NOM :
Prénom :
Groupe :
Sup Galilée - Université Paris 13 Lundi 24 novembre 2014

Contrôle continu de Mathématiques pour Ingénieur
Durée **1 heure**. Sujet de **3 exercices** et 4 pages.
Les documents, les calculatrices et les téléphones portables sont interdits.

Exercice 1. Calculer

a) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n} e^{-2\left(\frac{k}{n}\right)^2}$. b) $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}dx$. c) $\int \frac{\cos x}{\sin x + 3}dx$. d) $\int \ln x dx$.

Exercice 2. Soit f une fonction continue sur $[0, 2]$. On cherche à approcher $\int\limits_0^2 f(x)dx$ par la formule de quadrature numérique suivante :

$$J(f) = \frac{2}{3} f(0) + \frac{4}{3} f\left(\frac{3}{2}\right).$$

Déterminer les nœuds, les poids et l'ordre de cette méthode. Illustrer graphiquement cette méthode.

Exercice 3.

1. Calculer $I = \int_1^7 \frac{1}{x^2} dx$.
2. Trouver une approximation de l'intégrale I en utilisant la méthode du point milieu.
3. Trouver une approximation de l'intégrale I en utilisant la méthode du point milieu composite lorsque l'intervalle est subdivisé en 3 sous-intervalles de mîne longueur. Commenter.
4. Rappelons que pour $f \in C^2([a,b])$ l'erreur de la méthode du point milieu composite avec m subdivisions régulières de taille h est donnée par la formule suivante :

$$E_{0,m}(f) = \frac{(b-a)}{24} h^2 f''(\xi), \qquad \xi \in]a,b[.$$

   Déterminer le nombre de subdivisions régulières de l'intervalle $[1,7]$ pour obtenir une approximation de I à 10^{-4} près en utilisant la méthode du point milieu composite.