
Contrôle continu de Mathématiques pour Ingénieur
Durée **1 heure**. Sujet de 1 page.
Les documents, les calculatrices et les téléphones portables sont interdits.

Rappels : Développements limités au voisinage de 0 :

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + o(x^n) \quad \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$$

Exercice 1. Donner un équivalent et la limite, éventuelle, de la suite (u_n) définie par $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Exercice 2.

1. Calculer lorsqu'elle existe la somme de la série géométrique de terme général $u_n = x^n$ pour $x = \frac{1}{3}$ et $x = \frac{5}{2}$.
 2. Donner la nature des séries de terme général $\frac{1 + (-1)^n n}{n^2}$ et $\frac{n+3}{(-1)^n \sqrt{n} - 3n}$.
-

Exercice 3. Soit $f(x) = \sqrt{1-x}$.

1. Donner, au voisinage de 0, le polynôme de Taylor de degré inférieur ou égal à 2 de f .
 2. Peut-on en déduire une approximation de $\sqrt{0.9}$ et de $\sqrt{120}$? Justifiez votre réponse.
-

Exercice 4.

1. Calculer le développement limité de $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ à l'ordre 3 au voisinage de 0.
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x \sin x}$.