Exercice 1. Pour les différentes fonctions f données ci-dessous,

1. montrer que f est bijective,
2. donner le domaine de définition de la fonction réciproque f^{-1} et calculer cette fonction,
3. calculer les points critiques de f^{-1}.

a) $f(x) = \sqrt{x-2}$ b) $f(x) = \ln(1+x^2)$, c) $f(x) = 1 + \sin(x)$, $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Exercice 2.

1. Esquisser le graphe d'une fonction ayant deux maxima locaux, un minimum local et pas de minimum global.
2. Esquisser le graphe d'une fonction discontinue sur $[-1, 2]$ ayant un maximum global et un minimum global.

Exercice 3. Trouver les extrema des fonctions ci-dessous.

a) $f(x) = 5 + 54x - 2x^3$ sur $[0, 4]$

b) $f(x) = (x^2 - 1)^3$ sur $[-1, 2]$

c) $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ sur $[-1, 1]$

d) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ sur $[-4, 4]$

e) $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$ sur $[-1, 2]$

f) $f(x) = x + \cos(\dfrac{x}{2})$ sur $[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}]$

Exercice 4. La *fonction de coût*, est le coût de production de x unités d'un certain produit, le coût marginal est le taux de variation de C par rapport à x. En d'autres termes, la *fonction de coût marginal* est la dérivée, de la fonction de coût.
Soit $p(x)$ le prix par unité que l'entreprise peut facturer si elle vend x unités. Alors p est appelée *fonction de demande (ou fonction de prix)*. Si x unités sont vendues et le prix par unité est $p(x)$, alors le chiffre d'affaires total est

$$R(x) = xp(x),$$

et R est appelée *fonction du chiffre d'affaires*. La dérivée R', appelée *fonction de revenu marginal*, est le taux de variation du chiffre d'affaires par rapport au nombre d'unités vendues. Si x unités sont vendues, le bénéfice total est

$$P(x) = R(x) - C(x),$$

et P est appelée *fonction de profit*. La fonction marginale de profit est P', la dérivée de la fonction de profit.
Le *coût moyen* par unité est $c(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

1. Montrer que si le coût moyen par unité est un minimum, alors le coût marginal est égal au coût moyen.
2. Soit $C(x) = 16\,000 + 200x + 4x^{3/2}$.
   a. Quel est le niveau de production minimisant le coût moyen ?
   b. Quel est le coût moyen minimum ?
3. Un magasin a vendu 200 téléviseurs en une semaine à 350 euros chacun. Une étude de marché indique que pour 10 euros de réduction offert aux acheteurs, le nombre d'unités vendues augmentera de 20 par semaine.
   a. Trouver la fonction de la demande et la fonction du chiffre d'affaires.
   b. Quelle réduction le magasin doit-il effectuer pour maximiser son revenu ?