Introduction à l'analyse microlocale et aux équations d'onde non-linéaires Jean-Marc Delort et Maher Zerzeri

Programme du cours

- 1. Analyse de Fourier et espaces fonctionnels : Espaces de Sobolev et de Hölder, inégalités de Bernstein, théorie de Littlewood-Paley, caractérisation des espaces de Sobolev et de Hölder.
- 2. Paraproduit et applications : Définition du paraproduit, décomposition de Bony, action du paraproduit et des opérateurs de reste sur les espaces de Sobolev et de Hölder, régularité de F(u) lorsque u est dans $L^{\infty} \cap H^s$ (s > 0).
- 3. Opérateurs pseudo-différentiels : Classes $S^m_{1,1}$ et $S^m_{1,0}$. Calcul symbolique, symboles elliptiques, paramétrix d'un opérateur elliptique, OPD et front d'onde. Action des OPD sur les espaces de Sobolev : cas de la classe $S^m_{1,1}$ et de s>0 (Théorème de Stein).
- 4. Opérateurs para-différentiels associés à des symboles à régularité C^{ρ} en x. Quantification. Calcul symbolique pour les opérateurs para-différentiels.
- 5. Équation des ondes linéaire. Estimations d'énergie pour l'équation des ondes linéaire à coefficients peu réguliers, et pour l'équation para-différentielle associée.
- 6. Unicité fort-faible. Existence de solutions L^2 de l'équation linéaire.
- 7. Équation des ondes quasi-linéaire : existence locale.
- 8. Problèmes d'existence globale à données petites pour l'équation des ondes : Champs de Klainerman, inégalité de Sobolev-Klainerman.

BIBLIOGRAPHIE:

Métivier, Guy: Para-differential calculus and applications to the Cauchy problem for nonlinear systems. Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi (CRM) Series, 5. Edizioni della Normale, Pisa, 2008. xii+140 pp.

Alinhac, Serge; Gérard, Patrick: Pseudo-differential operators and the Nash-Moser theorem. Translated from the 1991 French original by Stephen S. Wilson. Graduate Studies in Mathematics, 82. American Mathematical Society, Providence, RI, 2007. viii+168 pp.