

# Licence PC2 2005/2006

Contrôle continu 2,

5 janvier 2006

## Sujet 2

durée 15 mn

On sera attentif à la précision de la rédaction et à la présentation. Les résultats devront toujours être justifiés en quelques mots.

### Documents et calculettes non autorisés

#### Exercice 1

Soit  $\omega$  la forme différentielle de degré 1 définie sur  $\mathbb{R}^2$

$$\omega = (x^2 + xy + 2x + y)dx + xdy$$

1. La forme différentielle  $\omega$  est-elle fermée sur  $\mathbb{R}^2$
2. Trouver une fonction  $u(x)$  telle la forme différentielle

$$\Omega = u(x)\omega = u(x)(x^2 + xy + 2x + y)dx + u(x)xdy \quad (1)$$

soit fermée

3. La forme différentielle  $\Omega$  est-elle exacte sur  $\mathbb{R}^2$
4. Soit  $\partial_+\mathcal{C}$  la circonférence orientée dans le sens trigonométrique

$$\partial_+\mathcal{C} = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 = 1 \right\}$$

Transformer l'intégrale curviligne  $\int_{\partial_+\mathcal{C}} \omega$  en une intégrale double

5. Soit  $\Omega = P(x, y)dx + Q(x, y)dy$  la forme différentielle définie en (1). Soit  $\partial_+\mathcal{C}$  le cercle  $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \right\}$  orienté dans le sens trigonométrique. Calculer l'intégrale curviligne

$$\int_{\partial_+\mathcal{C}} \Omega$$