et  $n_{22}$ , ce qui nous donne  $\varphi_2$  l'angle entre les normales  $n_{21}$  et  $n_{22}$ .

Notre but ici étant de nous assurer de la planarité de notre quadrangle, nous devons nous assurer que  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  soient proches de 0. Ainsi nous posons le critère suivant devant être satisfait par toutes les mailles quadrangulaires :

$$\max(|\varphi_1|, |\varphi_2|) < w$$



pour  $w$  une constante exprimée en degré fixée, proche de 0.



## CHAPITRE 4:

# ETUDE PLUS APPROFONDIE DU MAILLAGE DES PCC

---

Le PCC étant la représentation des raccords entre la source et le guide d'ondes d'une antenne, c'est lui qui initialisera la "charge" du champ électromagnétique lors de la simulation. La maîtrise de son maillage est donc d'autant plus importante car une erreur de modélisation, ou de maillage sur ces zones, provoquerait des erreurs physiques dans la simulation des courants et donc du rayonnement de l'antenne.

Afin de nous aider à visualiser un PCC, nous pouvons établir une définition de celui-ci d'un point de vue géométrique :

**Définition 4.1.** un PCC se définit géométriquement comme une surface plane, composée exclusivement de mailles triangulaires connexes entre elles. On note que la normale de la surface d'un PCC est orientée vers l'extérieur de l'objet qu'il compose.

En nous appuyant sur cette définition, nous pouvons établir plusieurs tests sur notre modèle dans ANSA<sup>1</sup>

### 4.1 Vérification des "bonnes pratiques" de maillage des PCC

#### 4.1.1 connexité des mailles

Commençons par vérifier les propriétés géométriques d'un PCC que nous avons énoncées dans la définition 4.1. Nous pouvons nous assurer de la connexité d'un PCC trivialement, puisqu'un PCC est défini comme un set d'éléments dans ANSA, aussi en utilisant les outils construits dans le chapitre 2, il est tout à fait possible de s'assurer de la connexité du PCC. Dans le cas de la découverte d'un PCC non connexe, il nous sera tout aussi simple de le séparer en plusieurs sous-sets de PCC connexes.

#### 4.1.2 Planarité du PCC

Une seconde propriété des PCC qu'il est indispensable de vérifier est sa planarité. Nous avons vu précédemment que les mailles d'un PCC toutes triangulaires, ce qui signifie que chacune d'entre elles sont positionnées dans un plan donné. Notre objectif ici est de vérifier que toutes les mailles sont positionnées dans le même plan  $\mathcal{P}$ , ce qui prouverait la planarité de l'ensemble du PCC. Mathématiquement, nous pouvons exprimer cette planarité par le fait que les normales des mailles soient colinéaires les unes par rapport aux autres. Ainsi, nous avons pour  $n_i, n_j$ , normales des éléments triangulaires  $e_i, e_j$  d'un PCC :

---

1. les étapes de vérification du/des PCC sont visibles sur la figure 3.1

$$n_i \cdot n_j = \pm 1 \quad \forall n_i, n_j$$

Cependant, nous travaillons ici sur des objets modélisés, il nous faut donc prendre en compte une certaine marge d'erreurs quant à la planarité des mailles entre elles. Lors de l'étude de la planarité des mailles quadrangles, nous avons défini  $\omega$  la limite d'acceptabilité pour qu'une maille quadrangle soit considérée comme plane : nous pouvons réutiliser ce critère ici en l'appliquant à l'ensemble des mailles du PCC. De cette manière, le PCC devra vérifier que :  $\forall e_1, \dots, e_i, \dots, e_j, \dots, e_m$  éléments CTRIA d'un PCC, et  $n_1, \dots, n_i, \dots, n_j, \dots, n_m$  leurs respectives,

$$\forall n_i, n_j, \quad i \neq j \quad \min_{i,j \in \{1, \dots, m\}} |\cos(n_i, n_j)| = \omega, \quad \text{tel que } \omega \approx 1$$

#### 4.1.3 Mise en place d'un critère de maillage minimal d'un PCC

Nous avons vu précédemment que le PCC (et les charges que l'on va appliquer sur celui-ci) permet de simuler l'évolution du champ électromagnétique dans le guide, ainsi que le passage des courants à la surface de l'élément rayonnant. Un maillage "grossier" de ce PCC réduirait l'information sur le champ électromagnétique et donc pourrait fausser les résultats obtenus à l'issue des calculs.

Une proposition de maillage minimal a déjà été pré-établie, en se basant sur les deux formes de PCC les plus courantes : le PCC rectangulaire et le PCC coax simple. Il existe néanmoins de nombreux autres types de PCC tels que le PCC bifillaire, le PCC circulaire plein, ... aussi nous cherchons à définir un critère de maillage, nous assurant d'un nombre minimal de mailles sur n'importe quelle forme de PCC.

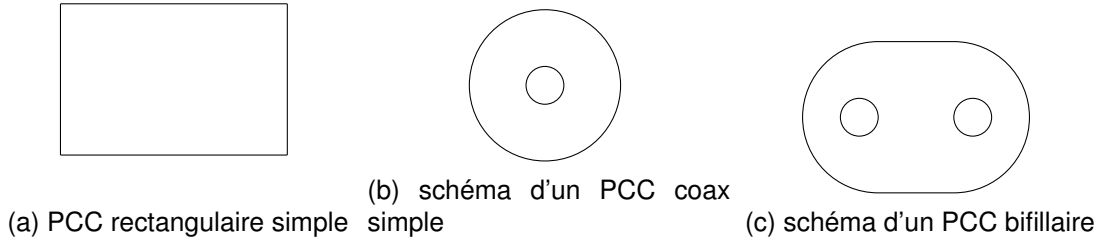


FIGURE 4.1 – Modèles de PCC couramment observés

#### Règles empiriques de maillage

- Pour les PCC rectangulaires (cf. figure (a) de 4.1, on considère comme minimale un maillage en  $6 \times 8$  éléments
- pour les PCC en forme de coax (cf. figure (b) de 4.1), on cherche à obtenir un maillage en variation logarithmique, et on pose comme condition minimale un maillage de 8 éléments en circulaire et 5 éléments en radial

Une application rigide de ces règles empiriques présente un désavantage certain : cela nécessite de reconnaître chaque forme de PCC. Or, lors de certaines simulations (des simulations de réseaux d'antennes par exemple), les modèles peuvent rapidement contenir plusieurs dizaines d'antennes et donc de PCC. L'entrée manuelle de la forme de chaque PCC par l'utilisateur deviendrait alors très fastidieuse, de même que la détermination automatique de la forme

d'un PCC reste difficile puisqu'un PCC de forme circulaire peut être grossièrement approximer par un octogone lors de son maillage.

Pour palier à ce problème d'identification des formes de PCC, nous cherchons un moyen de déterminer le nombre minimal de mailles nécessaires pour un PCC, indépendamment de sa forme. Pour cela, nous nous appuyons sur l'idée du "maillage parfait", à savoir un maillage uniforme composé d'éléments triangulaires équilatéraux.

Reprenons notre exemple de PCC composé d'un ensemble  $e_1, \dots, e_m$  d'éléments triangulaires. Nous pouvons en déduire l'aire totale du PCC  $\mathcal{A}_{pcc} = \sum_{i=1}^m a_i$  en nous basant sur les aires respectives  $a_1, \dots, a_m$  de chacun des éléments  $e_1, \dots, e_m$ .

Dans le même temps, on cherche à définir la "maille optimale" c'est-à-dire la maille triangulaire équilatérale la plus grande possible tout en respectant l'ensemble des critères définis plus haut ; pour y répondre, nous choisissons comme longueur maximale de coté de notre triangle équilatéral  $(\lambda_{loc})_{max}$  la longueur maximale d'arêtes autorisée. De cette façon, nous nous assurons que l'aire  $a_p$  du triangle équilatéral soit maximale.

Nous obtenons alors  $m_p$  le nombre minimal de triangles équilatéraux nécessaires pour un "maillage parfait" du PCC :

$$m_p = \lceil \frac{\mathcal{A}_{pcc}}{a_p} \rceil$$

Explicitons la formule de  $m_p$  :

Prenons un triangle équilatéral ABC de coté  $a$ , avec I milieu de AB. Comme ABC est un triangle équilatéral, nous savons que la hauteur, la médiane et la médiatrice sont confondues et (IC) est la hauteur passant par le sommet C vers [AB]. Nous en déduisons que le triangle ACI est un triangle rectangle en I, et en appliquant le théorème de Pythagore, nous pouvons déterminer la longueur de [IC] :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AI^2 + IC^2 \\ \Leftrightarrow AC^2 &= \frac{1}{4}AC^2 + IC^2 \\ \Leftrightarrow IC^2 &= \frac{3}{4}AC^2 \\ \Rightarrow IC &= \frac{\sqrt{3}}{2}AC \end{aligned}$$

et ainsi nous en déduisons l'aire du triangle :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_p &= \frac{1}{2}AC \times IC \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4}AC^2 \end{aligned}$$

aussi nous pouvons définir  $m_p$  en fonction de la longueur d'arête  $(\lambda_{loc})_{max}$

$$\begin{aligned} m_p &= \lceil \frac{\mathcal{A}_{pcc}}{a_p} \rceil \\ &= \lceil \frac{\mathcal{A}_{pcc}}{\frac{\sqrt{3}}{4}(\lambda_{loc})_{max}^2} \rceil \\ &= \lceil \frac{4\sqrt{3}}{3} \frac{\mathcal{A}_{pcc}}{(\lambda_{loc})_{max}^2} \rceil \end{aligned}$$

En nous basant sur le calcul de  $m_p$  et sur les règles empiriques de maillage pré-établies, nous pouvons imposer un critère sur le nombre minimal  $m_{min}$  d'éléments dans un maillage de PCC :

$$m_{min} = \max(50, m_p)$$

où 50 est un nombre minimal arbitraire choisi pour respecter les règles empiriques de maillage quel que soit la forme du PCC observé.

#### 4.1.4 Orientation des mailles des PCC

Reprenons la définition 4.1 d'un PCC, et étudions la dernière propriété géométrique énoncée de celui-ci : l'orientation de la normale des éléments qui le compose. En effet, nous savons que le PCC sert à représenter le champ électromagnétique ainsi que les courants qui traverseront l'objet dont il est un composant. Nous visualisons donc le PCC comme une surface à l'extrémité de l'objet, tel que l'extrémité extérieure d'un guide par exemple.

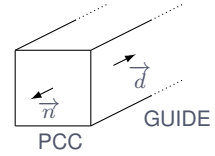


FIGURE 4.2 – Schématisation d'un PCC à l'extrémité d'un guide

Nous cherchons une maille  $e_g$  présente sur le guide, dont une des arêtes est une arête frontière du PCC. Il est alors possible de déterminer un vecteur directeur  $d$  de la maille  $e_g$  non colinéaire avec l'arête frontière, et partant de celle-ci. Nous pouvons alors tester l'orientation des normales  $\vec{n}_i$  des éléments  $e_i, \forall i \in \{1, \dots, m\}$  du PCC en vérifiant que  $\vec{n}_i \cdot \vec{d} < 0$ .

En effet, par la définition du produit scalaire, on a :

$$\begin{aligned} \vec{n}_i \cdot \vec{d} &< 0 \\ \iff ||\vec{n}_i|| \times ||\vec{d}|| \times \cos(\vec{n}_i, \vec{d}) &< 0 \\ \iff \cos(\vec{n}_i, \vec{d}) &< 0 \end{aligned}$$

ce qui signifie que l'angle entre les vecteurs  $\vec{n}_i$  et  $\vec{d}$  est bien compris dans  $] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} [$

## 4.2 Vers une automatisation de la gestion des PCC

L'utilisation du logiciel de calcul Antenna Design nécessite des fichiers codifiés d'une certaine manière. Les logiciels de modélisation tel que ANSA ne permettant pas toujours de générer des fichiers d'export attendus par AD, de nombreux outils de traduction ont été produits au cours des années afin de rendre ces fichiers lisibles par AD : ce sont les *unvdomains*.

Chacun de ses *unvdomains* est alors en charge de la supervision d'une partie du fichier d'export, vérifiant les informations qui l'intéressent et délaissant les autres. Or l'utilisation successive de ces outils, en plus d'être une mécanique lourde pour les utilisateurs, peut se révéler extrêmement redondante lors de la découverte d'erreurs. Le but de ce projet étant d'améliorer l'efficacité de la chaîne de calcul AD, en la rendant plus simple et lisible pour les utilisateurs, nous nous intéressons à l'idée de réunir une partie des outils *unvdomains* au sein de ANSA, notamment la construction des sets des noeuds de frontière extérieures et intérieures des PCC ou encore la ré-orientation automatique des normales des mailles des PCC.

#### 4.2.1 Détection des noeuds de frontière d'un PCC

Considérons un PCC quelconque, ayant  $h$  trous intérieurs. Nous cherchons à obtenir les  $h$  groupes de noeuds de situés à la (ou les) frontière(s) intérieure(s) et 1 groupe de noeuds situés sur la frontière extérieure. Nous savons obtenir les arêtes de frontières, en les définissant comme arêtes liées à un unique élément. Les noeuds de frontières étant par définition les noeuds situés aux extrémités des arêtes de frontières, il nous reste à séparer ces noeuds en groupes connexes (c'est-à-dire en groupes de noeuds liés par des arêtes).

---

**Algorithm 4** *findGridsOnFrontier(s)* - Détermination des groupes de noeuds connexes

---

**Require:**     •  $s$  le set étudié

```

■ groups est une liste vide qui contiendra les ensemble de noeuds connexes
■ Détermination des arêtes de frontière front_ed, arêtes liées à un seul élément de  $s$ 
for  $ed$  in  $front\_ed$  do
    ■ on récupère  $g_1, g_2$  les noeuds aux extrémités de  $ed$ 
    ■  $grp \leftarrow findConnexGrids(g_1, front\_ed)$ 
    ■ on ajoute  $grp$  à groups
end for

return groups

```

---



---

**Algorithm 5** *findConnexGrids(g, ed\_list)* - liste de noeuds connexes issu de  $g$

---

**Require:**     •  $g$  le noeud de départ

```

    •  $ed\_list$  la liste des arêtes étudiée

■  $connex \leftarrow [g]$ , liste de noeuds auquel  $g$  appartient
for  $ed$  in  $list\_ed$  do
    ■  $g_1, g_2$  noeuds de  $ed$ 
    if  $g_1 == g$  then
        ■  $list\_ed.delete(ed)$ 
        ■  $connex.add(findConnexGrids(g_2, list\_ed))$ 
    end if
    if  $g_2 == g$  then
        ■  $list\_ed.delete(ed)$ 
        ■  $connex.add(findConnexGrids(g_1, list\_ed))$ 
    end if
end for

return connex

```

---

#### Détermination de $h$ le nombre de “trous” dans le PCC

**Théorème 4.1** (Relation d'Euler). Soit  $P$  un polyèdre convexe. Soit  $s$  le nombre de sommets de  $P$ ,  $a$  son nombre d'arêtes et  $f$  son nombre de faces. La relation dite *Relation d'Euler* est alors vérifiée :

$$s - a + f = 2 \quad (4.1)$$

Cette relation n'est cependant valable que pour les **les solides de Platon** qui sont cinq polyèdres réguliers convexes : le tétraèdre, le cube, l'octaèdre, le dodécaèdre et l'icosaèdre. Une généralité sur les surfaces lisses est alors définie par le *théorème de Euler-Poincaré* :

**Théorème 4.2.** Pour une surface  $\Sigma$  lisse quelconque, on triangule  $\Sigma$ , c'est-à-dire, on trace un graphe de sorte que chacune des faces soit un triangle (éventuellement déformé) puis on compte le nombre  $s$  de sommets,  $a$  d'arêtes et  $f$  de faces (ici des triangles), et on calcule la somme alternée :

$$\chi = s - a + f \quad (4.2)$$

que l'on note  $\chi$  la *caractéristique de Euler-Poincaré* de  $\Sigma$ .  $\chi$  est indépendante de la triangulation de la surface  $\Sigma$ . Nous pouvons alors déterminer le genre  $g$  de la surface  $\Sigma$  (i.e. le nombre de trous de la surface) à l'aide de la formule :

$$\begin{cases} \chi = 2 - 2g & \text{si } \Sigma \text{ surface fermée} \\ \chi = 1 - g & \text{si } \Sigma \text{ surface ouverte} \end{cases} \quad (4.3)$$

Lorsque nous travaillons sur le PCC, nous n'avons connaissance que de la surface de celui-ci indépendamment des autres surfaces auxquelles le PCC peut être rattaché. Nous considérons alors dans nos calculs que le PCC est une surface ouverte, même s'il s'agit d'une surface fermée dans la géométrie du modèle étudié.

### Détermination du groupe des noeuds de la frontière extérieure

Nous avons déterminé les différents groupes de noeuds connexes ainsi que le nombre de "trous"  $t$  présents sur la surface du PCC. Selon toute vraisemblance, nous retrouvons donc  $t + 1$  groupes de noeuds, soit  $t$  groupes de noeuds de frontières intérieures et 1 groupe de noeuds pour la frontière extérieure. Cependant, *comment pouvons nous déterminer l'ensemble de la frontière extérieure quelle que soit la forme du PCC ?*

Sachant qu'un PCC est composé de mailles planes et supposé plan, nous pouvons déterminer un repère orthonormé dans lequel nous pouvons exprimer l'ensemble des coordonnées des noeuds sous la forme  $(u, v, 0)^T$ . De cette manière, il est possible de visualiser le groupe de noeuds de la frontière extérieure en déterminant le noeud dont les coordonnées dans le nouveau repère sont :  $(\min_{u \in \mathcal{P}} u, \min_{v \in \mathcal{P}} v, 0)^T$ .

Considérons le plan  $\mathcal{P}$  représentant la surface d'un PCC de  $t$  trous ( $t > 0$ ). Nous avons obtenu les  $t + 1$  groupes de noeuds connexes et nous possédons les coordonnées de chacun des noeuds dans le repère cartésien de  $\mathbb{R}^3$ ,  $\{0, e_x, e_y, e_z\}$ . Ayant auparavant vérifié la planarité et l'orientation des normales des mailles du PCC, nous pouvons choisir une de ces mailles au hasard, et obtenir la normale  $n$  de celle-ci : puisque le PCC est plan, la normale de chacune des mailles est identique.

En nous basant sur l'équation d'un plan et sur la normale  $n$  obtenue, nous pouvons déterminer deux vecteurs directeurs du plan  $\mathcal{P}$  :

On sait que pour une normale  $n = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ , la droite d'équation du plan est définie comme

$$(d) : n_1x + n_2y + n_3z = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{P}$$



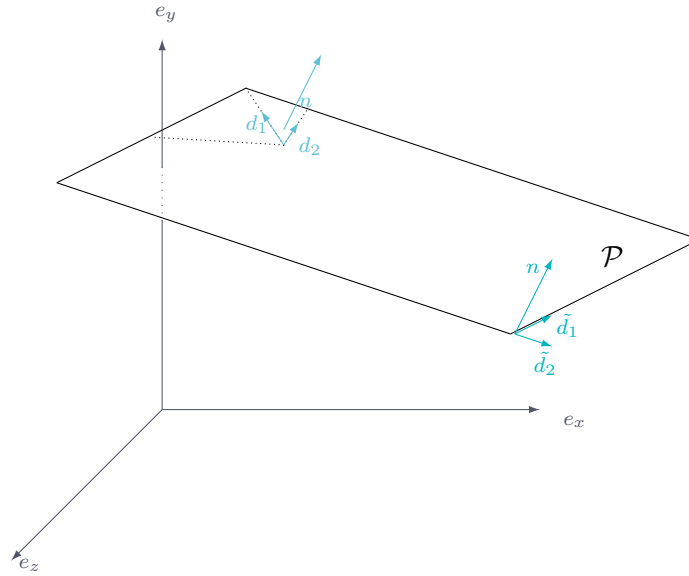


FIGURE 4.3 – Illustration du changement de repère pour l'étude d'un PCC

et nous pouvons définir  $P$  le sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$  tel que  $P = \{(x, y, z)^T | n_1x + n_2y + n_3z = 0\}$ , d'où, pour  $n_1, n_2, n_3 \neq 0$

$$\begin{aligned}
 & n_1x + n_2y + n_3z = 0 \\
 \iff & z = -\frac{n_1}{n_3}x - \frac{n_2}{n_3}y \\
 \implies & P = \text{vect}\left\{\left(1, 0, -\frac{n_1}{n_3}\right)^T, \left(0, 1, -\frac{n_2}{n_3}\right)^T\right\} \\
 \implies & P = \text{vect}\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2\}
 \end{aligned}$$

En complétant la base de  $P$  avec la normale  $n$ , nous obtenons bien une nouvelle base de  $\mathbb{R}^3$  dont une des composantes est nulle, ce qui permet de déterminer le noeuds de la frontière extérieure.

*Démonstration.* Vérifions que  $\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, n\}$  est une base de  $\mathbb{R}^3$

- On a  $\dim(\text{vect}\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, n\}) = 3$ , alors par définition la famille  $\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, n\}$  est génératrice de  $\mathbb{R}^3$
- Vérifions à présent si  $\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, n\}$  est une famille libre :

Soient  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} \lambda_1 - \frac{n_1}{n_3} \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 - \frac{n_2}{n_3} \lambda_3 = 0 \\ n_1 \lambda_1 + n_2 \lambda_2 + n_3 \lambda_3 = 0 \end{cases} \\
& \iff \begin{cases} \lambda_3 = \frac{n_3}{n_1} \lambda_1 \\ \lambda_3 = \frac{n_3}{n_2} \lambda_2 \\ n_1 \lambda_1 + n_2 \lambda_2 + n_3 \lambda_3 = 0 \end{cases} \\
& \iff \begin{cases} \lambda_3 = \frac{n_3}{n_1} \lambda_1 \\ \lambda_3 = \frac{n_3}{n_2} \lambda_2 \\ n_1^2 \lambda_1 + n_2^2 \lambda_2 + n_3^2 \lambda_3 = 0 \end{cases} \\
& \implies \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0
\end{aligned}$$

ce qui prouve que  $\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, n\}$  est une famille libre de  $\mathbb{R}^3$ .

Nous venons de montrer que  $\text{vect}\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, n\}$  est une base de  $\mathbb{R}^3$ .  $\square$

Cette méthode de construction d'une nouvelle base de  $\mathbb{R}^3$ , basée sur une formule explicite présente un inconvénient certain : celle-ci ne fonctionne que dans le cas où  $n_1, n_2, n_3$  sont non-nuls. Or si  $n_3 = 0$ , alors notre système ne fonctionne plus. Une réponse ici sera d'utiliser des vecteurs issus d'une des mailles triangulaires du maillage du PCC comme vecteurs directeurs à associer à la normale  $n$ . Nous obtenons ainsi une nouvelle base  $\mathcal{C} = \text{vect}\{d_1, d_2, n\}$  de  $\mathbb{R}^3$ .

Il nous reste finalement à effectuer un changement de base entre la base canonique  $\mathcal{B}$  de  $\mathbb{R}^3$  et la base  $\mathcal{C}$  à l'aide de la matrice de passage de  $\mathcal{B}$  vers  $\mathcal{C}$   $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}$ .

$$\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} (d_1)_1 & (d_2)_1 & n_1 \\ (d_1)_2 & (d_2)_2 & n_2 \\ (d_1)_3 & (d_2)_3 & n_3 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

et donc on retrouve,  $\forall X = (x, y, z)^T \in \mathcal{B}$  et  $X' = (u, v, w)^T \in \mathcal{C}$ ,  $X = \mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}} \cdot X'$ . En inversant le système, nous obtenons l'expression des coordonnées des noeuds du PCC dans la base  $\mathcal{C}$  :  $X' = \mathcal{M}_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}} \cdot X = (\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}})^{-1} \cdot X$

*Démonstration.* Montrons que  $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}$  est inversible. Reprenons les deux bases  $\mathcal{B}, \mathcal{C}$  définies plus haut, et rappelons que  $\tilde{d}_1, \tilde{d}_2$  et  $d_1, d_2$  sont colinéaires. Alors nous pouvons transformer par des opérations élémentaires sur les matrices  $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}$  telle que :

$$\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & n_1 \\ 0 & 1 & n_2 \\ -\frac{n_1}{n_3} & -\frac{n_2}{n_3} & n_3 \end{pmatrix}$$

Et on obtient :

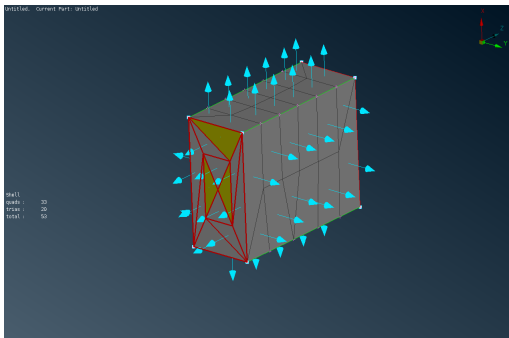
$$\begin{aligned}
\det(\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}) &= 1(n_3 + \frac{n_2^2}{n_3}) - \frac{n_1}{n_3}(-n_1) \\
&= n_3 + \frac{n_2^2}{n_3} + \frac{n_1^2}{n_3} \\
&= n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 \\
&\neq 0
\end{aligned}
\quad n = (n_1, n_2, n_3)^T \neq 0$$

ce qui prouve que  $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}$  est inversible et donc que  $\mathcal{M}_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}}$  est bien définie.  $\square$

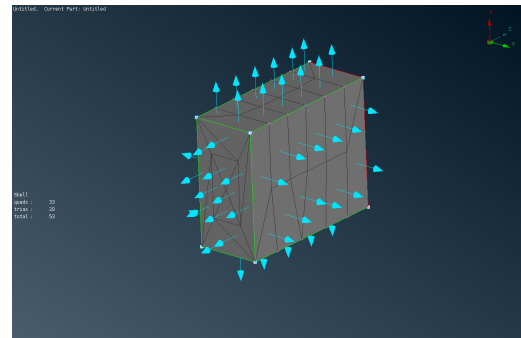
En exprimant les coordonnées dans la base  $\mathcal{C}$  de chacun des noeuds du PCC, nous sommes alors en mesure de déterminer aisément les noeuds extérieurs du PCC et donc le groupe correspondant.

#### 4.2.2 Une interface graphique “user friendly” pour l’automatisation des PCC

Nous avons vu que nous étions capable de construire au sein même de *ANSA* tous les objets nécessaires pour la simulation des PCC dans AD, aussi nous sommes à même de proposer à l'utilisateur de définir ces objets au travers d'un simple bouton qui rendra invisible aux yeux de l'utilisateur toutes les étapes du calcul. Cet outil que nous appellerons *MakePCC* étudie tous les PCC du modèle et pour chacun d'entre eux construira les sets de noeuds de frontière extérieurs et intérieurs et ré-arrangera l'orientation des normales des mailles au besoin.



(a) Exemple d'un PCC avant utilisation de *MakePCC*



(b) Modifications apportées au PCC après *MakePCC*

FIGURE 4.4 – Action de *MakePCC* sur l'orientation des normales des éléments du maillage



## CHAPITRE 5:

# SÉCURISATION D'UN MAILLAGE POUR UN MODÈLE DE CALCUL ADR1/ADR2 DANS ANSA

Les méthodes dites ADR (pour Antenna Design Réseau) permettent de définir un modèle qui sera répété selon des axes donnés. Ces méthodes sont donc très utiles lors de l'étude de réseaux d'antennes car il est alors possible de ne modéliser qu'une seule antenne de ce réseau qui sera "artificiellement" dupliquée pour former le réseau complet. Ce système permet également de réduire le temps de calcul puisque seule 1 antenne est étudiée et non pas l'ensemble qui compose le réseau.

- **ADR1** pour Antenna Design Réseau 1 dimension périodique qui permet de réfléchir à un modèle selon l'axe  $O_x$  du repère cartésien  $(O, O_x, O_y, O_z)$ .

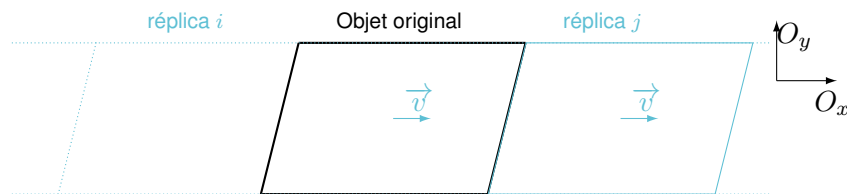


FIGURE 5.1 – Illustration de la méthode ADR1 pour un objet donné

- **ADR2** pour Antenna Design Réseau 2 dimensions périodiques pour dupliquer un modèle selon un plan défini dans  $(O_x, O_y)$  du repère.

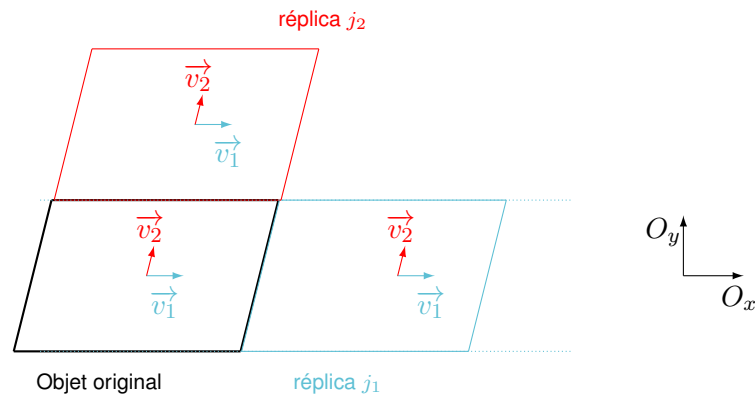


FIGURE 5.2 – Illustration de la méthode ADR2 pour un objet donné.  $v_1 = (x_1, 0, 0)$  et  $v_2 = (x_2, y_2, 0)$

Cependant, de par la particularité de ces méthodes, il existe certains critères supplémentaires à appliquer aux maillages des modèles ADR en plus de ceux présentés dans les chapitres précédents

- Le maillage est exclusivement composé d'éléments triangulaires
- il est nécessaire de définir des sets de noeuds représentant les bords des extrémités du modèle AD qui se “rejoindront” lors de la construction des réplica. Ces sets de noeuds doivent être en bijection pour que la construction des réplica puisse s'effectuer.

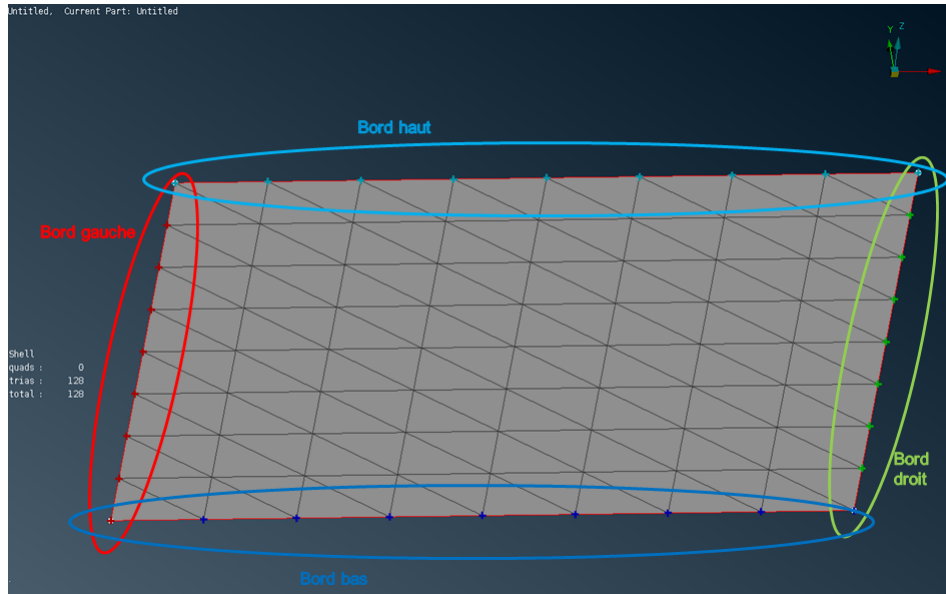


FIGURE 5.3 – Représentation des noeuds de bord pour ADR, cas d'une plaque simple

## 5.1 Gestion des sets de noeuds de bord

### 5.1.1 Une première approche avec ADR1

Le modèle ADR1 ne dispose que d'un seul axe de répétition possible : l'axe  $O_x$ . Nous allons donc nous concentrer sur les sets de noeuds dit “de gauche” et “de droite” et vérifier si ils sont en bijection, c'est à dire que nous avons pour tout noeud  $g_d$  du set de droite un noeud  $g_g$  appartenant au set de gauche tel que :

$$\|g_d - g_g - p_x e_1\|_2 \leq \epsilon$$

où  $\epsilon$  est distance minimale nécessaire pour considérer deux comme distincts,  $e_1 = (1, 0, 0)^T$  et  $p_x$  est le pas de translation selon l'axe  $O_x$  séparant les deux sets de noeuds.

Nous construisons donc l'algorithme suivant, qui permet de vérifier de façon générale la bijectivité entre deux sets de noeuds pour un pas de translation selon l'axe  $O_x$  et un pas de translation selon l'axe  $O_y$ .

*Remarque 5.1.* Pour simplifier les calculs, nous adopterons par défaut la tolérance de *Antenna Design* pour ce type de calcul

---

**Algorithm 6** checkBijectionSetsGrids( $start\_set, end\_set, step_x, step_y, \epsilon$ )

---

**Require:**     •  $start\_set, end\_set$

- $step_x, step_y$  les pas de translation selon les axes  $O_x$  et  $O_y$
- $\epsilon$  la tolérance

■  $v \leftarrow (step_x, step_y, 0)^T$

■ on définit les listes  $list\_start$  et  $list\_end$  les listes respectives des noeuds contenus dans les sets  $start\_set$  et  $end\_set$ . Les noeuds sont stockés de façon unique dans les listes

■  $n_s$  est le nombre de noeuds stockés dans  $list\_start$

■  $n_e$  est le nombre de noeuds stockés dans  $list\_end$

**if**  $n_s \neq n_e$  **then**

**return** False,  $list\_start + list\_end$

**end if**

■  $check\_s$  une liste vide

**for**  $sg$  dans  $list\_start$  **do**

**for**  $eg$  dans  $list\_end$  **do**

**if**  $\|eg - sg - v\|_2 \leq \epsilon$  **then**

            ■ on supprime  $eg$  de  $list\_end$

            ■ on ajoute  $sg$  dans  $check\_s$

**end if**

**end for**

**end for**

**if**  $list\_end$  n'est pas vide **then**

**return** False,  $list\_end$

**end if**

**if**  $check\_s \neq list\_start$  **then**

    ■ on définit  $diff$  la liste des noeuds qui appartiennent à  $list\_start$  mais pas à  $check\_s$

**return** False,  $diff$

**end if**

**return** SUCCESS

---

### 5.1.2 une utilisation plus générale avec ADR2

La méthode ADR2 permet une utilisation plus générale de la répétition de modèles AD que ADR1 : en effet, elle propose de générer un réseau en se basant sur deux vecteurs  $v_1, v_2$  formant une base de  $\{O, O_x, O_y\}$ . Comme nous travaillons à présent dans deux directions, nous disposons non plus de deux sets de noeuds de bord mais de quatre, afin de définir les noeuds de bord dans la seconde direction (que nous appellerons bord “haut” et bord “bas”).

Lors de la vérification de notre modèle, nous étudierons alors la bijection entre les noeuds du bord gauche et du bord droit pour la première direction, et la bijection entre les noeuds du bord haut et du bord bas pour la seconde direction.

## 5.2 Détection automatique des noeuds de bord pour les méthodes ADR

Dans le cadre de l'amélioration de l'efficacité de la chaîne de calcul AD, nous souhaitons proposer à l'utilisateur la détection automatique des noeuds de bords pour la préparation d'un modèle de type ADR1/ADR2. Cela permettrait à l'utilisateur de ne plus avoir à construire par

lui-même ces sets, étape fastidieuse et rébarbative si le maillage du modèle est composé d'un nombre conséquent d'éléments. Cet outil permettrait dans le même temps de vérifier dès l'étape de conception la bijectivité entre les deux sets de noeuds, réduisant par delà les risques d'erreurs.

Supposons que nous voulons déterminer les sets de noeuds de bords pour un vecteur  $v = (p_x, p_y, 0)^T$  donné, où  $p_x$  est le pas selon l'axe  $O_x$  et  $p_y$  est le pas selon l'axe  $O_y$ . Nous pouvons affirmer que les noeuds  $g_1, g_2$  appartiennent respectivement aux sets de bord de départ et d'arrivée si et seulement :

$$\forall g_1, \exists! g_2, \|g_2 - g_1 - v\|_2 \leq \epsilon$$

et nous pouvons construire l'algorithme suivant qui va tester cette égalité pour tous les noeuds du maillage du modèle afin d'apparier les couples de noeuds :

---

**Algorithm 7** AutoDetectGridsADR( $p_x, p_y, \epsilon$ )

---

**Require:**     •  $p_x$  le pas selon  $O_x$

- $p_y$  le pas selon  $O_y$
- $\epsilon$  la tolérance

■ *starts* liste vide qui contiendra les noeuds du bord de départ

■ *ends* liste vide qui contiendra les noeuds du bord d'arrivée

■ *grids*  $\leftarrow$  liste des noeuds du maillage

■ *n* le nombre de noeuds

■ *sorted*  $\leftarrow$  liste de noeuds triée dans l'ordre croissant des coordonnées des noeuds (dans l'ordre  $O_x, O_y, O_z$ ).

**for**  $g_1$  **dans** *grids* **do**

■  $x, y, z$  sont les coordonnées de  $g_1$

■  $st \leftarrow 0$

**while**  $st < n$  **et**  $sorted(st)_x \leq x + p_x - \epsilon$  **do**

■  $st \leftarrow st + 1$

**end while**

■  $end \leftarrow st$

**while**  $end < n$  **et**  $sorted(end)_x \leq x + p_x + \epsilon$  **do**

■  $end \leftarrow end + 1$

**end while**

**for**  $i = st : end$  **do**

■  $g_2 \leftarrow sorted(i)$

■  $x_i, y_i, z_i$  sont les coordonnées de  $g_2$

**if**  $\sqrt{(x + p_x - x_i)^2 + (y + p_y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \leq \epsilon$  **then**

■ on ajoute  $g_1$  dans *starts*

■ on ajoute  $g_2$  dans *ends*

**end if**

**end for**

**end for**

**if** *checkBijectionSetsGrids*(*starts*, *ends*,  $p_x, p_y, \epsilon$ ) **then**

■ **return** *starts*, *ends*

**end if**

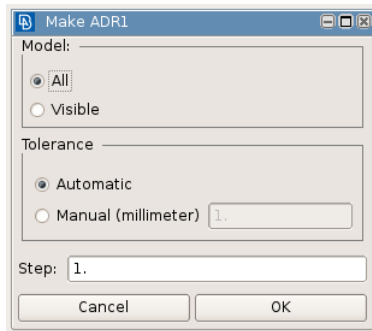
---



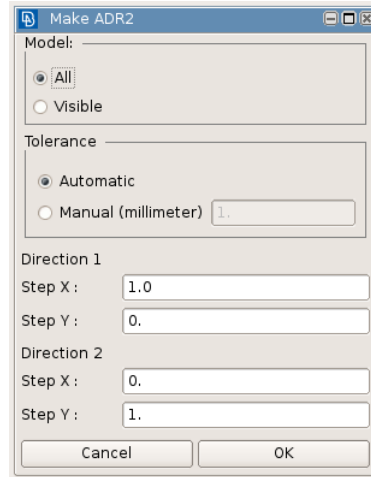
*Remarque 5.2.* De par la définition de la norme  $\|\cdot\|_2$ , nous savons que

$$\forall u \in \mathbb{R}^3, \quad \max(u_x, u_y, u_z) > \epsilon \implies \|u\|_2 > \epsilon$$

aussi, en triant la liste des noeuds en se basant sur leurs coordonnées, nous pouvons réduire le nombre de tests de norme aux uniques points  $g_2$  situés dans la boule  $\mathcal{B}(g_1 + \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \end{pmatrix}, \epsilon)$



(a) Interface Graphique de *makeADR1*



(b) Interface graphique de *makeADR2*

FIGURE 5.4 – Interfaces graphiques pour la détection automatique des noeuds de bord (méthodes ADR)



## CHAPITRE 6:

# OBSERVATION DES RÉSULTATS ET PRÉSENTATION DES OUTILS ANNEXES

---

### 6.1 Visualisation des résultats obtenus pour *checkMesh*, l'outil de vérification de maillage

#### 6.1.1 Interactions avec l'utilisateur

Nous proposons à l'utilisateur une interface graphique unique pour l'ensemble des modèles AD, afin qu'il puisse entrer ses données d'entrée. L'outil effectuera les tests correspondant à la méthode AD/ADR1/ADR2 sélectionnée.

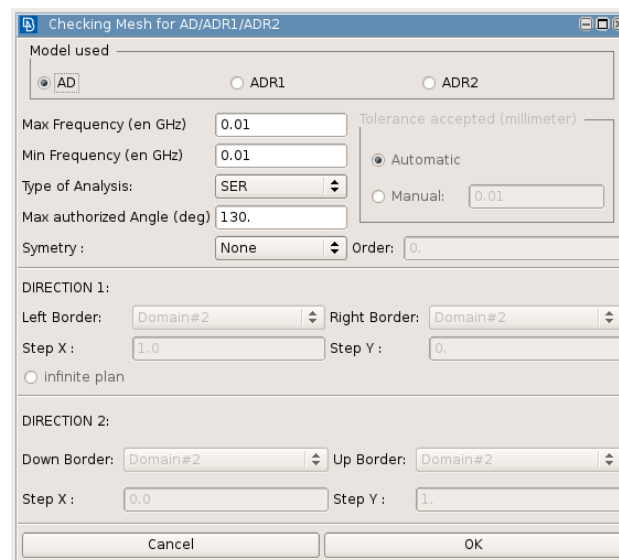


FIGURE 6.1 – Interface Utilisateur pour le lancement de notre ensemble de tests

A la fin du test, et si l'ensemble des conditions du maillage sont vérifiées, une option d'export du modèle en fichier de type “.unv” est proposée, pour poursuivre dans la chaine de calcul *Antenna Design*. En plus de ce fichier “.unv”, nous créons également un fichier au format “.xml” contenant toutes les entrées utilisateurs données dans *ANSA* ce qui permettra à la nouvelle version de *Antenna Design* de lire les entrées utilisateurs données dans l'outil *checkMesh*, évitant ainsi à l'utilisateur de les saisir une seconde fois.

A contrario, si notre module rencontre des éléments du maillage susceptibles de générer des erreurs lors du calcul de *Antenna Design*, nous souhaitons les présenter à l'utilisateur de

sorte que celui-ci puisse modifier les zones critiques de son maillage. Etant donné le nombre conséquent de tests effectués ici, nous proposons à l'utilisateur de stocker les erreurs par thème (problème de longueur d'arête, maille non triangulaire sur les PCC, angle d'ouverture de maille trop grand, etc) et de les visualiser directement sur le modèle à l'aide d'un jeu de couleurs.

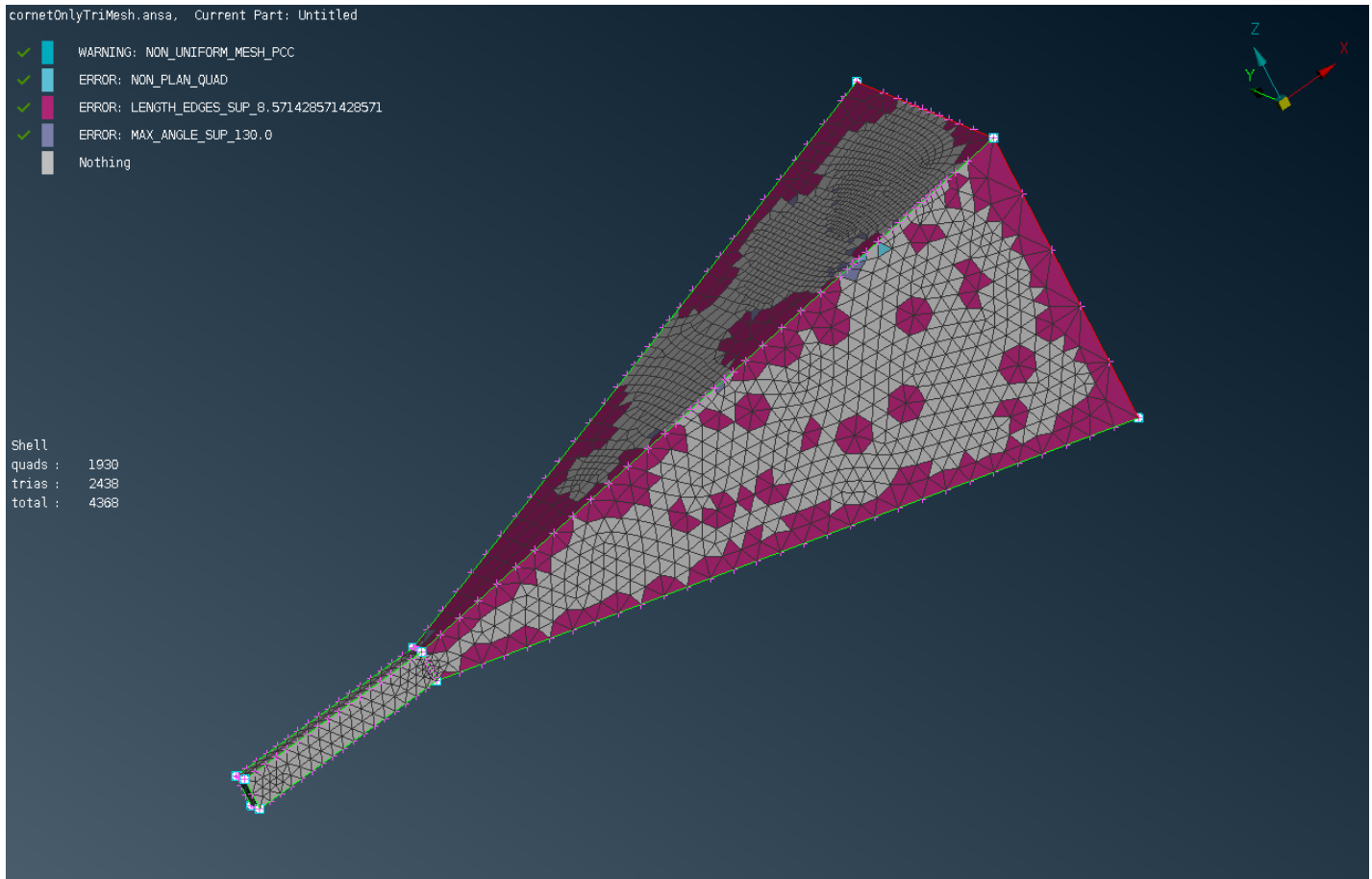


FIGURE 6.2 – Visualisation des mailles sources d'erreurs trouvées à l'aide de l'outil *checkMesh*

### 6.1.2 Evolution des temps de calcul

Etudions à présent un point important de notre outil : le délai d'attente ou “temps de calcul” du *checkMesh*. En effet, si le principal objectif de notre outil est de vérifier le maillage d'un modèle pour permettre aux utilisateurs de lancer plus rapidement et simplement leurs calculs avec l'outil *Antenna Design*, nous devons nous assurer que notre outil ne soit pas trop gourmand en terme de rapidité de calcul.

Pour observer cela, nous proposons de comparer les temps de calculs observés sur un modèle test, composé d'une antenne cornet pyramidale ayant 2 sets : 1 set PCC et un set Metal. Nous veillerons à conserver un ratio de 1/10ème quant au nombre de mailles du PCC par rapport au nombre de mailles globales. Les temps observés sont inscrits dans le tableau 6.1

Et nous pouvons remarquer que pour un même ratio de mailles PCC nous obtenons une évolution en temps linéaire 6.3

modèle	A	B	C	D	E	F	G
nombre d'éléments	1 607	16 397	113 301	218 202	434 413	839 205	1 601 050
temps (en s)	0,23	2,66	19,48	41,68	60.10	99.89	221, 56

TABLE 6.1 – Temps de calcul pour une vérification exhaustive d'un modèle d'antenne cornet selon le modèle AD

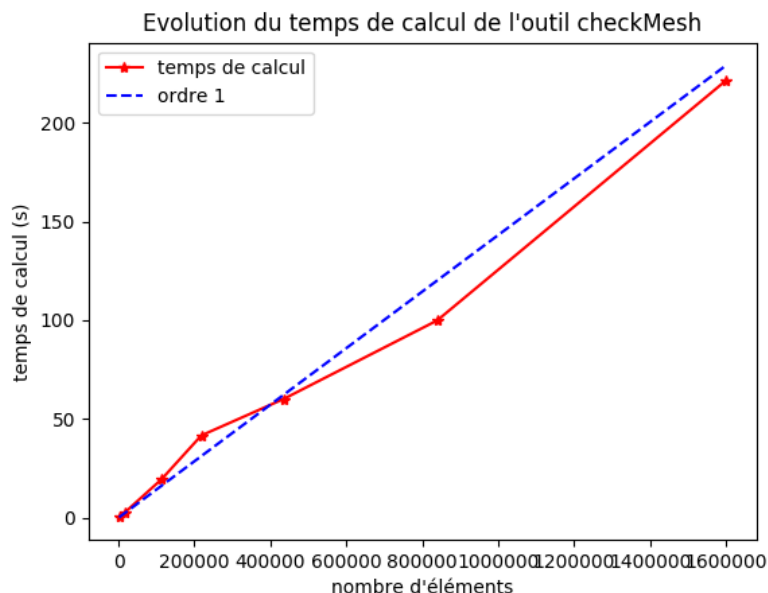


FIGURE 6.3 – Evolution du temps de calcul de *checkMesh* en fonction du nombre d'éléments du maillage

## 6.2 Présentation des outils annexes d'aide au diagnostic

Bien que notre travail se soit concentré sur la sécurisation des maillages pour des modèles *Antenna Design*, nous avons également pris le temps de développer d'autres outils, pour permettre aux utilisateurs de simplifier leur utilisation du logiciel *ANSA* et leur permettre de maîtriser au mieux la construction de la géométrie et du maillage du modèle. Dans ce sens, nous avons enrichi la liste d'outils supplémentaires disponible en répondant au mieux à leurs besoins.

## 6.2.1 Evolution de la boîte d'outils

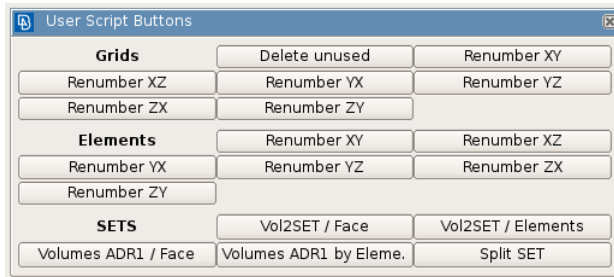


FIGURE 6.4 – Outils supplémentaires présents au début du projet

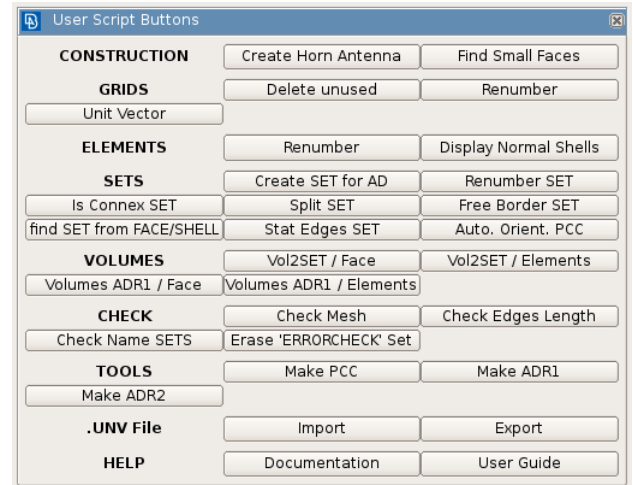


FIGURE 6.5 – Outils disponibles à la fin du projet

Nous retrouvons dans cette nouvelle boîte d'outils, les accès aux fonctionnalités présentées dans les chapitres précédents tels que *checkMesh*, ou encore les outils d'automatisation *MakePCC*, *MakeADR1* et *MakeADR2*

## 6.2.2 Etude approfondie des longueurs d'arêtes avec l'outil *Stat Length Edges*

Parmi les demandes fortes des utilisateurs, nous avons entendu le besoin de connaître les informations supplémentaires sur les longueurs d'arêtes, comme la longueur maximale des arêtes d'un set par exemple. En effet, certaines méthodes de calcul de *Antenna Design* comme la décomposition par domaines sont impactées par ces longueurs d'arêtes.

Nous avons donc développé un outil permettant de sélectionner un set d'éléments, une forme géométrique volumique maillée ou le modèle complet, et de déterminer les longueurs minimales, maximales et moyennes des arêtes des éléments sélectionnés avant de présenter les résultats obtenus dans un tableau. Une option permettant de visualiser graphiquement la distribution des longueurs d'arêtes étudiées est également possible, en plus du tableau récapitulatif des informations.

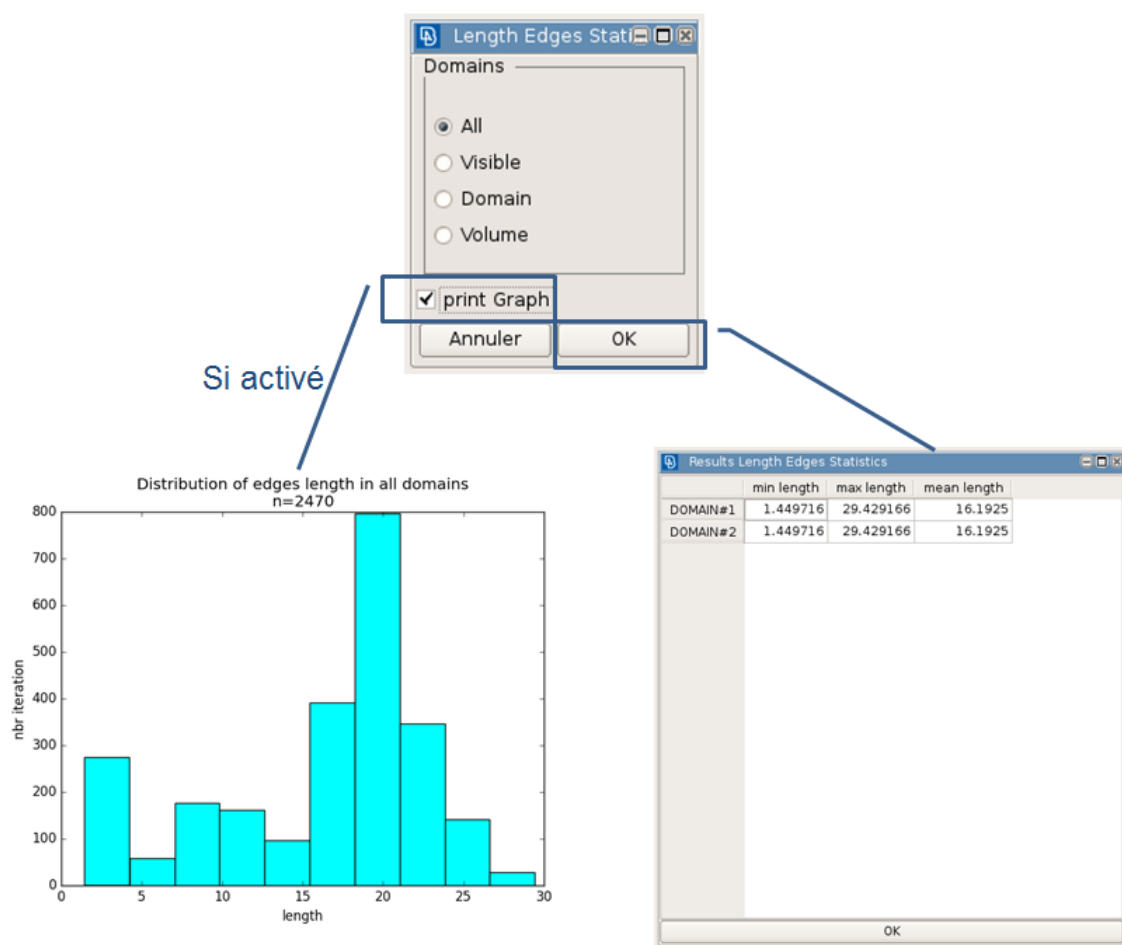


FIGURE 6.6 – Fenêtres interactives pour l'outil *StatMesh*





# CONCLUSION

---

L'objet de ce stage était l'analyse a priori de maillages visant à sécuriser les simulations électromagnétiques effectuées sur les dits maillages. Travaillant essentiellement sur le logiciel de CAO *ANSA*, nous avons développé un outil en langage Python combinant un ensemble de tests vérifiant les critères indispensables à la bonne réalisation des simulations.

Notre outil de vérification, intitulé *checkMesh* permet le contrôle des principales informations du maillage et ainsi de réduire le risque de problèmes de calcul lors des simulations électromagnétiques, avec une visualisation globale des erreurs potentielles. De plus, nous nous sommes intéressé à l'incorporation de plusieurs outils satellites appelés *unvdomains* chargés jusqu'à présent de mettre en place certaines spécificités de *Antenna Design* de manière à simplifier les étapes de la chaîne de calcul AD globale. L'ensemble de ces programmes Python, encapsulés par des interfaces graphiques pour l'utilisateur, forment alors une boîte à outils d'aide au diagnostic d'erreurs et à la construction de modèles. Cela offrira un gain de temps à l'utilisateur lors du nettoyage de modèles reçus, de la gestion de son maillage, ou plus simplement un confort lors de la navigation dans le logiciel *ANSA*. De par l'utilisation croissante de *Antenna Design* pour les simulations électromagnétiques, que ce soit dans le cadre d'affaires ou de recherches, la nouvelle maniabilité de *ANSA* en tant que mailleur permettra aux futurs utilisateurs une meilleure prise en main de la chaîne de calcul dans sa globalité avec une réduction du temps de formation à cet outil.

Ce stage a été l'occasion de découvrir l'univers d'une grande entreprise où la coopération est un facteur indispensable à la poursuite de l'innovation technique. De plus, nous avons eu la chance de voir l'application effective de notre travail et de pouvoir le confronter à l'avis, aux remarques et aux suggestions des potentiels utilisateurs, développant par la même nos capacités d'adaptation.

# CHAPITRE A:

## CHAÎNE DE CALCUL POUR LA SIMULATION D'UNE ANTENNE

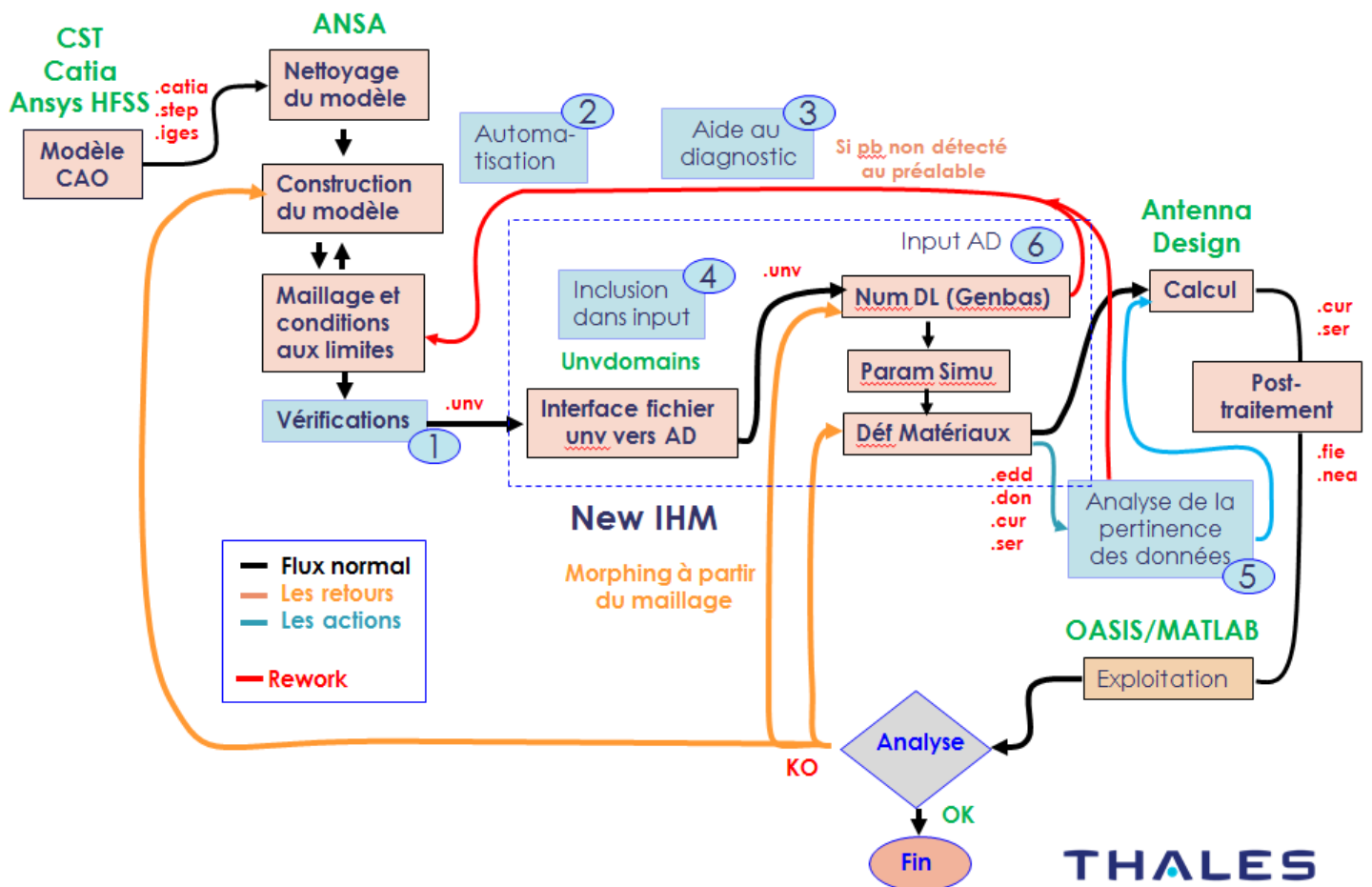


FIGURE A.1 – “Workflow” de Antenna Design



## CHAPITRE B:

### RAPPELS D'ÉLECTROMAGNÉTISME

**Définition B.1** (Onde électromagnétique). Propagation à la vitesse de la lumière d'une déformation harmonique des propriétés électriques et magnétiques dans l'espace. On appelle **longueur d'ondes**  $\lambda$  l'**amplitude de cette déformation**

**Définition B.2** (Fréquence). La fréquence (en Hertz, noté Hz) est le rapport de la longueur d'onde sur la vitesse de propagation  $v$ . Elle représente la quantité d'ondes passant en un point donné en une seconde dans un matériau de constante diélectrique  $\epsilon_r$ .

$$f = \frac{v}{\lambda\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{en } Hz = s^{-1} \quad (\text{B.1})$$

**Définition B.3** (Les micro-ondes). Les micro-ondes sont des rayonnements électromagnétiques situés entre l'infrarouge et les ondes de radiodiffusion. On peut les retrouver sur des fréquences variant de 1 GHz à 300 GHz.

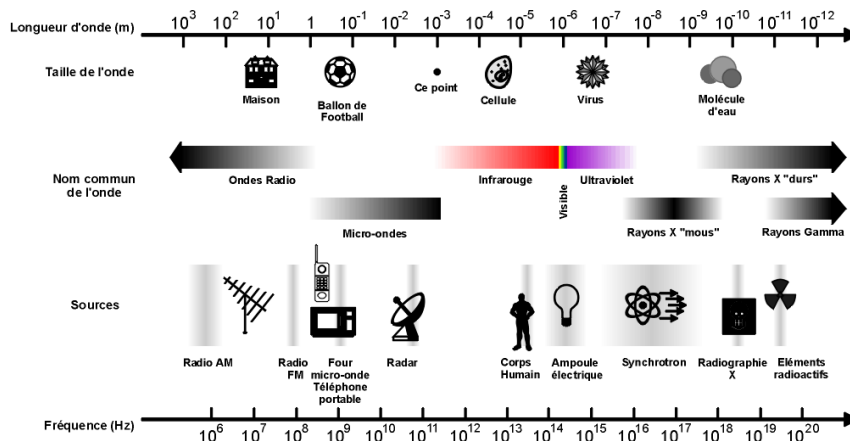


FIGURE B.1 – Spectre électromagnétique

**Définition B.4** (les hyperfréquences). Les hyperfréquences, ou ondes électromagnétiques à très haute fréquence (300 MHz à 300 GHz) ont des longueurs d'ondes variant du millimètre au mètre. Elles sont utilisées très couramment en technique radar et en transmission.



# CHAPITRE C:

## RAPPELS DE GÉOMÉTRIE

---

**Définition C.1** (Barycentre d'un système de points pondérés). Supposons  $(A_1, a_1), \dots, (A_n, a_n)$  un ensemble de points pondérés. Si  $\sum_{i=1}^n a_i \neq 0$ , alors il existe un unique point G tel que

$$\sum_{i=1}^n a_i \overrightarrow{A_i G} = \vec{0} \quad (\text{C.1})$$

d'où :

**Définition C.2.** (Coordonnées d'un barycentre d'un système de points pondérés) Si G est le barycentre de  $(A_1, a_1), \dots, (A_n, a_n)$  un ensemble de points pondérés, alors

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n a_i} \left( \sum_{i=1}^n a_i \overrightarrow{OA_i} \right) \quad (\text{C.2})$$

**Théorème C.1** (Isobarycentre d'un triangle quelconque). Soit un triangle quelconque ABC, où  $\overrightarrow{AA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{BB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ . alors on obtient G l'isobarycentre de ABC de coordonnées

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AG} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'} \\ \overrightarrow{BG} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'} \\ \overrightarrow{CG} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'} \end{aligned}$$

*Démonstration.* On considère les points pondérés  $(A, 1), (B, 1), (C, 1)$ . Alors selon la définition C.2, on a pour  $\overrightarrow{AG}$  de C.1 :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AG} &= \frac{1}{\sum_{i=1}^3 a_i} \left( \sum_{i=1}^3 a_i \overrightarrow{AA_i} \right) \\ &= \frac{1}{3} (\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \frac{1}{3} (\vec{0} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C}) \end{aligned}$$

et comme nous avons défini A' milieu de [BC] alors  $\overrightarrow{A'B} = -\overrightarrow{A'C}$ , d'où :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AG} &= \frac{1}{3} (\vec{0} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C}) \\ &= \frac{1}{3} 2\overrightarrow{AA'} \end{aligned}$$

Par le même raisonnement, nous pouvons prouver les deux autres assertions du théorème.  $\square$

**Théorème C.2** (Théorème de Varignon). Si ABCD est un quadrilatère quelconque et I, J, K, L les milieux de ses côtés, alors IJKL est un parallélogramme.

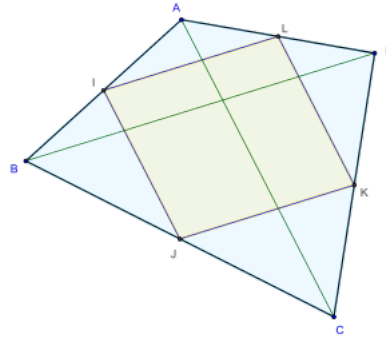


FIGURE C.1 – Illustration du théorème de Varignon

*Démonstration.* Soit le quadrilatère quelconque ABCD présenté ci-dessus et I, J, K, L milieux respectifs de [AB], [BC], [CD], et [AD].

On sait que :

$$\begin{aligned} \|\vec{IJ}\| &= \|\vec{IB} + \vec{BJ}\| \\ &= \left\| \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} \right\| \\ &= \frac{1}{2}\|\vec{AC}\| = \|\vec{LK}\| \end{aligned}$$

et de la même façon, on retrouve également :  $\|\vec{JK}\| = \|\vec{IL}\| = \frac{1}{2}\|\vec{BD}\|$

Nous venons de montrer que [IJ] et [LK] sont parallèles entre eux et de même longueur, tout comme les segments [IL] et [JK]. Aussi nous en déduisons que IJKL est bien un parallélogramme  $\square$

**Corollaire C.1.** Les médianes d'un quadrilatère (qui joignent les milieux des côtés et sont les diagonales du parallélogramme), et la droite qui joint les milieux des diagonales sont concourantes au centre de gravité G du quadrilatère, qui est leur milieu.

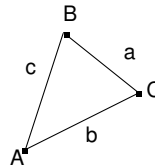


FIGURE C.2 – Triangle quelconque pour le Theorème d'Al-Kashi

**Théorème C.3** (Théorème de Al-Kashi). Le théorème d'Al-Kashi (ou loi des cosinus) qui généralise le théorème de Pythagore aux triangles quelconques assurent que pour un triangle ABC défini tel que sur la figure C.2, nous avons

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\hat{C}AB) \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\hat{A}BC) \\ c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos(\hat{B}CA) \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

avec  $AB = c, BC = a, CA = b$ , ce qui revient à dire :

$$\begin{aligned} \hat{C}AB &= \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \\ \hat{A}BC &= \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \\ \hat{B}CA &= \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ba}\right) \end{aligned}$$

*Démonstration.* Rappelons que  $AB = c, BC = a, CA = b$ . En utilisant la définition du produit scalaire, nous savons que

$$\begin{aligned} a^2 &= \|\vec{BC}\|^2 \\ &= \|\vec{BA} + \vec{AC}\|^2 \\ &= \|\vec{AC} - \vec{AB}\|^2 \end{aligned}$$

En s'appuyant sur la formule de l'identité remarquable qui nous dit que

$$\forall \vec{u}, \vec{v}, \quad \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v}$$

et comme  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ ,

$$\begin{aligned} a^2 &= \|\vec{AC}\|^2 + \|\vec{AB}\|^2 - 2\|\vec{AC}\| \cdot \|\vec{AB}\| \cos(\vec{AC}, \vec{AB}) \\ &= b^2 + c^2 - 2bc \cos(\vec{AC}, \vec{AB}) \\ &= b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha) \end{aligned}$$

De la même manière, nous pouvons retrouver les autres équations de (C.3) :

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) \\ c^2 &= b^2 + a^2 - 2ba \cos(\vec{CB}, \vec{CA}) \end{aligned}$$

□

### Détermination de la droite d'équation du plan issu d'un triangle

Soit un triangle ABC quelconque. Prenons deux vecteurs  $u, v \in \mathbb{R}^3$  issus des points de ce triangle ; alors nous pouvons définir, (d) la droite d'équation du plan associé au triangle :

$$\begin{aligned} (d) : [u, v, x] &= 0 & \forall x \in \mathbb{R}^3 \\ x_1(u_2v_3 - u_3v_2) + x_2(u_3v_1 - x_1v_3) + x_3(u_1v_2 - x_2v_1) &= 0 \end{aligned}$$



*Démonstration.* Montrons que la droite d'équation (d) reste la même quel que soit le couple de vecteurs  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}), (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}), (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$  choisis dans le triangle ABC.

Supposons choisi le couple de vecteur  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  de ABC définissant le plan du triangle et (d) la droite d'équation de la forme qui lui est associée. Par ailleurs, nous pouvons expliciter (d) :

$$\begin{aligned} (d) : [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, x] &= 0 & x &= (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3 \\ (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot x &= 0 \\ (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})_1 x_1 + (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})_2 x_2 + (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})_3 x_3 &= 0 \end{aligned}$$

D'autre part, nous savons que :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{AB} \wedge (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) & \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \wedge \overrightarrow{AC} \\ &= \underbrace{\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AB}}_{=\vec{0}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC} & &= \underbrace{\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AC}}_{=\vec{0}} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{AC} \\ &= -\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BC} & &= \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA} & &= -\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{CB} \\ & & &= \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{CB} \end{aligned}$$

et donc nous en déduisons que la droite d'équation (d) sera la même quel que soit le couple  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}), (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}), (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$  choisis.

□

### Détermination de la normale d'un plan

Considérons un plan  $\mathcal{P}$ , dont la droite d'équation (d) est de la forme  $ax + by + cz + d = 0$  avec  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . On définit la normale de  $\mathcal{P}$  comme le vecteur  $n$  orthogonal à  $\mathcal{P}$ , donc nous pouvons définir une formule explicite de  $n$  :

$$n = \pm \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad (\text{C.4})$$

# CHAPITRE D:

## OUTILS MATHÉMATIQUES UTILISÉS

---

**Définition D.1** (Produit scalaire). On construit le produit scalaire  $u \cdot v$  entre deux vecteurs  $u, v \in \mathbb{R}^n$  :

$$u \cdot v = \sum_{i=0}^n u_i v_i$$

**Définition D.2** (norme euclidienne). On considère dans ce rapport la norme euclidienne  $\|\cdot\|_2$  d'un vecteur  $u \in \mathbb{R}^n$  tel que

$$\|u\|_2 = \sqrt{(u \cdot u)}$$

et nous utiliserons par abus de notation  $\|\cdot\|_2 = \|\cdot\|$

**Définition D.3** (Produit vectoriel). On définit le produit vectoriel  $u \wedge v$  entre deux vecteurs  $u, v \in \mathbb{R}^3$  tel que :

$$u \wedge v = \begin{pmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_3 - u_3 v_1 \end{pmatrix}$$

**Proposition D.1.** Soit les propriétés du produit vectoriel suivantes :

- Distributivité :  $\forall x, y, z \in \mathbb{R}^n, x \wedge (y + z) = x \wedge y + x \wedge z$
- multiplicateur scalaire :  $\forall \lambda \in \mathbb{R}, \forall x, y \in \mathbb{R}^n, \lambda(x \wedge y) = \lambda x \wedge y = x \wedge \lambda y$
- antisymétrie :  $\forall x, y \in \mathbb{R}^n, x \wedge y = -y \wedge x$

*Démonstration.* • Distributivité :  $\forall x, y, z \in \mathbb{R}^n,$

$$\begin{aligned} x \wedge (y + z) &= \begin{pmatrix} x_2(y_3 + z_3) - x_3(y_2 + z_2) \\ x_3(y_1 + z_1) - x_1(y_3 + z_3) \\ x_1(y_2 + z_2) - x_2(y_1 + z_1) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ x_1 y_3 - x_3 y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 z_3 - x_3 z_2 \\ x_3 z_1 - x_1 z_3 \\ x_1 z_3 - x_3 z_1 \end{pmatrix} \\ &= x \wedge y + x \wedge z \end{aligned}$$

- multiplicateur scalaire :  $\forall \lambda \in \mathbb{R}, \forall x, y \in \mathbb{R}^n$

$$\begin{aligned}
 \lambda(x \wedge y) &= \lambda \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ x_1 y_3 - x_3 y_1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \lambda(x_2 y_3 - x_3 y_2) \\ \lambda(x_3 y_1 - x_1 y_3) \\ \lambda(x_1 y_3 - x_3 y_1) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \lambda x_2 y_3 - \lambda x_3 y_2 \\ \lambda x_3 y_1 - \lambda x_1 y_3 \\ \lambda x_1 y_3 - \lambda x_3 y_1 \end{pmatrix} \\
 &= \lambda x \wedge y \\
 &= \lambda y \wedge x
 \end{aligned}$$

- antisymétrie :  $\forall x, y \in \mathbb{R}^n$

$$\begin{aligned}
 x \wedge y &= \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ x_1 y_3 - x_3 y_1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -(x_3 y_2 - x_2 y_3) \\ -(x_1 y_3 - x_3 y_1) \\ -(x_3 y_1 - x_1 y_3) \end{pmatrix} \\
 &= -y \wedge x
 \end{aligned}$$

□

**Définition D.4** (Produit mixte). Soient  $x, y, z \in \mathbb{R}^3$ , alors on définit le produit mixte  $[x, y, z]$  tel que :

$$\begin{aligned}
 [x, y, z] &= (x \wedge y) \cdot z \\
 &= z_1(x_2 y_3 - x_3 y_2) + z_2(x_3 y_1 - x_1 y_3) + z_3(x_1 y_2 - x_2 y_1)
 \end{aligned}$$

**Proposition D.2.** Soient  $x, y, z \in \mathbb{R}^3$ . Alors le produit mixte  $[x, y, z]$  admet les propriétés suivantes :

- $[x, y, z] = -[z, y, x]$
- $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^3, [x_1 + x_2, y, z] = [x_1, y, z] + [x_2, y, z]$
- $\forall \lambda \in \mathbb{R}, [\lambda x, y, z] = \lambda[x, y, z]$

**Démonstration.** 1.  $[x, y, z] = -[z, y, x]$  :

$$\begin{aligned}
 [x, y, z] &= (x \wedge y) \cdot z \\
 &= -(y \wedge x) \cdot z \\
 &= -z \cdot (y \wedge x) \\
 &= -[z, y, x]
 \end{aligned}$$

X

2.  $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}^3, [x_1 + x_2, y, z] = [x_1, y, z] + [x_2, y, z]$  *par distributivité du produit vectoriel*

3.  $\forall \lambda \in \mathbb{R}, [\lambda x, y, z] = \lambda [x, y, z]$  *par la propriété du multiplicateur scalaire du produit vectoriel*

□



## BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] Christian Ausoni. Espaces euclidiens. Licence 2ème année Mathématiques , Université Paris XIII.
- [2] ESINSA. T.p. télécommunications, option télécommunication-téledétection : Les antennes. [users.polytech.unice.fr/.../elec5/tp\\_telecom/epu\\_elec5\\_tr\\_tp\\_telecom\\_1\\_antennes.pdf](http://users.polytech.unice.fr/.../elec5/tp_telecom/epu_elec5_tr_tp_telecom_1_antennes.pdf).
- [3] Dominic Grenier. Antennes et propagation radio. Département de génie électrique et de génie informatique, Université Laval, Hiver 2020.
- [4] F6EVT J.P. Quintin et. Antenne cornet pyramidal optimum. [www.f6evt.fr/f6evt\\_fr/antenne-cornet-pyramidal.pdf](http://www.f6evt.fr/f6evt_fr/antenne-cornet-pyramidal.pdf).
- [5] Benoît Lizé. *Fast direct solver for the boundary element method in electromagnetism and acoustics : H-Matrices. Parallelism and industrial applications*. Theses, Université Paris-Nord - Paris XIII, June 2014.
- [6] Jean-Claude Nédélec. *Acoustic and Electromagnetic Equations : Integral Representations for Harmonic Problems*, volume Applied Mathematical Sciences 144. Springer, New York, NY, 2001.