Faire de la bio en cours de math ? L'exemple des amibes en mouvement

Hatem ZAAG
CNRS et LAGA Université Paris-Nord

Nancy
17 novembre 2016

Sommaire

Sommaire

Sommaire

Sommaire

Introduction : de la modélisation en physique et en biologie

Introduction : de la modélisation en physique et en biologie

Avant de savoir si l'on peut

"faire de la bio en cours de maths",

Introduction : de la modélisation en physique et en biologie

Avant de savoir si l'on peut

"faire de la bio en cours de maths",

je vous pose une question d'abord :

"Faites-vous (ou avez-vous fait) des maths en cours de bio ?"

Introduction : de la modélisation en physique et en biologie

Avant de savoir si l'on peut

"faire de la bio en cours de maths",

je vous pose une question d'abord :

"Faites-vous (ou avez-vous fait) des maths en cours de bio ?"

L'observation de manuels de physique et de biologie (du lycée) montre clairement que *la physique est plus "mathématisée" que la biologie*.

Introduction : de la modélisation en physique et en biologie

Avant de savoir si l'on peut

"faire de la bio en cours de maths",

je vous pose une question d'abord :

"Faites-vous (ou avez-vous fait) des maths en cours de bio ?"

L'observation de manuels de physique et de biologie (du lycée) montre clairement que *la physique est plus "mathématisée" que la biologie*.
En cause, *l'imbrication très forte des échelles en biologie* (ADN, cellules, tissus, organes, individus, et... population).

Sommaire

Invitation à une démarche scientifique

En Apprentis Scientifiques,

Invitation à une démarche scientifique

En Apprentis Scientifiques, essayons de partir du phénomène naturel, pour aller

Invitation à une démarche scientifique

En Apprentis Scientifiques, essayons de partir du phénomène naturel, pour aller aux prévisions,

Invitation à une démarche scientifique

En Apprentis Scientifiques, essayons de partir du phénomène naturel, pour aller aux prévisions, en passant par un modèle mathématique et une simulation numérique (par ordinateur).

Un exemple : la chémotaxie. Cas de l'amibe Dictyostellium Discoideum

Un exemple : la chémotaxie. Cas de l'amibe Dictyostellium Discoideum

La chémotaxie.

Un exemple : la chémotaxie. Cas de l'amibe Dictyostellium Discoideum

La chémotaxie.
On parle aussi de chimiotactisme, chimiotaxie ou encore *chemotaxis* en anglais.

Définitions :

Un exemple : la chémotaxie. Cas de l'amibe Dictyostellium Discoideum

La chémotaxie.
On parle aussi de chimiotactisme, chimiotaxie ou encore *chemotaxis* en anglais.

Définitions :

- **Chémotaxie :** mouvement de bactéries, amibes, cellules, sous l'influence d'une substance chimique, le chimioattracteur.

Un exemple : la chémotaxie. Cas de l'amibe Dictyostellium Discoideum

La chémotaxie.
On parle aussi de chimiotactisme, chimiotaxie ou encore *chemotaxis* en anglais.

Définitions :

- **Chémotaxie :** mouvement de bactéries, amibes, cellules, sous l'influence d'une substance chimique, le chimioattracteur.
- **Dictyostellium Discoideum** :

Un exemple : la chémotaxie. Cas de l'amibe Dictyostellium Discoideum

La chémotaxie.
On parle aussi de chimiotactisme, chimiotaxie ou encore *chemotaxis* en anglais.

Définitions :

- **Chémotaxie :** mouvement de bactéries, amibes, cellules, sous l'influence d'une substance chimique, le chimioattracteur.
- **Dictyostellium Discoideum** : c'est une amibe,

Un exemple : la chémotaxie. Cas de l'amibe Dictyostellium Discoideum

La chémotaxie.
On parle aussi de chimiotactisme, chimiotaxie ou encore *chemotaxis* en anglais.

Définitions :

- **Chémotaxie :** mouvement de bactéries, amibes, cellules, sous l'influence d'une substance chimique, le chimioattracteur.
- **Dictyostellium Discoideum** : c'est une amibe, donc un être vivant unicellulaire,

Un exemple : la chémotaxie. Cas de l'amibe Dictyostellium Discoideum

La chémotaxie.
On parle aussi de chimiotactisme, chimiotaxie ou encore *chemotaxis* en anglais.

Définitions :

- **Chémotaxie :** mouvement de bactéries, amibes, cellules, sous l'influence d'une substance chimique, le chimioattracteur.
- **Dictyostellium Discoideum** : c'est une amibe, donc un être vivant unicellulaire, qui vit sur les tapis de feuilles mortes dans les forêts, se nourrissant de bactéries et de levures. Elle se reproduit par division cellulaire (une cellule mère donne deux cellules filles). Elle est utilisée comme organisme modèle de laboratoire. Elle est également appelée « amibe sociale ».

Vidéo 1 : Observation du phénomène naturel

(chargement video 1)

Source : P. Devreotes, Johns Hopkins Medical Institutions, Baltimore, États-Unis (dictybase.org).

6 minutes entre 2 séquences.

Titre : Agrégation d'amibes, en milieu naturel.

Analyse de la vidéo 1

Analyse de la vidéo 1

Observation : Les amibes semblent attirées vers un point unique....

Analyse de la vidéo 1

Observation : Les amibes semblent attirées vers un point unique....

Question : Qu'est-ce qui les attire ?

Analyse de la vidéo 1

Observation : Les amibes semblent attirées vers un point unique....

Question : Qu’est-ce qui les attire ?

Hypothèse à tester : Est-ce sous l’effet d’une substance chimique ?

Vidéo 2 : Expérimentation en laboratoire

.

(chargement video 2)

Source : G. Gerisch, Max Planck Institut für Biochemie, Martinsried, Allemagne. (dictybase.org).

Temps en minutes et secondes.

Titre : L'expérimentateur et les amibes, au labo.

Analyse de la vidéo 2

Analyse de la vidéo 2

Observation :

Analyse de la vidéo 2

Observation : Les amibes semblent attirées par la substance chimique au bout de la pipette....

Analyse de la vidéo 2

Observation : Les amibes semblent attirées par la substance chimique au bout de la pipette....
Critique :

Analyse de la vidéo 2

Observation : Les amibes semblent attirées par la substance chimique au bout de la pipette....
Critique : La substance de la pipette n'est peut-être pas "seule" responsable du mouvement ?

Analyse de la vidéo 2

Observation : Les amibes semblent attirées par la substance chimique au bout de la pipette....
Critique : La substance de la pipette n'est peut-être pas "seule" responsable du mouvement ?
Peut-être que les amibes bougent "toutes seules" comme dans la vidéo 1 en milieu naturel ?

Vidéo 3 : Nouvelle expérimentation en laboratoire

(chargement video 3)

Source : G. Gerisch, Max Planck Institut für Biochemie, Martinsried, Allemagne. (dictybase.org).

Temps en minutes et secondes.

Titre : Mouvement d'une seule cellule vers la pipette.

Analyse de la vidéo 3

Analyse de la vidéo 3

Observation :

Analyse de la vidéo 3

Observation : La substance dans la pipette exerce un réel pouvoir d'attraction sur l'amibe.

Analyse de la vidéo 3

Observation : La substance dans la pipette exerce un réel pouvoir d'attraction sur l'amibe.

Explication :

Analyse de la vidéo 3

Observation : La substance dans la pipette exerce un réel pouvoir d'attraction sur l'amibe.

Explication : Cette substance s'appelle le cyclo-Adénosine-Mono-Phosphate (ou cAMP en abrégé).

Analyse de la vidéo 3

Observation : La substance dans la pipette exerce un réel pouvoir d'attraction sur l'amibe.

Explication : Cette substance s'appelle le cyclo-Adénosine-Mono-Phosphate (ou cAMP en abrégé).

Il se trouve qu'elle existe naturellement à l'intérieur de l'amibe.....

Analyse de la vidéo 3

Observation : La substance dans la pipette exerce un réel pouvoir d'attraction sur l'amibe.

Explication : Cette substance s'appelle le cyclo-Adénosine-Mono-Phosphate (ou cAMP en abrégé).

Il se trouve qu'elle existe naturellement à l'intérieur de l'amibe.....
Est-ce que cela nous aiderait pour comprendre la vidéo 1 ?

Explication (d'après D. Horstmann)

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.
2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.

2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.

3. Une amibe sécrète cAMP qui attire les autres.

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.
2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.
3. Une amibe sécrète cAMP qui attire les autres.
4. Les amibes bougent en direction de l'amibe fondatrice, et sécrètent le cAMP (vidéo 1).

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.
2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.
3. Une amibe sécrète cAMP qui attire les autres.
4. Les amibes bougent en direction de l'amibe fondatrice, et sécrètent le cAMP (vidéo 1).
5. Agrégation et début de différenciation.

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.
2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.
3. Une amibe sécrète cAMP qui attire les autres.
4. Les amibes bougent en direction de l'amibe fondatrice, et sécrètent le cAMP (vidéo 1).
5. Agrégation et début de différenciation.
6. Formation d'un pseudoplasmoïd (multicellulaire).

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.
2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.
3. Une amibe sécrète cAMP qui attire les autres.
4. Les amibes bougent en direction de l'amibe fondatrice, et sécrètent le cAMP (vidéo 1).
5. Agrégation et début de différenciation.
6. Formation d'un pseudoplasmoïd (multicellulaire).
7. Le pseudoplasmoïd bouge en direction des sources de lumière.

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.
2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.
3. Une amibe sécrète cAMP qui attire les autres.
4. Les amibes bougent en direction de l'amibe fondatrice, et sécrètent le cAMP (vidéo 1).
5. Agrégation et début de différenciation.
6. Formation d'un pseudoplasmoïd (multicellulaire).
7. Le pseudoplasmoïd bouge en direction des sources de lumière.
8. Formation d'un corps fructifiant et émission de spores.

Explication (d'après D. Horstmann)

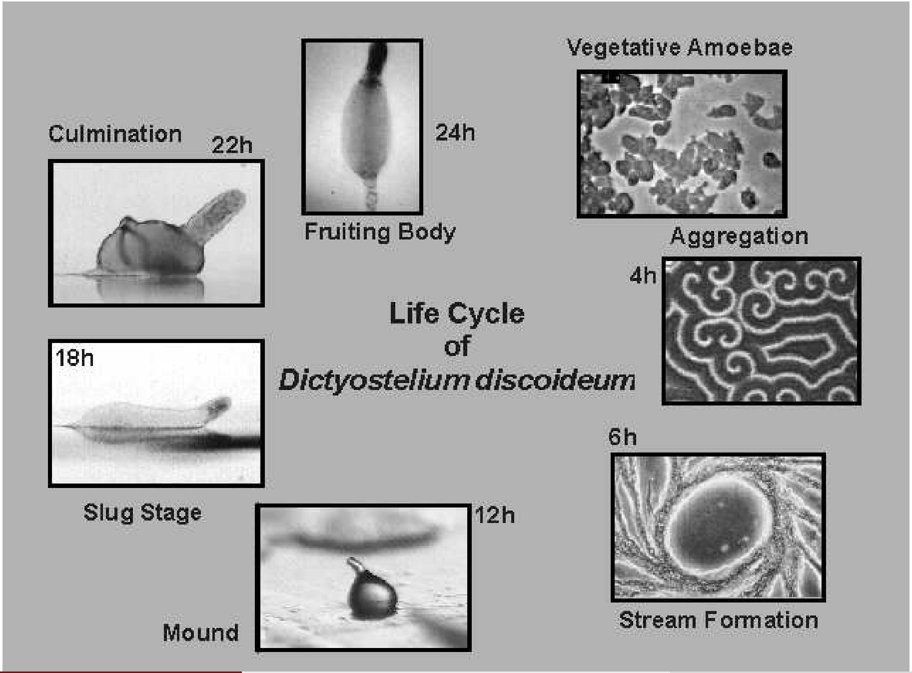
1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.
2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.
3. Une amibe sécrète cAMP qui attire les autres.
4. Les amibes bougent en direction de l'amibe fondatrice, et sécrètent le cAMP (vidéo 1).
5. Agrégation et début de différenciation.
6. Formation d'un pseudoplasmoïd (multicellulaire).
7. Le pseudoplasmoïd bouge en direction des sources de lumière.
8. Formation d'un corps fructifiant et émission de spores. Les amibes du bas restent dans le milieu hostile, et....

Explication (d'après D. Horstmann)

1. Dictyostelium Discoideum est un organisme unicellulaire qui se reproduit par division cellulaire tant que les ressources du milieu en nourriture sont suffisantes.
2. Lorsque les ressources sont épuisées, les amibes occupent tout l'espace disponible.
3. Une amibe sécrète cAMP qui attire les autres.
4. Les amibes bougent en direction de l'amibe fondatrice, et sécrètent le cAMP (vidéo 1).
5. Agrégation et début de différenciation.
6. Formation d'un pseudoplasmoïd (multicellulaire).
7. Le pseudoplasmoïd bouge en direction des sources de lumière.
8. Formation d'un corps fructifiant et émission de spores. Les amibes du bas restent dans le milieu hostile, et.... meurent !

Et le cycle recommence (naissance d'amibes....)

Et le cycle recommence (naissance d'amibes....)



Dictyostelium Discoideum : un cas unique dans la nature

Dictyostelium Discoideum : un cas unique dans la nature

Commentaires :

- La majorité des amibes restent dans le milieu hostile et meurent :

Dictyostelium Discoideum : un cas unique dans la nature

Commentaires :

- La majorité des amibes restent dans le milieu hostile et meurent : c'est une sorte de suicide pour la survie de l'espèce.

Dictyostelium Discoideum : un cas unique dans la nature

Commentaires :

- La majorité des amibes restent dans le milieu hostile et meurent : c'est une sorte de suicide pour la survie de l'espèce.
- Pour sa survie, le Dictyostelium passe le stade multi-cellulaire.

Dictyostelium Discoideum : un cas unique dans la nature

Commentaires :

- La majorité des amibes restent dans le milieu hostile et meurent :
  c'est une sorte de suicide pour la survie de l'espèce.
- Pour sa survie, le Dictyostelium passe le stade multi-cellulaire.
  Il mérite donc bien son qualificatif "d'amibe sociale" (voir plus haut).

Dictyostelium Discoideum : un cas unique dans la nature

Commentaires :

- La majorité des amibes restent dans le milieu hostile et meurent : c'est une sorte de suicide pour la survie de l'espèce.
- Pour sa survie, le Dictyostelium passe le stade multi-cellulaire. Il mérite donc bien son qualificatif "d'amibe sociale" (voir plus haut). Ceci dit, en temps normal, c'est un être unicellulaire.

Dictyostelium Discoideum : un cas unique dans la nature

Commentaires :

- La majorité des amibes restent dans le milieu hostile et meurent :
  c'est une sorte de suicide pour la survie de l'espèce.
- Pour sa survie, le Dictyostelium passe le stade multi-cellulaire.
  Il mérite donc bien son qualificatif "d'amibe sociale" (voir plus haut).
  Ceci dit, en temps normal, c'est un être unicellulaire.

Finalement, l'espèce Dictyostelium Discoideum,

Dictyostelium Discoideum : un cas unique dans la nature

Commentaires :

- La majorité des amibes restent dans le milieu hostile et meurent :
  c'est une sorte de suicide pour la survie de l'espèce.
- Pour sa survie, le Dictyostelium passe le stade multi-cellulaire.
  Il mérite donc bien son qualificatif "d'amibe sociale" (voir plus haut).
  Ceci dit, en temps normal, c'est un être unicellulaire.

Finalement, l'espèce Dictyostelium Discoideum, c'est multi ou uni-cellulaire ?

On est en droit de se le demander....

Intérêt du D. Discoideum pour la recherche médicale

Intérêt du D. Discoideum pour la recherche médicale

C'est un "modèle de laboratoire" simple et facile à trouver, pour l'étude du chimiotactisme, phénomène naturel qui intervient chez des organismes supérieurs aussi (différenciation, cancer, etc...)

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.

-

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.

- le temps t.

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.

- le temps t.

- les variables d'espace :

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.

- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x,

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.

- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

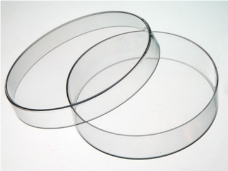
D'abord, les variables pour se repérer.

- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

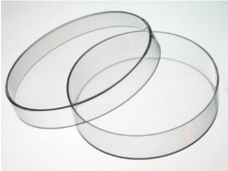
- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

Dans une boîte de Petri,

peut-on simplifier le repérage ?

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

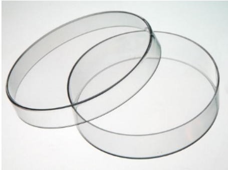
- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

Dans une boîte de Petri,

peut-on simplifier le repérage ?
Oui, car la hauteur est très petite, donc, on peut supposer z constante, et ne pas en tenir compte.

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

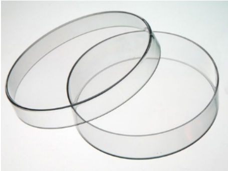
Dans une boîte de Petri,

peut-on simplifier le repérage ?
Oui, car la hauteur est très petite, donc, on peut supposer z constante, et ne pas en tenir compte.

On se retrouve donc avec deux coordonnées :

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

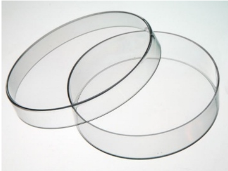
Dans une boîte de Petri,

peut-on simplifier le repérage ?
Oui, car la hauteur est très petite, donc, on peut supposer z constante, et ne pas en tenir compte.

On se retrouve donc avec deux coordonnées : l'abscisse x et

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

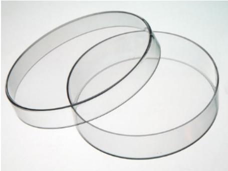
Dans une boîte de Petri,

peut-on simplifier le repérage ?
Oui, car la hauteur est très petite, donc, on peut supposer z constante, et ne pas en tenir compte.

On se retrouve donc avec deux coordonnées : l'abscisse x et l'ordonnée y.

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

Dans une boîte de Petri,

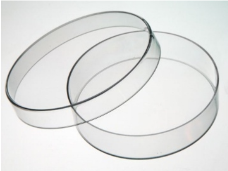
peut-on simplifier le repérage ?
Oui, car la hauteur est très petite, donc, on peut supposer z constante, et ne pas en tenir compte.

On se retrouve donc avec deux coordonnées : l'abscisse x et l'ordonnée y.

Bilan :

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

Dans une boîte de Petri,

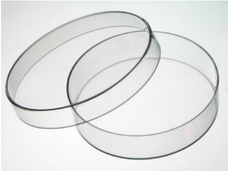
peut-on simplifier le repérage ?
Oui, car la hauteur est très petite, donc, on peut supposer z constante, et ne pas en tenir compte.

On se retrouve donc avec deux coordonnées : l'abscisse x et l'ordonnée y.

Bilan :
Dans le cas général : on aura

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

Dans une boîte de Petri,

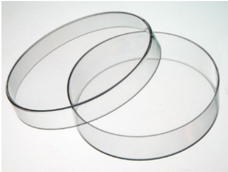
peut-on simplifier le repérage ?
Oui, car la hauteur est très petite, donc, on peut supposer z constante, et ne pas en tenir compte.

On se retrouve donc avec deux coordonnées : l'abscisse x et l'ordonnée y.

Bilan :
Dans le cas général : on aura 1+3 coordonnées : t, x, y et z ;
Dans la boîte de Petri : on aura

Modélisation (simplifiée) de la chimiotaxie

D'abord, les variables pour se repérer.



- le temps t.

- les variables d'espace : l'abscisse x, l'ordonnée y et la hauteur z.

Dans une boîte de Petri,

peut-on simplifier le repérage ?
Oui, car la hauteur est très petite, donc, on peut supposer z constante, et ne pas en tenir compte.

On se retrouve donc avec deux coordonnées : l'abscisse x et l'ordonnée y.

Bilan :
Dans le cas général : on aura 1+3 coordonnées : t, x, y et z ;
Dans la boîte de Petri : on aura 1+2 = 3 coordonnées : t, x et y.

Modélisation de la chémotaxie (suite)

Modélisation de la chémotaxie (suite)

Maintenant, les quantités à mesurer :

Modélisation de la chémotaxie (suite)

Maintenant, les quantités à mesurer :
ce sont les protagonistes de l'histoire en quelque sorte....

Modélisation de la chémotaxie (suite)

Maintenant, les quantités à mesurer :
ce sont les protagonistes de l'histoire en quelque sorte....

- les amibes, de densité $n(x, y, t)$.

Modélisation de la chémotaxie (suite)

Maintenant, les quantités à mesurer :
ce sont les protagonistes de l'histoire en quelque sorte....

- les amibes, de densité $n(x, y, t)$.
- le cAMP, de concentration $c(x, y, t)$.

n et c vérifient un système d'équations couplées

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \mathrm{div}(\nabla n) + \mathrm{div}(-n\nabla c), \\
\eta \frac{\partial c}{\partial t} &= \mathrm{div}(\nabla c) + n
\end{aligned}
$$

avec $\eta \geq 0$.

n et c vérifient un système d'équations couplées

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \operatorname{div}(\nabla n) + \operatorname{div}(-n\nabla c), \\
\eta\frac{\partial c}{\partial t} &= \operatorname{div}(\nabla c) + n
\end{aligned}
$$

avec $\eta \geq 0$.

Dans la suite, on prend $\eta = 0$. On obtient un système plus simple :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \Delta n + \operatorname{div}(-n\nabla c), \\
0 &= \Delta c + n.
\end{aligned}
$$

n et c vérifient un système d'équations couplées

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \operatorname{div}(\nabla n) + \operatorname{div}(-n\nabla c), \\
\eta \frac{\partial c}{\partial t} &= \operatorname{div}(\nabla c) + n
\end{aligned}$$

avec $\eta \geq 0$.
Dans la suite, on prend $\eta = 0$. On obtient un système plus simple :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \Delta n + \operatorname{div}(-n\nabla c), \\
0 &= \Delta c + n.
\end{aligned}$$

Ce système d'équations a une propriété remarquable :

n et c vérifient un système d'équations couplées

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \mathrm{div}(\nabla n) + \mathrm{div}(-n\nabla c),\\
\eta\frac{\partial c}{\partial t} &= \mathrm{div}(\nabla c) + n
\end{aligned}
$$

avec $\eta \geq 0$.
Dans la suite, on prend $\eta = 0$. On obtient un système plus simple :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \Delta n + \mathrm{div}(-n\nabla c),\\
0 &= \Delta c + n.
\end{aligned}
$$

Ce système d'équations a une propriété remarquable : Conservation du nombre total des amibes :

n et c vérifient un système d'équations couplées

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \operatorname{div}(\nabla n) + \operatorname{div}(-n\nabla c),\\
\eta\frac{\partial c}{\partial t} &= \operatorname{div}(\nabla c) + n
\end{aligned}
$$

avec $\eta \geq 0$.
Dans la suite, on prend $\eta = 0$. On obtient un système plus simple :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \Delta n + \operatorname{div}(-n\nabla c),\\
0 &= \Delta c + n.
\end{aligned}
$$

Ce système d'équations a une propriété remarquable : Conservation du nombre total des amibes : Si $M(t)$ est le nombre d'amibes à l'instant t, alors,

n et c vérifient un système d'équations couplées

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= \operatorname{div}(\nabla n) + \operatorname{div}(-n\nabla c),\\ \eta\frac{\partial c}{\partial t} &= \operatorname{div}(\nabla c) + n\end{aligned}$$

avec $\eta \geq 0$.
Dans la suite, on prend $\eta = 0$. On obtient un système plus simple :

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= \Delta n + \operatorname{div}(-n\nabla c),\\ 0 &= \Delta c + n.\end{aligned}$$

Ce système d'équations a une propriété remarquable : Conservation du nombre total des amibes : Si $M(t)$ est le nombre d'amibes à l'instant t, alors, pour tout $t \geq 0$,

$$M(t) = M(0).$$

n et c vérifient un système d'équations couplées

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= \mathrm{div}(\nabla n) + \mathrm{div}(-n\nabla c), \\ \eta\frac{\partial c}{\partial t} &= \mathrm{div}(\nabla c) + n \end{aligned}$$

avec $\eta \geq 0$.
Dans la suite, on prend $\eta = 0$. On obtient un système plus simple :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= \Delta n + \mathrm{div}(-n\nabla c), \\ 0 &= \Delta c + n. \end{aligned}$$

Ce système d'équations a une propriété remarquable : Conservation du nombre total des amibes : Si $M(t)$ est le nombre d'amibes à l'instant t, alors, pour tout $t \geq 0$,

$$M(t) = M(0).$$

Pour simplifier, on note $M > 0$ cette valeur commune.

Si $M < 8\pi$ (cas sous-critique)

Si $M < 8\pi$ (cas sous-critique)

Théorème

(Blanchet-Dolbeault-Perthame) *Si $M < 8\pi$, alors, il n'y a pas de concentration des amibes en un temps fini.*

Si $M < 8\pi$ (cas sous-critique)

Théorème

(Blanchet-Dolbeault-Perthame) *Si $M < 8\pi$, alors, il n'y a pas de concentration des amibes en un temps fini.*

Autrement dit, le phénomène que nous étudions ne se produit pas, si le nombre d'amibes est plus faible que 8π !!!!!

Simulation numérique par ordinateur pour $M < 8\pi$

.

(chargement simulation sous critique)

Source : V. Calvez, CNRS, École Normale Supérieure de Lyon.

Titre : Pas de concentration en temps fini pour $M < 8\pi$.

Si $M > 8\pi$ (cas sur-critique)

Si $M > 8\pi$ (cas sur-critique)

Théorème

Si $M > 8\pi$, alors, il y a concentration des amibes en un temps fini.

Si $M > 8\pi$ (cas sur-critique)

Théorème

Si $M > 8\pi$, alors, il y a concentration des amibes en un temps fini.

Autrement dit, c'est le cas que l'on a observé dans la vidéo 1.

Simulation numérique par ordinateur pour $M > 8\pi$

Source : V. Calvez, CNRS, École Normale Supérieure de Lyon.

.

(chargement simulation sur critique)

Titre : Concentration en temps fini pour $M > 8\pi$.

Autre comportement, toujours pour $M > 8\pi$

.

(chargement simulation sur critique 3 pics)

Source : V. Calvez, CNRS, École Normale Supérieure de Lyon.

Titre : Fusion de 3 pics, puis concentration en temps fini pour $M > 8\pi$.

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir.

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ?

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ? Réponse : car dès qu'on s'en écarte de $\pm\epsilon$ (à cause de diverses incertitudes), on a :

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ? Réponse : car dès qu'on s'en écarte de $\pm\epsilon$ (à cause de diverses incertitudes), on a :

- soit $M = 8\pi - \epsilon$, donc cas sous-critique ;
- soit $M = 8\pi + \epsilon$, donc cas surcritique.

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ? Réponse : car dès qu'on s'en écarte de $\pm\epsilon$ (à cause de diverses incertitudes), on a :

- soit $M = 8\pi - \epsilon$, donc cas sous-critique ;
- soit $M = 8\pi + \epsilon$, donc cas surcritique.

Néanmoins, le cas critique conserve tout son intérêt en math, mieux : on a un nouveau phénomène qui apparaît :

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ? Réponse : car dès qu'on s'en écarte de $\pm\epsilon$ (à cause de diverses incertitudes), on a :

- soit $M = 8\pi - \epsilon$, donc cas sous-critique ;
- soit $M = 8\pi + \epsilon$, donc cas surcritique.

Néanmoins, le cas critique conserve tout son intérêt en math, mieux : on a un nouveau phénomène qui apparaît :

Théorème (Blanchet, Carillo et Masmoudi)

Si $M = 8\pi$, alors, il y a concentration des amibes en un temps infini.

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ? Réponse : car dès qu'on s'en écarte de $\pm\epsilon$ (à cause de diverses incertitudes), on a :

- soit $M = 8\pi - \epsilon$, donc cas sous-critique ;
- soit $M = 8\pi + \epsilon$, donc cas surcritique.

Néanmoins, le cas critique conserve tout son intérêt en math, mieux : on a un nouveau phénomène qui apparaît :

Théorème (Blanchet, Carillo et Masmoudi)

Si $M = 8\pi$, alors, il y a concentration des amibes en un temps infini.

Remarques:

- Ce cas est un peu intermédiaire entre les 2 précédents :

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ? Réponse : car dès qu'on s'en écarte de $\pm\epsilon$ (à cause de diverses incertitudes), on a :

- soit $M = 8\pi - \epsilon$, donc cas sous-critique ;
- soit $M = 8\pi + \epsilon$, donc cas surcritique.

Néanmoins, le cas critique conserve tout son intérêt en math, mieux : on a un nouveau phénomène qui apparaît :

Théorème (Blanchet, Carillo et Masmoudi)

Si $M = 8\pi$, alors, il y a concentration des amibes en un temps infini.

Remarques:

- Ce cas est un peu intermédiaire entre les 2 précédents : il hérite du cas sur-critique la concentration,

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ? Réponse : car dès qu'on s'en écarte de $\pm\epsilon$ (à cause de diverses incertitudes), on a :

- soit $M = 8\pi - \epsilon$, donc cas sous-critique ;
- soit $M = 8\pi + \epsilon$, donc cas surcritique.

Néanmoins, le cas critique conserve tout son intérêt en math, mieux : on a un nouveau phénomène qui apparaît :

Théorème (Blanchet, Carillo et Masmoudi)

Si $M = 8\pi$, alors, il y a concentration des amibes en un temps infini.

Remarques:

- Ce cas est un peu intermédiaire entre les 2 précédents : il hérite du cas sur-critique la concentration, et il hérite du cas sous-critique l'existence pour tout temps.

Et le cas critique $M = 8\pi$?

Physiquement, il est dur à obtenir. Pourquoi ? Réponse : car dès qu'on s'en écarte de $\pm\epsilon$ (à cause de diverses incertitudes), on a :

- soit $M = 8\pi - \epsilon$, donc cas sous-critique ;
- soit $M = 8\pi + \epsilon$, donc cas surcritique.

Néanmoins, le cas critique conserve tout son intérêt en math, mieux : on a un nouveau phénomène qui apparaît :

Théorème (Blanchet, Carillo et Masmoudi)

Si $M = 8\pi$, alors, il y a concentration des amibes en un temps infini.

Remarques:

- Ce cas est un peu intermédiaire entre les 2 précédents : il hérite du cas sur-critique la concentration, et il hérite du cas sous-critique l'existence pour tout temps.
- À cause des instabilités dans la nature et dans les calculs par ordinateur, ce cas est très difficile à mettre en évidence, dans la nature, et dans les simulations.

Récapitulatif pour la chémotaxie

Récapitulatif pour la chémotaxie

- Cas sous-critique: Si $M < 8\pi$, alors il n'y a pas de concentration en temps fini.

Récapitulatif pour la chémotaxie

- Cas sous-critique: Si $M < 8\pi$, alors il n'y a pas de concentration en temps fini.

- Cas sur-critique: Si $M > 8\pi$, alors il y a concentration en temps fini.

Récapitulatif pour la chémotaxie

- Cas sous-critique: Si $M < 8\pi$, alors il n'y a pas de concentration en temps fini.

- Cas sur-critique: Si $M > 8\pi$, alors il y a concentration en temps fini.

- Cas critique: Si $M = 8\pi$, alors il y a concentration en temps infini.

Sommaire

Conclusion

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines :

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie,

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie, physique,

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie, physique, math et

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie, physique, math et informatique.

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie, physique, math et informatique.

Ainsi, on a d'abord fait :

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie, physique, math et informatique.

Ainsi, on a d'abord fait :

- le biologiste, en observant les amibes, dans la nature et en laboratoire ;

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie, physique, math et informatique.

Ainsi, on a d'abord fait :

- le biologiste, en observant les amibes, dans la nature et en laboratoire ;
- le physicien, pour comprendre les mécanismes sous-jascents (merci Newton !!) ;

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie, physique, math et informatique.

Ainsi, on a d'abord fait :

- le biologiste, en observant les amibes, dans la nature et en laboratoire ;
- le physicien, pour comprendre les mécanismes sous-jascents (merci Newton !!) ;
- le mathématicien, pour écrire puis étudier les équations ;

Conclusion

On a tenté d'avoir une démarche scientifique pluridisciplinaire, en travaillant à la frontière entre plusieurs disciplines : biologie, physique, math et informatique.

Ainsi, on a d'abord fait :

- le biologiste, en observant les amibes, dans la nature et en laboratoire ;
- le physicien, pour comprendre les mécanismes sous-jascents (merci Newton !!) ;
- le mathématicien, pour écrire puis étudier les équations ;
- l'informaticien, pour simuler les équations par ordinateur.

Merci !

Et merci pour votre attention.