



MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET CALCUL SCIENTIFIQUE (SUP'GALILÉE)

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES, FINANCE ET ASSURANCE (CENTRALE
MARSEILLE)

RAPPORT DE STAGE DE FIN D'ÉTUDES

**Application de méthodes statistiques et actuarielles
pour l'estimation de la charge en réassurance**

CONFIDENTIEL

Écrit par :
Bouchra ABOUALI

Responsable du stage :
Ali KHAMIS
Tuteur enseignant :
Renaud BOURLÈS
Jean-Stephane
DHERSIN



réinventons / notre métier

11 septembre 2015

Résumé

Durant mes six mois de stage, j'avais comme mission de proposer et d'appliquer des méthodes statistiques et actuarielles. Ces méthodes permettent d'estimer la charge.

Une première période a été consacrée à la collecte d'informations sur le fonctionnement de l'assurance et tout particulièrement de la réassurance.

Le principe de la réassurance est qu'une société d'assurance cède tout ou une partie de son portefeuille, c'est à dire une partie de sa prime et aussi la même partie du sinistre, auprès d'un ou plusieurs réassurances.

La société d'assurance est alors appelée la cédante car elle réalise une cession auprès d'un ou plusieurs réassureurs. AXA a le rôle de réassureur dans ce procédé.

Après avoir découvert les données à exploiter, un travail a été effectué sur les méthodes d'estimation des sinistres. Différentes méthodes ont été testées comme **Chain-ladder**, **London-Chain** et **Grossing_up**.

La méthode la plus utilisée est la méthode Chain-Ladder. Les données sont généralement agrégées par année de survenance et par année de développement (année cédante). Ce modèle permet de calculer une cadence de développement moyenne à partir des données historiques. Ce type de méthode présente l'avantage d'être simple à utiliser.

Ces trois méthodes sont tous caractérisés par une hypothèse commune : les cadences de développement sont constantes par année de survenance. Ils supposent donc que les tendances sont identiques sur la période historique des données et sur les projections futures.

Pour mesurer la fiabilité des méthodes qui ont été appliquées, nous avons effectué un back-test. En comparant les montants estimés et les montants réels, on se retrouve avec un écart important (40%).

Nous avons constaté que cet écart est dû à de nombreux facteurs qui influencent sur les cadences de règlement. Parmi ces facteurs, il y a les changements de comportement de portefeuille ainsi que le retard d'information. L'origine de ce retard réside dans le fait qu'il y a toujours un décalage entre le moment où la cédante règle un sinistre (Date cédante) et le moment où nous recevons l'information du règlement (Date comptable).

Pour prendre en compte ce retard, nous avons étudié le comportement de chaque cédante en calculant des coefficients de retard. Ces coefficients de retard sont calculés grâce à deux informations dont on dispose dans notre portefeuille ; date cédante et date comptable.

Nous avons ensuite utilisé ces coefficients pour créer des groupes de cédante grâce à un algorithme de classification.

Remerciements

Dans un premier temps, je tiens à remercier M. Jean-Philippe MOINEAU de m'avoir accueilli au sein de son service et de m'avoir confié cette mission de stage.

Ensuite, je remercie tout particulièrement M. Ali KHAMIS, mon maître de stage, pour sa disponibilité, ses conseils avisés et l'aide qu'il a pu m'apporter tout au long de mon stage. Je le remercie pour sa patience et surtout pour tout le savoir qu'il m'a transmis.

Mes remerciements vont également à l'ensemble du corps professoral de l'école Sup Galilée et Centrale Marseille pour la qualité de leur enseignement et leur encadrement permanent.

Je remercie également mes tuteurs académique M. Jean-Stephane DHERSIN, professeur de calcul stochastique à Sup Galilée et M. Renaud BOURLÈS professeur d'actuariat à Centrale Marseille, pour leur conseils et leur disponibilité tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Enfin, je remercie l'ensemble de «l'équipe Actuariat Prévoyance Collective » pour leur gentillesse et leur rôle certain dans mon épanouissement personnel lors de ce stage.

Table des matières

1	Introduction	6
2	Présentation de l'étude	7
2.1	Présentation de l'entreprise	7
2.1.1	AXA France	7
2.1.2	Direction Actuariat Assurance de Personnes (DAAP)	7
2.1.3	Service Actuariat Prévoyance Collective (APC)	7
2.2	Contexte de l'étude : le marché de la prévoyance collective	8
2.2.1	AXA et le marché de la santé prévoyance collective	8
2.2.2	Spécificités du périmètre	8
2.3	Les garanties frais de soins et Décès	9
2.3.1	La garantie Frais de soins	9
2.3.2	La garantie Décès	10
3	Contexte scientifique	11
3.1	Extraction des flux :	11
3.1.1	Triangle de développement	11
3.1.2	Segmentation du portefeuille	12
3.2	Méthodes d'estimations classiques	12
3.2.1	Méthode de Chain-Ladder standard	13
3.2.2	Méthode de London Chain	14
3.2.3	Méthode de Grossing-Up	16
4	Applications & Résultats	17
4.1	Chain Ladder	18
4.1.1	Variantes de Chain Ladder	19
4.2	Méthode de London Chain et Grossing-Up	23
4.2.1	Conclusion sur les méthodes classiques	25
5	Mise en place d'un modèle de retard	26
5.1	Classification des cédantes	26
5.1.1	L'algorithme de K-means	27
5.1.2	Coefficients de retard	27
5.2	Application des méthodes de provisionnement sur les classes de cédante	31
5.3	Réajustement des données	34
5.3.1	Réajustement des données	34
5.3.2	Résultat du réajustement	35
5.4	Piste pour la suite du projet	39

TABLE DES MATIÈRES

6 Conclusion	41
Références	42
A Annexe	43
B Glossaire	44

1 Introduction

L'assurance a la spécificité d'avoir un cycle de production inversé : le coût d'un produit n'est connu qu'après sa vente. En effet, dans un premier temps, l'assureur reçoit une prime. Et dans un second temps, ce dernier devra payer à l'assuré un certain montant si un sinistre survient.

Ces primes récoltées sont à la disposition de la compagnie, et lui permettent de ce fait de constituer des réserves pour les sinistres à venir. Ainsi, l'enjeu pour une compagnie est d'évaluer le montant des réserves à constituer afin d'être capable de faire face à toutes les indemnisations qu'elle aura à verser pour les sinistres qui seront survenus pendant la période couverte.

D'après le code des Assurances, Article R 331 -6, la provision pour sinistre à payer est la valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externe, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés.

Cette provision imposée aux assurances par réglementation vise à protéger les assurés, souscripteur et bénéficiaires des contrats.

Le principe de la réassurance est aussi simple que celui de l'assurance. Il s'agit pour la société d'assurance (la cédante) de céder à une société spécialisée (le réassureur) un risque aléatoire contre le règlement d'une prime de réassurance. La société d'assurance est alors appelée la cédante (ou assureur primaire) et elle effectue une cession auprès d'un ou de plusieurs réassureurs (l'assureur secondaire) par un contrat de réassurance.

L'enjeu de la réassurance et de l'assurance en général est que le paiement des sinistres ne s'effectue pas toujours en une fois. Il est donc nécessaire de se constituer des réserves pour que la compagnie d'assurance puisse honorer ses engagements. Etant donné que le montant du sinistre est inconnu au départ, il faut donc l'estimer. Ces estimations sont très importantes, c'est pour cela que de nombreuses méthodes ont été développées.

Une première partie du rapport sera consacrée à la connaissance du périmètre, à l'étude des données.

une seconde partie présentera les méthodes d'estimation.

Nous verrons ensuite le modèle de retard que nous avons construit.

2 Présentation de l'étude

2.1 Présentation de l'entreprise

2.1.1 AXA France

Le groupe AXA est présent dans 59 pays à travers le monde. AXA France, dirigée par Nicolas Moreau, est le premier assureur européen, mais ne représente que 23,5 % du chiffre d'affaires total du groupe AXA en 2013, soit 21,2 Mds d'euros.

L'assurance de personne (individuelle et collective) représente la part la plus importante de l'activité d'AXA France, avec 68 % du chiffre d'affaires (chiffres 2013).

2.1.2 Direction Actuariat Assurance de Personnes (DAAP)

La DAAP regroupe toutes les assurances de personnes, et a pour mission de suivre les engagements d'AXA, aussi bien en assurance individuelle qu'en assurance collectives. Elle doit analyser et estimer la rentabilité des produits et mesurer leurs risques.

2.1.3 Service Actuariat Prévoyance Collective (APC)

Les assurances collectives sont des assurances de groupes pour les personnes présentant des caractéristiques communes au sein de la personne morale qui a conclu un contrat avec la compagnie d'assurance (exemple : cadre d'une entreprise). Elles ont pour but de maîtriser la protection sociale des salariés en prévoyance, santé et retraite.

Le Service Actuariat Prévoyance Collective est en charge de l'évaluation et de l'analyse des résultats techniques et comptables du portefeuille. Ses missions principales sont :

- l'estimation du chiffre d'affaires et de la sinistralité pour l'année en cours,
- le calcul des provisions afin de faire face aux engagements,
- l'analyse de la rentabilité des contrats (Participation aux bénéfices, ...),
- la fiabilité des résultats à destination de la Direction Générale et des actionnaires.

Le Service Actuariat Prévoyance Collective exploite les données fournies par les opérationnels en charge de la gestion des contrats. Les clients du service sont principalement le service comptabilité ainsi que le contrôle de gestion.

Les calculs nécessaires sont effectués contrat par contrat par une équipe d'analystes. L'expérience du portefeuille et la bonne connaissance de l'évolution du marché permettent d'estimer les flux de l'année et de calculer les provisions ainsi que la participation aux bénéfices.

2.2 Contexte de l'étude : le marché de la prévoyance collective

2.2.1 AXA et le marché de la santé prévoyance collective

Afin de se donner une idée de la taille du marché de la santé prévoyance collective pour AXA, voici quelques chiffres en 2013 :

- 4,88 Mds euros de CA, soit 23 % du CA total d'AXA France. L'entreprise est le leader mondial du marché.
- 9,17 millions de personnes couvertes en prévoyance.
- 2,7 millions de personnes couvertes en santé.

2.2.2 Spécificités du périmètre

Le principe de réception des données de la compagnie cédante jusqu'au service d'APC entraîne un décalage dans le temps d'au moins deux années.

Le graphique ci-dessous représente le déroulement de la vie d'un sinistre en réassurance.

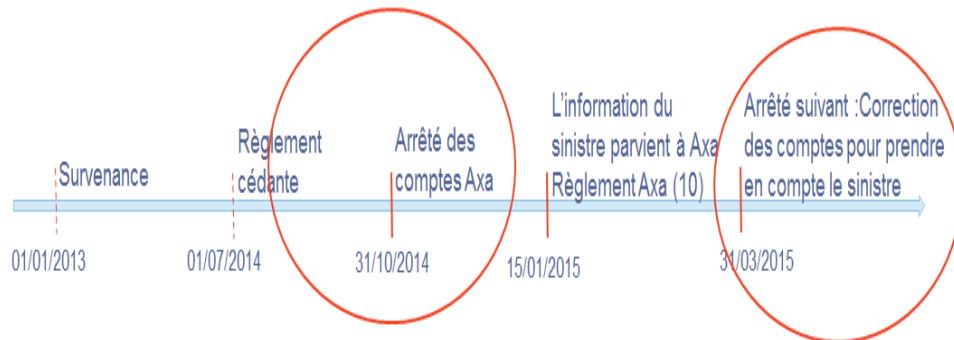


FIGURE 1: Déroulement de la vie d'un sinistre en réassurance

L'estimation de la charge en réassurance nécessite donc de gérer :

- le décalage dans le temps,
- le manque d'information sur l'évolution du contrat (résiliation, baisse de quote-part, changement de marché...),
- le montage du contrat : la nature, la quote-part, le marché...
- les années cédantes (année de comptabilité de la cédante) et non les années comptables (qui correspondent à la comptabilité d'Axa).

2.3 Les garanties frais de soins et Décès

Dans le cadre de ce rapport, on va traiter deux cas de figure correspondant à deux garanties : une garantie Frais de Soins et une garantie Décès. On note que ces deux garanties sont des garanties courtes, c'est-à-dire que le règlement des sinistres se fait presque entièrement les premières années suivant la survenance du sinistre. Ici les sinistres sont rattachés à une année d'origine (année de survenance) et une année cédante.

2.3.1 La garantie Frais de soins

La sécurité sociale ne remboursant pas complètement les dépenses de santé, la complémentaire santé -appelée ici garantie Frais de soins- complète ces remboursements en totalité ou en partie. Légalement, elle doit prendre en charge au minimum les garanties suivantes :

- Intégralité du ticket modérateur sur les consultations, actes et prestations remboursable par l'assurance maladie sous réserve de certaines exception.
- Totalité du forfait journalier hospitalier en cas d'hospitalisation.
- Frais dentaires (prothèses et orthodontie) à hauteur de 125% du tarif conventionnel.
- Frais d'optique de manière forfaitaire par période de 2 ans (annuellement pour les enfants ou en cas d'évolution de la vue) avec un minimum de prise en charge fixé à 100€ pour une correction simple, 150€ pour une correction complexe.

La complémentaire santé peut aussi proposer des prestations supplémentaires, par exemple :

- Tiers-payant
- Service d'assistance(aide-ménagère, garde d'enfants, etc.)
- Prévention et accompagnement(prise en charge de dépistage par exemple)

2.3.2 La garantie Décès

Dans le cadre du régime obligatoire la garantie décès permet aux proches d'une personne de faire face aux frais immédiats entraînés par le décès, notamment les frais d'obsèques. Les caisses primaires d'assurance maladie (CPAM) versent un capital décès égal à trois fois le dernier salaire mensuel du conjoint décédé. Il est attribué en priorité aux personnes qui étaient à la charge totale, effective et permanente de l'assuré décédé. Ce capital ne peut être inférieur à 370,32 € et supérieur à 9258 € (montants depuis le 1^{er} Janvier 2013).

Au regard de la faiblesse des prestations des régimes obligatoires en matière de décès, une couverture complémentaire est particulièrement utile et permet de compléter les prestations des régimes obligatoires. Le montant du capital décès est généralement déterminé en fonction de la rémunération du salarié décédé. Il peut varier en fonction de la situation familiale (majoration pour enfant à charge) et de l'âge de l'assuré au moment du décès.

3 Contexte scientifique

3.1 Extraction des flux :

Notre étude se base sur des triangles de règlements d'historiques comptables, issus de deux branches d'activité.

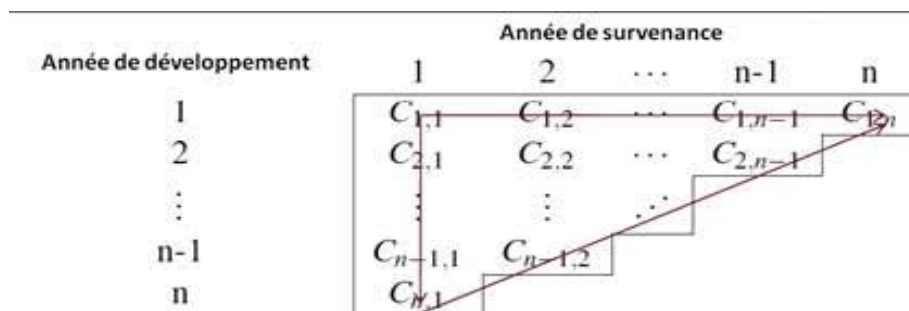
La périodicité des données considérée est annuelle

Nous utiliserons les notations suivantes :

- i l'année de développement (année cédantes)
- j l'année de survenance des sinistres
- $X_{i,j}$ désigne le montant de sinistres incrémentaux, i.e. décumulé.
- $C_{k,j} = \sum_{i=0}^{i=k} X_{i,j}$ désigne le montant de sinistres cumulés correspondant à l'année de survenance j , après k années de développement

3.1.1 Triangle de développement

Le triangle de développement est un mode de représentation de règlement des sinistres utile à leur traitement comptable et à l'application de méthodes actuarielles pour l'estimation de coûts ultimes de sinistres par exercice de survenance. Le triangle de liquidation forme une matrice triangulaire supérieure.



Pour obtenir le montant des provisions, nous devons estimer les montants de la partie inférieure du triangle de développement à partir de l'information disponible dans la partie supérieure de celui-ci

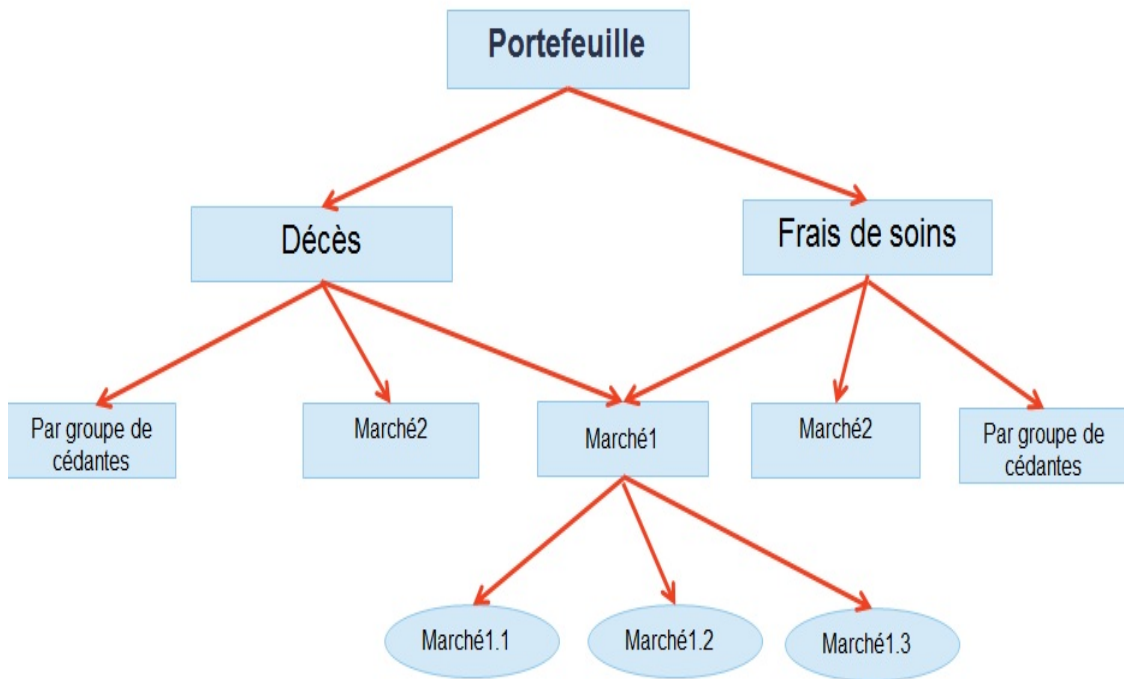
3.1.2 Segmentation du portefeuille

Dans un premier temps nous avons construit un triangle global par garantie.

Nous avons constaté que chaque marché se comporte différemment d'où la nécessité de segmenter notre portefeuille.

Ensuite, on a découpé le marché par segment et dans un dernier temps on a sorti des triangles par groupe de cédante.

Le schéma de segmentation du portefeuille



On a construit au total 7 triangles par garantie.

3.2 Méthodes d'estimations classiques

Nous cherchons ici à présenter les différentes méthodes d'estimation les plus couramment utilisées.

Ces modélisations utilisent des données agrégées et se basent sur des triangles de développement.

Pour calculer les estimations, il est préférable que les données soient les plus homogènes possible.

3.2.1 Méthode de Chain-Ladder standard

La méthode de Chain-Ladder est une méthode déterministe fréquemment utilisée et facile à mettre en œuvre. Elle s'applique à des triangles de paiements cumulés.

Hypothèses 3.1. *Modèle de Chain-Ladder*

- (H1) Les paiements cumulés $C_{i,j}$ des années de survenance i sont indépendants.
- (H2) Il existe des facteurs de développement $f_0, \dots, f_{J-1} > 0$ tels que $\forall 0 \leq i \leq I$ et $\forall 0 \leq j \leq J$, on a :

$$E[C_{i,j}|C_{i,0}, \dots, C_{i,j-1}] = E[C_{i,j}|C_{i,j-1}] = f_{j-1}C_{i,j-1} \quad (1)$$

Remarque 3.1. Les hypothèses 3.1 ne concernent que les moments d'ordre 1. Elles font partie des hypothèses proposées dans le modèle de Mack Chain Ladder(1993) qui portent sur des moments d'ordre supérieur.

- L'hypothèse d'indépendance des sinistres par année de survenance implique d'éliminer les effets des années d'accident sur les données.
- Nous pourrions faire des hypothèses plus fortes sur les séquences $C_{i,0}, C_{i,1}, \dots$ de telle sorte qu'elles forment une chaîne de Markov. $C_{i,j} \prod_{k=0}^{j-1} f_k^{-1}$ forme une martingale pour $j \geq 1$.

Dans la suite, on notera $D_I = \{C_{i,j}; i+j \leq I, 0 \leq j \leq J\}$ l'ensemble des observations en date I (i.e le triangle supérieur).

Lemme 3.1. *Sous les hypothèses 3.1 nous avons : $\forall 1 \leq i \leq I$.*

$$E[C_{i,j}] = E[C_{i,J}|C_{i,I-i}] = C_{i,I-i}f_{I-i}\dots f_{J-1} \quad (2)$$

Pour les coefficients de Chain-Ladder f_j connus, les réserves pour une année d'accident i suivant les observation D_I sont prédites par :

$$E[C_{i,j}|D_I] - C_{i,I-i} = C_{i,I-i}(f_{I-i}\dots f_{J-1} - 1) \quad (3)$$

Cette formule correspond aux réserves best estimate par année d'accident i en date I , conditionnellement aux informations disponibles D_I . Les coefficients de Chain-Ladder sont estimés par :

$$\forall j = 0, \dots, J-1,$$

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}}$$

L'estimateur de CL pour $E[C_{i,j}|D_I]$ est donné par :

$$\forall i+j > 1, \hat{C}_{i,j}^{CL} = \hat{E}[C_{i,j}|D_I] = C_{i,I-i}(\hat{f}_{I-i}\dots \hat{f}_{J-1} - 1)$$

3.2.2 Méthode de London Chain

Les méthodes Chain Ladder reposent sur l'hypothèse de colinéarité des points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{(i=0, \dots, n-j-1)}$ sur une droite passant par l'origine, ce qui n'est pas toujours vérifié. Les méthodes auto-régressives proposent de remplacer cette hypothèse moins contraignante supposant que $C_{i,j+1}$ est fonction affine de $C_{i,j}$ pour un j donné.

Cette méthode consiste à considérer qu'il existe, pour chaque valeur de j , un couple (f_j, a_j) tel que :

$$C_{i,j+1} = f_j C_{i,j} + a_j \quad \text{pour } i \in 0, \dots, n-j-1.$$

Lorsque cela est vrai, on peut considérer que les points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{(i=0, \dots, n-j-1)}$ sont sensiblement alignés.

D'après la méthode MCO (Moindres carrés ordinaires qui est aussi une méthode d'estimation), les paramètres (f_j, a_j) sont déterminés, pour chaque valeur de j , par minimisation de la quantité :

$$\Delta_j = \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - f_j C_{i,j} - a_j)^2$$

On dérive donc cette quantité par rapport à f_j et a_j et on résout le système d'équation :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta_j}{\partial a_j} = 0 \\ \frac{\partial \Delta_j}{\partial f_j} = 0 \end{cases}$$

La solution de ce système est :

$$\hat{f}_j = \frac{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} C_{i,j+1} - \bar{C}_j \bar{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2 - \bar{C}_j^2}$$

Et

$$\hat{a}_j = \bar{C}_{j+1} - \hat{f}_j \bar{C}_j$$

Où

$$\bar{C}_j = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}$$

$$\bar{C}_{j+1} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}$$

La projection du cumul de sinistres se fera à l'aide de la formule :

$$C_{i,j+1} = \hat{f}_j C_{i,j} + \hat{a}_j \quad \text{pour } i > n - j - 1$$

donc

$$C_{i,j+1} = \frac{\frac{1}{n-j} \sum_{u=0}^{n-j-1} C_{i,j} C_{i,j+1} - \bar{C}_j \bar{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j} \sum_{u=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2 - \bar{C}_j^2} C_{i,j} + \bar{C}_{j+1} - \hat{f}_j \bar{C}_j$$

Remarque

Dans le cas où l'on considère le modèle linéaire $C_{i,j+1} = f_j C_{i,j}$, la solution du système est :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2}$$

qui est différente du facteur de développement de la méthode chain ladder standard :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}$$

3.2.3 Méthode de Grossing-Up

La méthode grossing-up est basée sur le modèle suivant :

(i) Il y a des paramètres $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n \in [0, 1]$ avec $\gamma_0 \leq \gamma_1 \leq \dots \leq \gamma_n = 1$

tels que

$$\mathbf{E}[S_{i,k}] = \mathbf{E}[S_{i,n}] \cdot \gamma_k$$

pour $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ et $k \in \{1, \dots, n\}$

(ii) Pour tout $k \in \{1, \dots, n\}$ on a $\sum_{j=0}^{n-k} S_{j,k-1} > 0$.

Nous supposons que les conditions du modèle grossing-up sont satisfaites et que les paramètres $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}$ sont inconnus.

La méthode de grossing-up est définie par une procédure récursive :

Pour chaque année d'origine $i \in \{0, 1, \dots, n\}$, on définit d'abord le taux de grossing-up :

$$\hat{G}_{n-i}^{GU} = \begin{cases} 1 & si \quad i = 0 \\ \frac{\sum_{j=0}^{i-1} S_{j,n-1}}{\sum_{j=0}^{i-1} \hat{S}_{j,n}^{GU}} & si \quad i \geq 1 \end{cases}$$

comme estimateur du paramètre γ_{n-i} et puis on définit l'estimateur de grossing-up

$$\hat{S}_{i,n}^{GU} = \frac{S_{i,n-i}}{\hat{G}_{n-i}^{GU}}$$

comme estimateur de l'espérance $\mathbf{E}[S_{i,n}]$ de l'état terminal $S_{i,n}$. On a $\hat{S}_{0,n}^{GU} = S_{0,n}$.

Dans la méthode grossing-up, on obtient les estimateurs de grossing-up à partir de l'état actuel $S_{i,n-i}$ par un changement d'échelle, en passant au niveau de l'état terminal $S_{i,n}$.

4 Applications & Résultats

Nous présentons ici les résultats pour la garantie Frais de Soins. On considère les données vu en fin octobre 2014, le but étant d'estimer la charge ultime pour la survenance de 2013 et antérieurs.

Le triangle suivant représente le triangle non cumulé des règlements.

Année cédante	Année survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
0	1	1	1	1	1001	1812	1964	2627	2820	2684	2239	3912
1	2859	3884	4268	4686	5134	4104	5240	8844	9485	10787	11805	7163
2	1748	2401	2157	2878	965	1234	1568	1678	1906	1979	1248	
3	92	48	112	85	116	9	27	106	108	43		
4	0	0	1	-59	10	-7	6	6	1			
5	0	0	0	19	-5	0	1	6				

TABLE 1: Triangle de liquidation non cumulé pour la garantie Frais de Soins

Sur ce triangle, on constate que les sinistres ont été réglés au bout des deux premières années suivant sa survenance.

Le triangle suivant représente le triangle cumulé des règlements.

Année cédante	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
0	1	1	1	1	1001	1812	1964	2627	2820	2684	2239	3912
1	2860	3885	4269	4687	6135	5916	7204	11471	12305	13471	14044	11075
2	4608	6286	6426	7565	7100	7150	8772	13149	14211	15450	15292	
3	4700	6334	6538	7650	7216	7159	8799	13255	14319	15493		
4	4700	6334	6539	7591	7226	7152	8805	13261	14320			
5	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267				
6	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806					
7	4700	6334	6539	7610	7221	7152						
8	4700	6334	6539	7610	7221							
9	4700	6334	6539	7610								
10	4700	6334	6539									
11	4700	6334										
12	4700											

TABLE 2: Triangle de liquidation cumulé pour la garantie Frais de Soins

Sur ce triangle, on remarque aussi que le cumul des sinistres est atteint au bout des deux premières années. On peut aussi observer que le portefeuille est

en plein développement. Par exemple de 2008 jusqu'à 2012, on peut remarquer que la charge est passée de 8808 € à 17292 €. Cette évolution s'explique par l'augmentation de volume du portefeuille. (vous trouverez le triangle des règlements réels en annexe)

Nous remarquons aussi que le montant des sinistres augmente fortement deux ans après la survenance du sinistre. Ceci est lié au comportement des cédantes qui tardent de nous envoyer l'information.

Une fois le triangle de liquidation cumulé construit, on peut s'intéresser à appliquer les méthodes d'estimation.

4.1 Chain Ladder

Dans le but d'illustrer cette méthode, nous l'appliquons aux données présentées dans le triangle précédant.

Tout d'abord nous calculons les facteurs de développement.

	année cédante										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
λ_i	1,23	1,008	0,999	1	1	1	1	1	1	1	1

TABLE 3: les facteurs de développement

Ensuite, on a tracé les facteurs de développement en fonction des années cédantes.

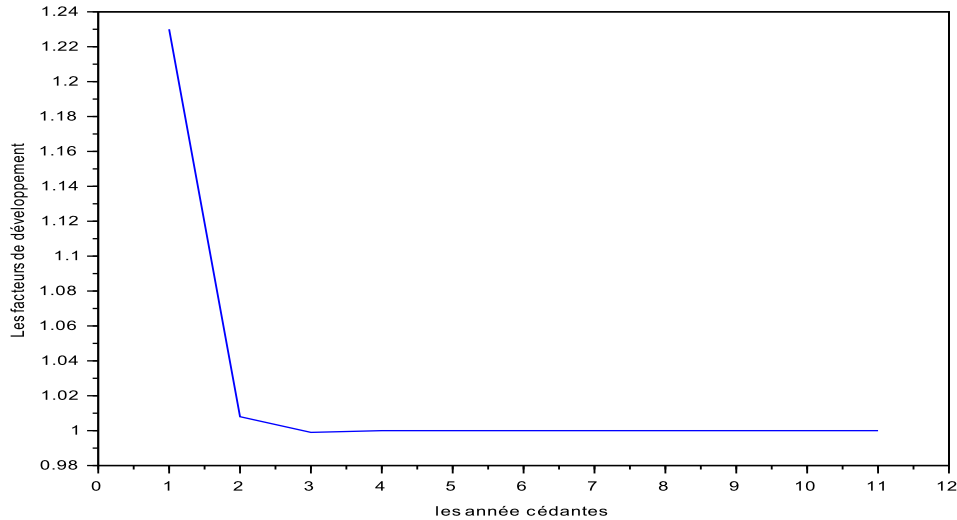


FIGURE 2: Coefficient de développement en fonction de l'année cédante

A partir du graphique ci-dessus, nous observons une forte décroissance des facteurs de développement au cours du temps. En effet, pour un sinistre déclaré la majorité des assurés seront remboursé dans les premières années. Cette dynamique a été observée dans le triangle des incréments de paiements, où nous avons constaté une décroissance des prestations pour une année de survenance i donnée.

4.1.1 Variantes de Chain Ladder

Il existe cinq Variantes de Chain-Ladder.

- **Weighted Average all years** : c'est la moyenne des coefficients de passages pour chaque année comptable pondérée par les flux
- **Weighted Average 3 years** : Pour obtenir les facteurs de développement de cette méthode, on calcule un ratio qui est égal au rapport de trois éléments de deux lignes consécutives du triangle de prestations cumulé.

Pour calculer les facteurs de développement des trois autres variantes, on calcule d'abord un triangle de coefficient de passage.

Ces coefficients de passage sont simplement égaux au ratio de deux éléments de deux lignes consécutives.

$$\beta_{i,j} = \frac{C_{i+1,j}}{C_{i,j}} \text{ Avec } C_{i,j} \text{ est la charge cumulé.}$$

- **Average all years** : il s'agit d'une moyenne calculée pour chaque année comptable des coefficients de passage.
- **Average 3 years** : c'est la même méthode que la précédente, mais la moyenne est réalisée sur les trois années comptables antérieures à celle considérée.
- **Average 3 out 5** : cette fois-ci les cinq années précédant l'année comptable considérée sont retenues, mais le max et le min sont re-tranchés.

L'application de la méthode Chain Ladder classique sur ce triangle fournit les estimations suivantes :

Année cédante	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
0	1	1	1	1	1001	1812	1964	2627	2820	2684	2239	3912
1	2860	3885	4269	4687	6135	5916	7204	11471	12305	13471	14044	11075
2	4608	6286	6426	7565	7100	7150	8772	13149	14211	15450	15292	13613
3	4700	6334	6538	7650	7216	7159	8799	13255	14319	15493	15418	13725
4	4700	6334	6539	7591	7226	7152	8805	13261	14320	15484	15409	13717
5	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
6	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
7	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
8	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
9	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
10	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
11	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
12	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722

TABLE 4: Triangle de liquidation estimé par Chain-Ladder

Ensuite, on présentera la charge ultime calculé par les différentes variantes de la méthode de Chain-Ladder.

4 APPLICATIONS & RÉSULTATS

variantes de CL	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
WAAY	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
WA3Y	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14323	15502	15393	12585
AAY	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14324	15487	15432	14701
A3Y	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14323	15502	15395	12602
A3OO5	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14323	15502	15370	12794

TABLE 5: Charge ultime estimée par différentes variantes de la méthode de Chain-Ladder

Pour pouvoir faire le back-test, nous avons considéré le même portefeuille mais vu en mai 2015. (Vous trouverez le triangle complet en annexe)

	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
réel vu 05/15	4700	6353	6540	7608	7223	7152	8809	13267	14321	15506	17291	22838

TABLE 6: Charge réelle vue en 05/2015

Ensuite, nous avons calculé l'écart entre la charge réelle vue en mai 2015 et la charge estimée vue en octobre 2014, pour les trois dernières survenances (2011, 2012, 2013).

méthode d'estimation	année de survenance		
	2011	2012	2013
Weighted Average all years	0%	11%	40%
Weighted Average 3 years	0%	11%	45%
Average all years	0%	11%	36%
Average 3 years	0%	11%	45%
Average 3 out 5	0%	11%	44%

TABLE 7: Taux d'écart entre le réel et l'estimé

Le graphe ci-dessous représente la comparaison entre l'estimé et le réel.

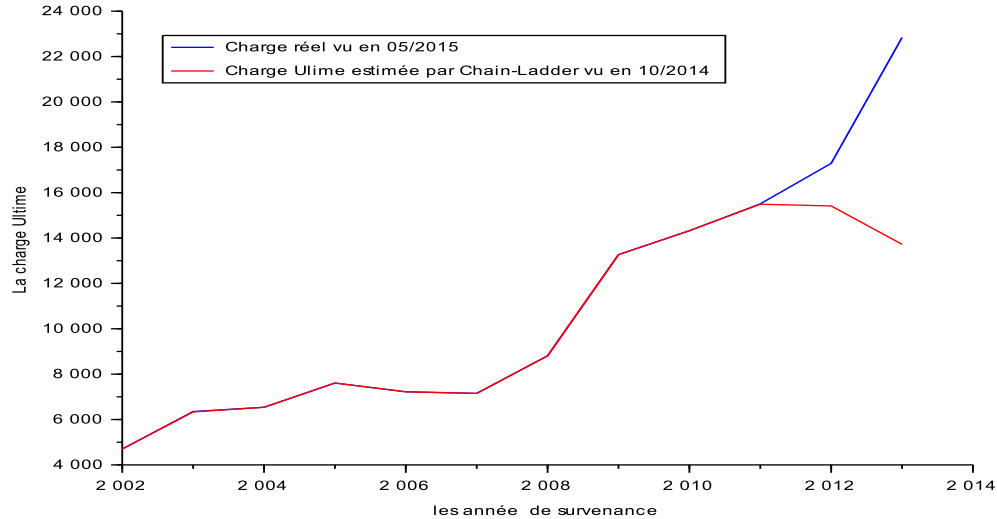


FIGURE 3: Comparaison entre la charge ultime estimée par la méthode "WAAY" et la charge ultime réelle

Commentaire :

Nous pouvons voir à partir de ces calculs que les méthodes de cadencements sur le triangle en fonction de la comptabilité cédantes se comportent mal pour la survénance 2012 et 2013. L'écart pour la survénance 2013 peut atteindre les 45%.

Après avoir analysé les flux du portefeuille, en se basant sur les différentes dates de règlement (date comptable cédante et date comptable), cet écart est dû au fait que nous avons reçu l'ensemble des informations sur les règlements de 2013 après octobre 2014. Nous avons reçu 40% des flux entre novembre et décembre 2014.

On déduit qu'on ne peut pas compter uniquement sur les informations dont nous disposons dans nos bases pour estimer la sinistralité.

Remarque 4.1.

La même démarche a été effectuée sur les triangles pour le marché 1 et le marché 2, pareil pour les segments du marché 1. Nous avons trouvé 33%

d'écart pour le marché 1 et 26% pour le marché 2, 35% pour le marché 1.1, 29% pour le marché 1.2 et 25% pour le marché 1.3. Cette erreur est aussi due au retard de flux.

4.2 Méthode de London Chain et Grossing-Up

Nous appliquons ces deux méthodes aux données présentées dans le triangle précédant.

méthode	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Grossing-up	4700	6334	6539	7610	7221	7152	8806	13267	14325	15490	15414	13722
london-Chain	4701	6352	6540	7608	7331	7185	8865	13399	14470	15671	15644	14714

TABLE 8: Charge ultime estimée par Grossing-Up et London-Chain vue en 10/2014

Ensuite, on back-test et nous calculons l'écart entre l'estimé et le réel. Nous obtenons le résultat ci-dessous

méthode	année de survenance		
	2011	2012	2013
Grossing-up	0%	11%	40%
london-Chain	1%	10%	36%

TABLE 9: Taux d'écart entre le réel et l'estimé

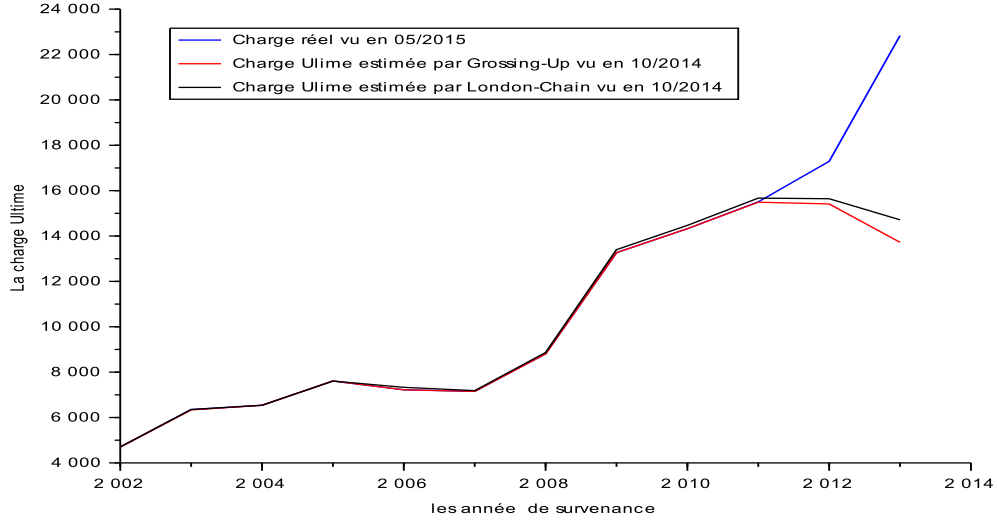


FIGURE 4: Comparaison entre la charge ultime estimée par London Chain et Grossing-Up et la charge réelle

Commentaire Les estimations de Grossing-up et les estimations de Chain-Ladder sont identiques pour toutes les années de survénance. Cela est dû à une relation fondamentale entre les taux de Grossing-up et les facteurs et les taux de Chain-Ladder.

Démonstration.

Lemme 4.1. *On a*

$$\hat{G}_{k-1}^{GU} \hat{F}_k^{CL} = \hat{G}_k^{GU}$$

$$\hat{G}_k^{GU} = \hat{G}_k^{CL}$$

Pour tout $k \in 0, 1, \dots, n$

Du lemme on déduit le résultat suivant :

$$\hat{S}_{i,k}^{GU} = \hat{S}_{i,k}^{CL}$$

□

Nous remarquons que la charge estimée par la méthode de London Chain est meilleur par rapport aux autres méthodes, mais reste quand même loin du réel, vu que l'écart atteint 36%.

Néanmoins, malgré la pertinence limitée de l'application de ces méthodes à notre triangle, nous garderons les résultats pour la suite, à titre de comparaison.

4.2.1 Conclusion sur les méthodes classiques

Dans cette partie de mémoire, nous avons étudié la problématique de provisionnement en réassurance. Nous avons exposé dans un premier temps les différentes méthodes d'estimations. Ensuite, on s'est intéressé à l'estimation de la charge ultime à travers la garantie Frais de Soins.

Pour conclure, toutes ces méthodes classiques permettant d'estimer la charge (ou la prime), sont relativement simples d'utilisation, mais présentent l'inconvénient d'être très sensibles de ne pas capter le retard du flux.

La dernière année de survenance dont seules les deux premières valeurs sont connues, est la plus exposée au biais multiplicatif de ces méthodes.

Dans la suite de ce projet, on cherchera à développer une nouvelle méthode d'estimation, qui prend en compte ces retards d'informations, pour mieux estimer les flux.

5 Mise en place d'un modèle de retard

Nous cherchons une méthode permettant de prendre en compte le retard d'information. Une modélisation des cédantes nous a semblé être intéressante. Il s'agit là d'une approche très différente des méthodes de provisionnement classique. Et avant de procéder à la modélisation, nous allons expliquer le déroulement de la vie d'un sinistre.

Quand un sinistre survient à une date n , la cédante rembourse l'assuré après quelques mois ; cette date à laquelle la cédante règle le sinistre est appelée date cédante. Sauf que le réassureur reçoit l'information sur ce flux après plusieurs mois. Donc on dispose dans notre portefeuille de trois dates :

- Date de survenance.
- Date cédante.
- Date comptable Axa.

La cédante dispose de plus d'informations que le réassureur. C'est pour cela que les montants enregistrés dans les comptes de la cédante sont généralement supérieur aux montants enregistrés dans nos comptes.

En effet, pour pouvoir étudier le comportement de la cédante, nous avons besoin de calculer un taux de transmission d'informations.

Ce ratio est égal au rapport de la somme de prestations reçues par le réassureur et les prestations reçues par la cédante pour un trimestre donné.

Dans un premier temps, on a construit des groupes des cédantes grâce à un algorithme de classification et dans un deuxième temps, on a réajusté nos flux.

5.1 Classification des cédantes

Au cours de cette étude, nous avons été amenés à regrouper les cédantes en classes. Ce regroupement a été effectué de manière à étudier le comportement de chaque cédante.

5.1.1 L'algorithme de K-means

Le classificateur K-means en anglais est un algorithme de partitionnement de données, c'est-à-dire une méthode dont le but est de diviser des observations en K partitions (clusters).

On peut montrer que cet algorithme converge en un nombre fini d'opérations. Cependant la convergence est locale, ce qui pose le problème de l'initialisation.

L'idée principale est de choisir aléatoirement un ensemble de centres fixé a priori et de chercher itérativement la partition optimale. Chaque cédante est affecté au centre le plus proche, après l'affectation de toutes les données la moyenne de chaque groupe est calculé, elle constitue les nouveaux représentants des groupes, lorsqu'on abouti à un état stationnaire (aucune donnée ne change de groupe) l'algorithme est arrêté.

Le nombre de groupes (qu'on notera K), peut être supposé fixe (donné par l'utilisateur).

Nous avons créé 3 classes (K=3) au début, mais vu que nous ne disposons pas d'assez de flux dans certaines classes, on a décidé de choisir juste 2 classes.

5.1.2 Coefficients de retard

Avant d'appliquer l'algorithme de classification, nous allons d'abord calculer les coefficients de retard. Le coefficient de retard ou bien le taux de transmission d'information est un taux calculé pour chaque trimestre qui représente le ratio de l'information dont dispose le réassureur sur l'information dont dispose la cédante.

Pour un trimestre i , on peut exprimer le taux de transmission de l'information τ_i comme suit :

$$\tau_i = \frac{\sum Flux_Reass}{\sum Flux_ced}$$

Avec $Flux_Reass$ est le flux reçu par le réassureur.

Et $Flux_ced$ est le flux reçu par la cédante.

Pour mieux visualiser le problème de retard d'information, nous représentons ci-dessous le graphique de taux de transmission d'information moyenne.

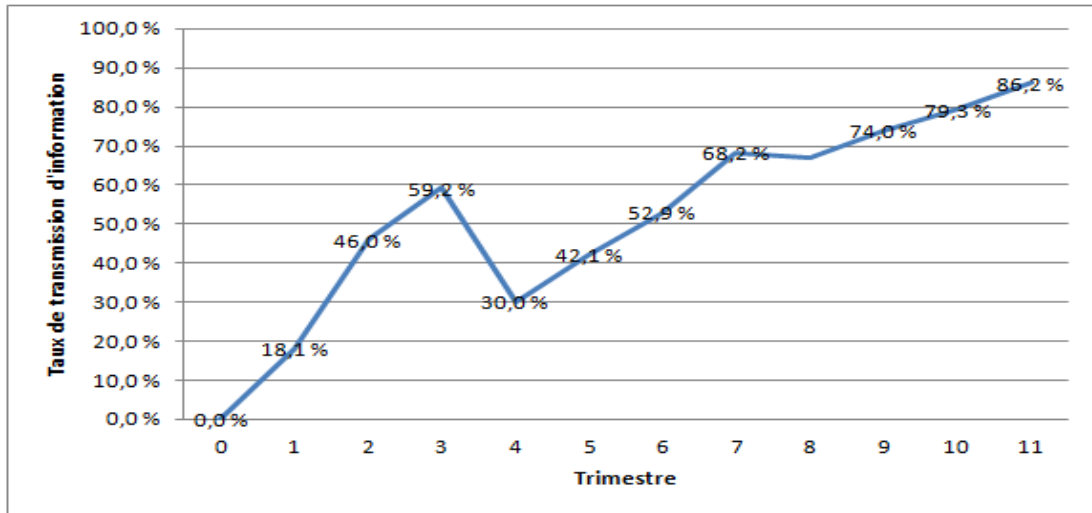


FIGURE 5: Taux de transmission d'information pour la garantie Frais de Soins

On remarque qu'on a des coefficients de retard très faibles. Par exemple, après 2 ans de la survenance des sinistres, nous n'avons reçu que 68,2% d'informations. Ceci explique les écarts que nous avons trouvé entre les estimés et les réels. Ces écarts sont dus au fait que nous avons fait nos estimations avec 32% d'informations manquantes.

La figure ci-dessous représente les taux de transmission d'informations des cédantes en fonction de trimestres, pour la garantie Frais de Soins.

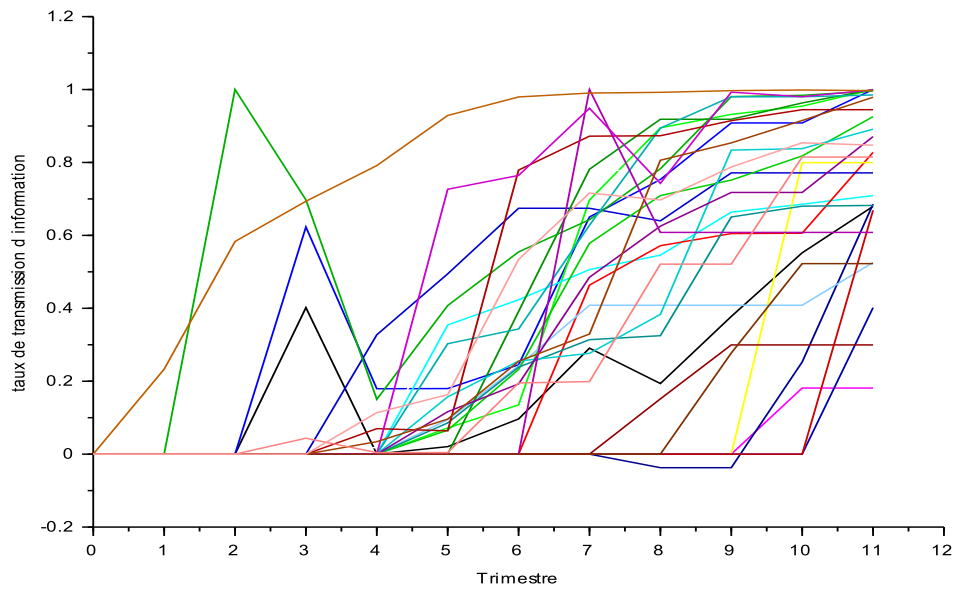


FIGURE 6: les taux de transmission d'information par cédante

Dans le portefeuille de la réassurance et pour la garantie Frais de Soins, nous réassurons 65 cédantes différentes. Nous avons calculé le taux de transmission d'information par trimestre pour chacune de ces cédantes séparément.

Nous pouvons remarquer que ces cédantes ne se comportent pas toutes de la même façon. Ce qui est dû au fait que l'envoi d'informations ne s'effectue pas selon le même rythme.

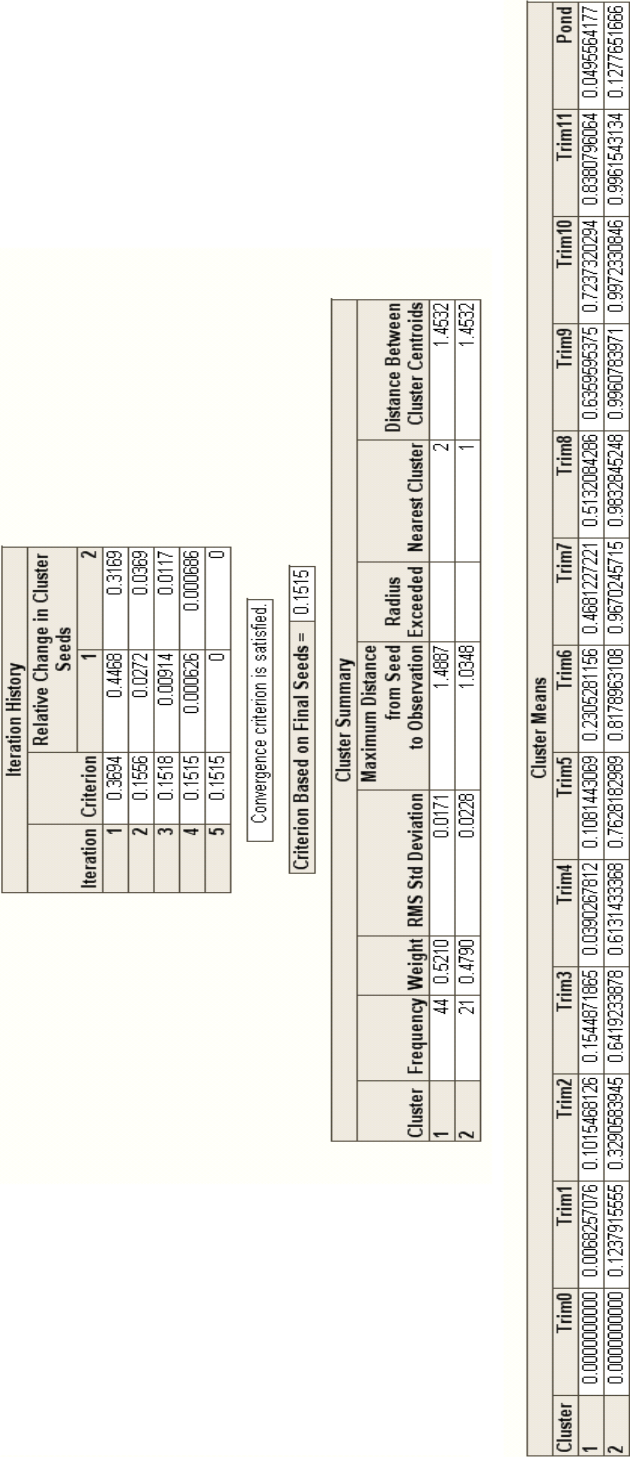


FIGURE 7

Commentaire :

Les résultats du tableau sont obtenus grâce à une procédure SAS ("proc fastclus", il existe aussi une fonction Matlab kmeans(X,k,Name,Value) qui donne exactement le même résultat).

Dans la première table (Iteration History), on remarque qu'au bout de 5 itérations l'algorithme converge vers 0, contrairement aux autres algorithmes qui ont besoin de plus d'itérations. C'est l'un des avantages de cet algorithme.

La deuxième table (Cluster Summary), nous donne la fréquence des cédantes dans chaque classe. On a 44 cédantes dans la première classe et 21 dans la deuxième classe.

Pour savoir laquelle de ces classes est rapide, il suffit de regarder la troisième table (Cluster Means). On peut remarquer que le cluster 1 a des taux de retard trop faible par rapport au cluster 2. Donc la classe la plus lente est celle ayant 44 cédantes et la plus rapide est celle ayant 21 cédantes.

Pour la classe lente, on observe qu'au 5^{ème} trimestre, le taux de transmission d'information chute de 15% à 3%. Ceci est dû au fait que durant ce trimestre la cédante reçoit plus d'information que ce qu'elle nous transmet.

Nous pouvons aussi remarquer que même 3 ans après la survenance (trim 11), les cédantes lentes n'ont toujours pas transmis la totalité d'information (83% d'informations transmises).

De même nous avons classifié les cédantes de la garantie Décès.

5.2 Application des méthodes de provisionnement sur les classes de cédante

Après avoir construit les groupes de cédante, nous avons appliqué les méthodes d'estimation.

Nous commençons par présenter les résultats de chaque classe pour la garantie Frais de Soins.

L'application des méthodes d'estimations pour le groupe lent fournit les estimations suivant. Les estimations sont vues en octobre 2014, et les réels

en mai 2015.

	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
réel 05/15	4395	5983	6087	7129	3840	3236	4131	5662	5765	4807	6015	6268
WAAY	4395	5983	6087	7129	3840	3249	4145	5685	5791	4820	5660	5075
WA3Y	4395	5983	6087	7129	3840	3257	4155	5699	5803	4837	5681	4516
AAY	4395	5983	6087	7129	3840	3255	4152	5696	5800	4828	5667	5127
A3Y	4395	5983	6087	7129	3840	3267	4168	5718	5822	4853	5698	4556
A3O5	4395	5983	6087	7129	3840	3236	4128	5663	5766	4807	5622	4613
Grossing-up	4395	5983	6087	7129	3840	3249	4145	5685	5791	4820	5660	5075
London-Chain	4395	5988	6092	7140	3848	3271	4157	5725	5817	4824	5671	5380

TABLE 10: Charge Ultime calculée par les différentes méthodes pour la classe lente

Dans la table 10, on peut remarquer que dans les dernières années, il y a une différence entre la charge estimée et la charge réelle. Cette différence est due au fait que la charge n'a pas été complètement remboursée.

méthode	année de survenance		
	2011	2012	2013
Weighted Average all years	0%	6%	19%
Weighted Average 3 years	0%	5%	27%
Average all years	0%	6%	18%
Average 3 years	0%	5%	27%
Average 3 out 5	0%	5%	26%
Grossing-up	0%	6%	19%
london-Chain	-1%	11%	14%

TABLE 11: Taux d'écart entre le réel et l'estimé

La table 11, nous permet alors de visualiser l'écart entre l'estimé et le réel.

5 MISE EN PLACE D'UN MODÈLE DE RETARD

Nous pouvons voir à partir du tableau ci-dessus que les taux d'écart pour la survénance 2013 est entre 14% et 27%. Ces écarts sont tout à fait logiques, vu que nous avons appliqué les méthodes sur un groupe lent, puisque ce groupe possède des coefficients de retard faibles.

On peut déduire que la méthode de London Chain reste la plus optimale, mais reste quand même loin du réel.

On appliquera la même chose pour la classe rapide.

	année de survénance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
réel 05/15	306	369	453	479	3491	3917	4678	7604	8556	10700	11277	9989
WAAY	306	369	453	479	3491	3917	4678	7604	8557	10702	9765	8126
WA3Y	306	369	453	479	3491	3917	4678	7604	8557	10697	9747	8092
AAY	306	369	453	479	3491	3917	4678	7604	8555	10698	9756	8155
A3Y	306	369	453	479	3491	3917	4678	7604	8557	10696	9746	8094
A3O5	306	369	453	479	3491	3917	4678	7604	8555	10696	9743	8149
Grossing-up	306	369	453	479	3491	3917	4678	7604	8557	10702	9765	8126
London-Chain	306	376	467	589	3910	3964	4739	7718	8692	10899	9928	8270

TABLE 12: Charge Ultime calculée par les différentes méthodes pour la classe rapide

Après nous avons calculé le taux d'écart.

méthode	année de survénance		
	2011	2012	2013
Weighted Average all years	0%	13%	18%
Weighted Average 3 years	0%	13%	18%
Average all years	0%	13%	18%
Average 3 years	0%	13%	18%
Average 3 out 5	0%	13%	18%
Grossing-up	0%	13%	18%
london-Chain	-1%	11%	17%

TABLE 13: Taux d'écart entre le réel et l'estimé

La modélisation présentée n'est toujours pas très bonne. En effet, on a des écarts qui peuvent atteindre les 18%. Ces écarts sont dus au fait qu'on n'a pas assez de flux dans le groupe des cédantes rapide, puisque 66% des cédantes sont lente (44 dans le groupe lent et 21 dans le groupe rapide).

Le partitionnement des cédantes en deux groupes n'est pas une bonne méthode pour estimer la charge.

5.3 Réajustement des données

Dans la partie précédente, nous avons défini un modèle portant sur la classification des cédantes. Cette classification se base sur les taux de transmission d'information. Nous cherchons dans cette partie à pouvoir réajuster les flux, ensuite, comparer les résultats de notre modèle à ceux qui ont été calculés par les méthodes classiques. Pour réajuster les données nous allons utiliser les taux de transmission de l'information.

Le principe de la méthode est de réajuster les montants du triangle en prenant en compte la date comptable (qui contient l'information sur le temps de retards) et l'information sur la cédante.

Une fois les montants réajustés, nous appliquons les méthodes d'estimations sur les triangles du montant réajustés.

Le réajustement des données a pour but de supprimer le biais dû au retard des flux dans l'estimation de la charge ultime.

5.3.1 Réajustement des données

Pour mieux comprendre comment on a réajusté nos flux, je vais vous expliquer cela avec un exemple.

On considère que le flux des données s'arrête en octobre 2014 et nous souhaitons calculer la charge ultime de l'année 2013 pour la garantie Frais de soins.

Dans la partie de classification des cédantes, nous avons calculé les taux de transmission d'information, et nous avons trouvé qu'une année après la survenance (4 trimestres) on obtient les taux suivant :

- les cédantes du groupe lent ont transmis en moyenne 15% d'information qu'elles possèdent.
- les cédantes du groupe rapide ont transmis en moyenne 64% d'information qu'elles possèdent.

On pose M_{vuAxa} le montant dont on dispose dans notre compte pour une cédante du groupe lent au titre de la survenance 2013. Le montant réajusté est donné par :

$$M_{reaj} = \frac{M_{vuAxa}}{15\%}$$

La même démarche a été effectuée pour réajuster l'ensemble de flux du portefeuille.

5.3.2 Résultat du réajustement

Après avoir réajusté nos flux, j'ai construit les triangles de liquidation. Pour mieux comparer les résultats avant réajustement et après réajustement, nous avons pris le même portefeuille ; c'est-à-dire nous avons choisi la garantie Frais de soins. On considère les données vue en fin octobre 2014. Le but de cette partie est d'estimer la charge ultime réajustée.

Les deux triangles suivants représentent le triangle non cumulé et cumulé des règlements réajustés.

Année cédante	Année survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
0	0	0	0	0	1001	1812	1964	2627	2859	2786	2550	6184
1	2859	3884	4268	4686	5134	4104	5240	8844	9614	11195	13442	11324
2	1748	2401	2157	2878	965	1234	1568	1678	1932	2055	1421	
3	92	48	112	85	116	9	27	106	109	45		
4	1	20	1	-59	10	-7	6	6				
5	0	0	2	19	-5	1	1	6				

TABLE 14: Triangle de liquidation non cumulé pour la garantie Frais de Soins Réajusté

Année cédante	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
0	0	0	0	0	1001	1812	1964	2627	2859	2786	2550	6184
1	2859	3884	4268	4686	6136	5916	7204	11472	12473	13981	15992	17508
2	4607	6284	6425	7564	7100	7149	8772	13149	14404	16036	17413	
3	4699	6332	6537	7649	7216	7158	8799	13255	14513	16080		
4	4700	6352	6538	7590	7227	7151	8805	13261	14514			
5	4701	6352	6539	7609	7221	7152	8806	13267				
6	4701	6352	6540	7608	7222	7152	8806					
7	4701	6352	6540	7608	7222	7152						
8	4701	6352	6540	7608	7331							
9	4701	6352	6540	7608								
10	4701	6352	6540									
11	4701	6352										
12	4701											

TABLE 15: Triangle de liquidation cumulé pour la garantie Frais de Soins Réajusté

Commentaires :

Si on compare le triangle cumulé réajusté ci-dessus, avec le triangle de la table 2 de ce rapport, on remarque que sur les trois dernières années les montants sont différents.

Par exemple pour l'année 2011, dans le triangle non réajusté, nous avons reçu 15493 € de flux alors que le montant réajusté est 16080 €, donc 4% de flux en plus. Ce qui est normale vu qu'en 2011 il nous ne manquait pas beaucoup de flux.

Regardons maintenant ce qui se passe sur la survenance 2013. On a 11075 € dans le triangle non réajusté et 17508 € dans le triangle réajusté. Ce qui veut dire qu'on a récupéré 37% de flux en plus.

Pour mieux visualiser les résultats et voir l'intérêt de ce modèle de retard, je vais appliquer les méthodes d'estimation et back-tester les résultats.

La table ci-dessous représente le triangle estimé par la méthode "Weighted Average all years"

Année cédante	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
0	0	0	0	0	1001	1812	1964	2627	2859	2786	2550	6184
1	2859	3884	4268	4686	6136	5916	7204	11472	12473	13981	15992	17508
2	4607	6284	6425	7564	7100	7149	8772	13149	14404	16036	17413	21456
3	4699	6332	6537	7649	7216	7158	8799	13255	14513	16080	17555	21631
4	4700	6352	6538	7590	7227	7151	8805	13261	14514	16076	17550	21625
5	4701	6352	6539	7609	7221	7152	8806	13267	14520	16082	17557	21634
6	4701	6352	6540	7608	7222	7152	8806	13267	14520	16082	17557	21634
7	4701	6352	6540	7608	7222	7152	8806	13267	14520	16082	17557	21634
8	4701	6352	6540	7608	7331	7176	8835	13311	14569	16136	17616	21706
9	4701	6352	6540	7608	7331	7176	8835	13311	14569	16136	17616	21706
10	4701	6352	6540	7608	7331	7176	8835	13311	14569	16136	17616	21706
11	4701	6352	6540	7608	7331	7176	8835	13311	14569	16136	17616	21706
12	4701	6352	6540	7608	7331	7176	8835	13311	14569	16136	17616	21706

TABLE 16: Triangle de liquidation estimé par Chain-Ladder pour la garantie Frais de Soins Réajusté

Pour back-tester, nous avons considéré le même portefeuille vu en 05/2015 mais non ajusté.

5 MISE EN PLACE D'UN MODÈLE DE RETARD

	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
réel 05/15	4701	6352	6540	7608	7331	7152	8808	13267	14321	15507	17292	22837
WAAY	4701	6352	6540	7608	7331	7176	8835	13311	14569	16136	17616	21706
WA3Y	4701	6352	6540	7608	7331	7189	8851	13335	14592	16173	17617	19971
AAY	4701	6352	6540	7608	7331	7174	8832	13307	14563	16130	17633	23322
A3Y	4701	6352	6540	7608	7331	7188	8850	13334	14591	16172	17619	20023
A3O5	4701	6352	6540	7608	7331	7152	8806	13267	14518	16091	17502	20227
Grossing-up	4701	6352	6540	7608	7331	7189	8851	13335	14592	16173	17617	19971
London-Chain	4701	6352	6540	7608	7331	7176	8835	13311	14569	15817	17465	22380

TABLE 17: Charge Ultime calculée par les différentes méthodes

Nous observons que la méthode de réajustement donne les mêmes résultats que l'ancienne méthode sur les survenances 2006 et antérieures, ce qui est normal vu que les montants anciens n'ont pas été modifiés.

Après nous avons calculé le taux d'écart.

méthode	année de survenance		
	2011	2012	2013
Weighted Average all years	-4%	-2%	5%
Weighted Average 3 years	-4%	-2%	13%
Average all years	-4%	-2 %	-2%
Average 3 years	-4%	-2%	12%
Average 3 out 5	-4%	-1%	11%
Grossing-up	-4%	-2%	5%
london-Chain	-2%	-1%	2%

TABLE 18: Taux d'écart entre le réel et l'estimé

On observe clairement que l'écart est réduit. On avait 40% d'écart quand on estime directement nos flux, alors qu'en réajustant les montants, on est arrivé à réduire l'écart à 5% avec la méthode "Weighted Average all years".

Parmi toutes ces méthodes la méthode de London-Chain reste la plus optimale avec un écart de 2%.

La méthode de réajustement permet donc de mieux estimer la charge ultime sur les survenances récentes.

5.4 Piste pour la suite du projet

Nous avons réussi à réduire le taux d'écart avec le modèle de réajustement.

Une piste d'amélioration consiste à construire des triangles par année comptable Axa pour chaque année cédante. On estime les triangles par année comptable Axa par une méthode non linéaire. Ensuite appliquer un Chain-Ladder sur les triangles par année cédante.

Ced	AXA	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
0	0	0	0	0	0	0	626	1 333	1 706	2 154	1 543	1 464	1 689
	1	390	320	362	968	2 194	2 225	2 953	5 661	5 442	7 300	6 916	8 504
	2	2 002	1 209	2 751	2 958	2 008	1 499	1 225	2 005	2 467	2 650	4 088	
	3	66	1 673	1 421	55	151	682	297	142	18	143		
	4	72	392	-519	0	575	5	130	5	413			
	5	0	70	-10	704	0	0	-16	285				
	6	149	-18	245	0	0	26						
	7	0	219	18	0	0	0						
	8	179	19	0	0	0							
1	0	0	0	0	0	1 073	878	1 145	1 547	1 652	1 775	1 056	882
	1	53	102	680	2 195	390	1 055	931	1 033	928	1 320	1 531	
	2	708	1 771	1 029	626	566	60	570	186	551	450	187	
	3	662	841	419	0	118	1	0	263	450	213		
	4	309	14	0	57	0	0	35	232	0			
	5	16	-327	30	0	0	0	47	0				

FIGURE 8: Triangle de liquidation par année cédante et par année comptable

Dans le graphique ci-dessus, j'ai pris l'exemple de deux années cédantes, le but est de trouver une méthode non-linéaire qu'on peut appliquer sur la partie bleu, c'est à dire les triangles construits par année comptable.

Ensuite, il faudra appliquer les méthodes classiques sur l'ensemble de triangle. La difficulté réside dans le fait de trouver une méthode non linéaire

qu'on peut appliquer sur des triangles de liquidation.

6 Conclusion

Pendant ces six mois, j'étais amenée à chercher, comprendre et appliquer des méthodes d'estimation. Ces méthodes consistent à estimer la charge des sinistres.

Après l'application des méthodes, j'ai remarqué que les écarts entre l'estimé et le réel sont importants. J'ai donc effectué une classification des cédantes. Mais les écarts sont toujours importants.

La méthode de réajustement nous a permis de réduire cet écart. Cette méthode se base sur le calcul de taux de retard d'information, en utilisant les deux dates comptables (date comptable et date comptable Cédante).

Ce stage a été ma première expérience professionnelle en actuariat. Il m'a permis de réaliser mes premiers pas dans le monde de l'assurance.

J'ai également pu mettre en pratique les connaissances théoriques et techniques que j'ai acquises durant ma formation académique et par la même occasion les approfondir de manière considérable.

Par conséquent, cette expérience en équipe dans le domaine de l'assurance m'a beaucoup apporté, tant sur le plan humain que méthodologique, et m'a fait découvrir le monde de l'actuariat dans lequel je souhaite poursuivre mon évolution future.

Références

- [1] *www.ressources-actuarielles.net*
- [2] JAZIRI S. [2011] *Méthodes de provisionnement non-vie et risque de réserve à un an, Mémoire d'actuaire, ISFA.*
- [3] *Stochastic Claims Reserving Methods in Non-Life Insurance*
- [4] Micheal Iuzzi et Broché : *Assurance non vie modélisation, simulation édition Economica (assurance audit actuariat).*
- [5] *Mathématiques de l'assurance non-vie : Tome 2, Tarification et provisionnement Arthur Charpentier.*
- [6] *Guide SAS guide ENSAE.*
- [7] *Documents internes AXA*

Annexes

A Annexe

Nous présentons ci-dessous les triangles réels de la sinistralité et de prime, vu en mai 2015

année cédante	année de survenance											
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
0	0	0	0	0	232	455	616	703	754	739	492	879
1	2859	3884	4268	4686	6065	5807	6947	11054	11913	12975	14796	21774
2	4607	6284	6425	7564	7092	7079	8759	13102	14197	15447	17252	22837
3	4699	6332	6537	7649	7142	7158	8800	13254	14317	15504	17292	
4	4700	6352	6538	7590	7227	7137	8804	13259	14319	15507		
5	4701	6352	6539	7609	7221	7152	8806	13267	14321			
6	4701	6352	6540	7608	7222	7152	8808	13267				
7	4701	6352	6540	7608	7222	7152	8808					
8	4701	6352	6540	7608	7331	7152						
9	4701	6352	6540	7608	7331							
10	4701	6352	6540	7608								
11	4701	6352	6540									
12	4701	6352										
13	4701											

TABLE 19: Triangle réel de sinistre pour la garantie Frais de Soins

Glossaire

B Glossaire

Accident : Tout événement soudain, involontaire, imprévu et extérieur qui entraîne des dommages corporels, matériels ou immatériels.

Affaire : Il existe 3 types d'affaire :

- Affaires directes : $+100\%$ - Coassurance cédée + Coassurance reçue
- Acceptations de compagnies : correspondent à la réassurance reçue
- Réassurance cédée

Assurance : Contrat par lequel un assureur garantit à un assuré, moyennant une prime, le paiement d'une somme convenue en cas de réalisation d'un risque (événement aléatoire).

L'assureur peut-être une compagnie d'assurance soumise au code des assurances ou une assurance de prévoyance régie par le code de la mutualité.

On distingue 3 types d'assurance :

- l'assurance vie individuelle (retraite, décès...),
- l'assurance IARD (automobile, habitation...),
- l'assurance de groupe dite assurance collective.

Assurance de groupe : « Est un contrat d'assurance de groupe, le contrat souscrit par une personne morale ou chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité du travail ou d'invalidité ou du risque de chômage. » Art. L. 140-1 du code des assurances.

Exercice de survenance : année civile au cours de laquelle le sinistre survient.

Garantie : C'est l'étendue de la couverture d'un risque que l'assureur s'engage à couvrir en cas de sinistre. La garantie comprend ses exclusions,

ses extensions et ses franchises.

Prévoyance : La prévoyance qu'elle soit à caractère collective ou personnelle, vise à couvrir des risques mixtes (vie et décès, invalidité, maladie, maternité, accident) ou encore à apporter un complément à la retraite au profit des assurés.

Provisions : Sommes mises en réserve par l'assureur pour constater l'ensemble de ses engagements principalement envers la mutualité des assurés.

Réassurance : Les réassureurs (ou cessionnaires) n'ont pas de lien avec l'assuré. L'assureur (cédante) couvre la totalité du risque, mais ce risque étant trop important, l'assureur direct contracte avec d'autres assureurs pour se décharger d'une partie du risque.

Risque : Événement incertain, dommageable, indépendant de la volonté de l'assuré. C'est variable aléatoire caractérisée par sa variance, sa loi de distribution. Défini à priori à l'aide d'un questionnaire-type.

Sinistre : représente les sommes versées par l'assureur à l'assuré lorsqu'un risque prévu dans son contrat se réalise