

# Thesis proposal

## Domain decomposition and multi-scale computations of singularities in mechanical structures

### Décomposition de domaines et calcul multiéchelle de singularités dans les structures mécaniques.

Financement : 3ans, Projet ANR EPSILO N.

Beginning: september 2009.

Location : LJLRA, Université Paris 6, 4 place Jussieu, 75005 Paris. France

Direction : Jean-Jacques Marigo (LJLRA, Université Pierre et Marie Curie) et Laurence Halpern (LAGA, Université P13).

#### Goals :

If one tries to compute jointed structures with large geometrical contrasts (thin films) or high stiffness ratios (composite materials) by using classical finite element methods, some problems of numerical accuracy arise. The presence of small or high material parameters in small size domains needs to use very refined mesh in those zones, while it is unnecessary in the remaining part of the body. Beyond some critical values of these small parameters, one cannot make confidence with calculation any more and it is necessary to consider other methods of approximation. It is the same in engineering structures containing geometrical singularities (corners, points with change of boundary conditions, tips of preexisting cracks, ...) which induce singularities in the mechanical fields. In those zones where the gradients of the fields are large, specific methods of approximation are also necessary. The asymptotic methods constitute an interesting alternative on the theoretical level. They are well known in situations like that of jointed structures, even if a rigorous mathematical justification remains to be made. But their practical implementation is not easy. The numerical treatment of the limit problem can need to solve problems posed in infinite medium with boundary conditions at infinity or to develop specific interfacial finite elements. Accordingly, their use requires to develop specific numerical methods.

An alternative approach is to use a domain decomposition method which allows to use a finer mesh in the neighbourhood of the singularities. It is the aim of the thesis to develop such a method in the context of elasticity equations. The key point is to write adapted transmission conditions between the subdomains, which enables one to use non coincident mesh in the subdomains.

The study will include mechanics, partial differential equations, and numerical implementations in relation with the EPSILON group at INRIA.

#### Objectifs scientifiques :

Il est fréquent que des structures présentent des défauts localisés : effets de bord, défauts de périodicité, hétérogénéités dans des zones de petit volume. C'est par exemple le cas près des bords d'un composite. C'est encore le cas dans une poutre dont une section est partiellement fissurée. La prise en compte de ces défauts peut s'avérer nécessaire pour le bon dimensionnement de la pièce. Or sa petite taille et son comportement spécifique peuvent exiger une modélisation différente du reste de la structure. Une approche à deux échelles est alors nécessaire. Le propos du projet epsilon en général et de cette thèse en particulier est de développer une méthode de décomposition de domaine adaptée à cette situation dans le cadre de l'élasticité. On modélisera d'une part le domaine extérieur de façon grossière et d'autre part le domaine intérieur de façon fine. Ces deux domaines interagissent au moyen de conditions de transmission à définir et optimiser. L'approche sera comparée théoriquement et numériquement avec la méthode des développements asymptotiques raccordés ou double échelle.

Prerequisites : Master in mathematics , with emphasize in PDE (linear elliptic analysis and numerical analysis), and praktise in scientific computing (MATLAB). Further studies on domain decomposition= will be appreciated. Some background in mechanics is quite an asset, but not mandatory. .

Contact : Jean-Jacques Marigo, marigo@lmm.jussieu.fr