

Licence PC2 2005/2006

Contrôle continu 2,

5 janvier 2006

Sujet 1

durée 15 mn

On sera attentif à la précision de la rédaction et à la présentation. Les résultats devront toujours être justifiés en quelques mots.

Documents et calculettes non autorisés

Exercice 1

Soit ω la forme différentielle de degré 1 définie sur \mathbb{R}^2

$$\omega = ydx + (y^2 + xy + 2y + x)dy$$

1. La forme différentielle ω est-elle fermée sur \mathbb{R}^2
2. Trouver une fonction $u(y)$ telle la forme différentielle

$$\Omega = u(y)\omega = u(y)ydx + u(y)(y^2 + xy + 2y + x)dy \quad (1)$$

soit fermée

3. La forme différentielle Ω est-elle exacte sur \mathbb{R}^2
4. Soit $\partial_+\mathcal{C}$ la circonférence orientée dans le sens trigonométrique

$$\partial_+\mathcal{C} = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

Transformer l'intégrale curviligne $\int_{\partial_+\mathcal{C}} \omega$ en une intégrale double

5. Soit $\Omega = P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ la forme différentielle définie en (1). Soit $\partial_+\mathcal{C}$ le cercle $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ orienté dans le sens trigonométrique. Calculer l'intégrale curviligne

$$\int_{\partial_+\mathcal{C}} \Omega$$