Exercice 1. Représenter dans le plan $\mathbb{R}^2$ la droite engendrée par le vecteur $\vec{\mathbf{v}} = (-1, 2)$ et représenter le plan engendré par les vecteurs $\vec{\mathbf{v}} = (-1, 2)$ et $\vec{\mathbf{w}} = (1, 1)$.

Exercice 2. Soient $\vec{\mathbf{v}}_1 = (8, 2, -6)$ et $\vec{\mathbf{v}}_2 = (12, 3, -9)$. Décrire géométriquement l'ensemble de toutes les combinaisons linéaires possibles de $\vec{\mathbf{v}}_1$ et $\vec{\mathbf{v}}_2$. Cet ensemble est noté $\text{vect}\{\vec{\mathbf{v}}_1, \vec{\mathbf{v}}_2\}$.

Exercice 3.

1) Dans $\mathbb{R}^3$, le vecteur $\vec{\mathbf{u}} = (1, 7, -4)$ est-il combinaison linéaire des vecteurs $\vec{\mathbf{v}} = (1, -3, 2)$ et $\vec{\mathbf{w}} = (2, -1, 1)$? Même question pour le vecteur $\vec{\mathbf{u}} = (2, -5, 4)$.
2) Trouver $k \in \mathbb{R}$ pour que le vecteur $\vec{\mathbf{u}} = (1, -2, k)$ soit une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{\mathbf{v}} = (3, 0, -2)$ et $\vec{\mathbf{w}} = (2, -1, -5)$.

Exercice 4.

1) Dans $\mathbb{R}^2$, les vecteurs $\vec{\mathbf{u}} = (3, 4)$ et $\vec{\mathbf{v}} = (1, -3)$ sont-ils linéairement indépendants ? Même question avec $\vec{\mathbf{u}} = (2, -3)$ et $\vec{\mathbf{v}} = (6, -9)$.
2) Dans $\mathbb{R}^3$, les vecteurs $\vec{\mathbf{u}} = (1, 2, -3)$, $\vec{\mathbf{v}} = (1, -3, 2)$ et $\vec{\mathbf{w}} = (2, -1, 5)$ sont-ils linéairement indépendants ?
3) Dans $\mathbb{R}^3$, on considère les vecteurs $\vec{\mathbf{u}} = (-2, 1, 0)$, $\vec{\mathbf{v}} = (1, -1, 1)$ et $\vec{\mathbf{w}} = (1, k, 3)$ où k est un paramètre réel. Discuter, suivant les valeurs de k, si les vecteurs $\vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{w}}$ sont linéairement indépendants.

Exercice 5. Soient $\overrightarrow{\mathbf{e_1}} = (1, 0), \overrightarrow{\mathbf{e_2}} = (0, 1)$ et $\overrightarrow{\mathbf{u_1}} = (1, 1), \overrightarrow{\mathbf{u_2}} = (\frac{1}{2}, -1)$.

1) Montrer que $(\overrightarrow{\mathbf{e_1}}, \overrightarrow{\mathbf{e_2}})$ est une base de $\mathbb{R}^2$. Même question avec $(\overrightarrow{\mathbf{u_1}}, \overrightarrow{\mathbf{u_2}})$
2) Déterminer graphiquement les coordonnées du vecteur $\vec{\mathbf{w}} = (2, -1)$ dans le repère $(O, \overrightarrow{\mathbf{u_1}}, \overrightarrow{\mathbf{u_2}})$.
3) Représenter graphiquement le vecteur dont les coordonnées dans le repère $(O, \overrightarrow{\mathbf{u_1}}, \overrightarrow{\mathbf{u_2}})$ sont 1 et -2.
   Quelles sont les coordonnées de ce vecteur dans le repère $(O, \overrightarrow{\mathbf{e_1}}, \overrightarrow{\mathbf{e_2}})$?

Exercice 6. Déterminer dans chaque cas si les vecteurs donnés forment une base de $\mathbb{R}^3$.

1) $(1, 1, 1), (1, 2, 3), (2, -1, 1)$,
2) $(1, 2, 3), (1, 0, -1), (3, -1, 0), (2, 1, -2)$,
3) $(1, 1, 2), (1, 2, 5), (5, 3, 4)$,
4) $(-5, 1, 0), (0, 0, 2)$,
5) $(1, -1, 0), (2, -1, 2), (1, 0, 5)$.

Exercice 7. Soient $\vec{\mathbf{u}}_1 = (0, 1, 1), \vec{\mathbf{u}}_2 = (1, 0, 1)$ et $\vec{\mathbf{u}}_3 = (1, 1, 0)$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1) Montrer que les vecteurs $\vec{\mathbf{u}}_1, \vec{\mathbf{u}}_2, \vec{\mathbf{u}}_3$ forment une base de $\mathbb{R}^3$. On notera $\mathcal{B}$ cette base.
2) Déterminer les coordonnées de $\vec{\mathbf{v}} = (1, 1, 1)$ dans la base $\mathcal{B}$.

Exercice 8. Soient $\vec{\mathbf{u}}_1 = (1, 1, 1), \vec{\mathbf{u}}_2 = (-1, 1, \frac{1}{2})$ et $\vec{\mathbf{u}}_3 = (0, -1, \frac{1}{2})$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1) Montrer que les vecteurs $\vec{\mathbf{u}}_1, \vec{\mathbf{u}}_2, \vec{\mathbf{u}}_3$ forment une base de $\mathbb{R}^3$. On notera $\mathcal{B}$ cette base.
2) Déterminer les coordonnées de $\vec{\mathbf{v}} = (2, 3, 4)$ dans la base $\mathcal{B}$.