
Contrôle continu de Logique
Durée **1 heure**. Sujet de 4 pages recto-verso.
Les documents, les calculatrices et les téléphones portables sont interdits.

Q.1. Rappeler les propriétés d'idempotence et d'involution d'une proposition.

Q.2. Montrer que $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Q.3. Soient p, q et r trois propositions. Pour chacune des deux propositions ci-dessous

$$(p \wedge \neg q), \quad (p \vee \neg q \Rightarrow \neg r),$$

1. Écrire sa négation.
2. Traduire la proposition et sa négation en langage courant, en remplaçant p par "je mange", q par "je bois" et r par "je parle".

Q.4. On considère les quatre propositions suivantes :

p : "je pratique la marche à pied", q : "je lis des romans", r : "je mange du chocolat", s : "j'ai les cheveux noirs".

1. Écrire à l'aide de p, q, r et s et de connecteurs logiques les propositions suivantes.
 - a. "Je pratique la marche à pied et je lis des romans, mais je n'ai pas les cheveux noirs".
 - b. "Si je mange du chocolat ou si je lis des romans, alors je ne pratique pas la marche à pied".
 - c. "Je pratique la marche à pied et je lis des romans, si et seulement si je mange du chocolat ou j'ai les cheveux noirs".
2. En supposant que les valeurs de vérité respectives de p, q, r, s sont v, v, f, f , trouver les valeurs de vérité des propositions précédentes.

Q.5. Simplifier les propositions suivantes : $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ et $(\mathcal{V} \Rightarrow p) \Leftrightarrow p$.

Q.6. On introduit un nouveau connecteur logique, dit barre de Scheffer, noté $|$, dont la table de vérité est la suivante :

p	q	$p q$
f	f	v
f	v	v
v	f	v
v	v	f

1. Donner une expression de $p|q$ en utilisant les connecteurs usuels : \neg, \vee, \wedge .
2. Montrer que tous les connecteurs peuvent être remplacés par ce seul connecteur, en exprimant $\neg p, p \vee q, p \wedge q$ et $p \Rightarrow q$ en utilisant seulement la barre de Scheffer et, si nécessaire, des parenthèses.

Q.7. Montrer que si $p \Rightarrow q$ est une tautologie, et si $\neg q$ est aussi une tautologie, alors $\neg p$ est une tautologie.

Q.8. Donner la contraposée de la proposition "Si E. est poète alors il est heureux".

Q.9. L'argument suivant est-il valide ?

- Si on ne danse pas, je m'assois.
- Si je m'assois, je bois.
- Or je ne danse pas.
-
- Donc je bois.