

CURRICULUM VITAE

Mohamed Ben Alaya.
Né le 11 décembre 1965.
Marié, deux enfants.
67, rue caulaincourt 75018 Paris.
Tél : 06 16 41 36 18
mba@math.univ-paris13.fr
<http://www.math.univ-paris13.fr/~mba/>

SITUATION PROFESSIONNELLE :

Poste actuel : Maître de Conférences
Section et spécialité : 26 section, spécialité probabilité et statistiques.
Établissement d'affectation : Université Paris 13.
Autre responsabilité : Membre du comité exécutif du Labex MME-DII.
<http://labex-mme-dii.u-cergy.fr/>

FORMATION ACADÉMIQUE ET DIPLÔMES :

- 2012** : **Habilitation à Diriger des Recherches** (HDR), spécialité Mathématiques appliquées, “Des contributions aux probabilités numériques et à l’extension de lois stables et max-stables”.
- 1992** : **Thèse de doctorat** en mathématiques appliquées, à l’ENPC, sous la direction du professeur Nicolas Bouleau, “Les théorèmes ergodiques en simulation”.
- 1989** : DEA probabilités et Applications à l’université Pierre et Marie Curie (Paris 6) Mention Bien. Mémoire de DEA à l’ENPC sous la direction du professeur Gilles Pagès, “Accélération de l’algorithme de Kiefer Wolfowitz à l’aide des suites à discrétion faibles”.

SUJETS DE RECHERCHE :

- Probabilités numériques, méthodes de Monte Carlo, méthode du shift, méthode Multilevel Monte Carlo, suite à discrétion faible, méthodes de réduction de variance, importance sampling, algorithmes stochastiques, finance.
- Méthode particulière, propagation du chaos.
- Statistique des processus, problème de calibration dans le modèle de Cox-Ingersoll-Ross.
- Lois stables et semi-stables au sens de la somme et du max, processus auto-similaires.

ENCADREMENT DE THÈSE :

- **Thèse** de Kaouther Hajji, université Paris 13, “Accélération de la méthode de Monte Carlo pour des processus de diffusions et applications en finance”, soutenue le 12 décembre 2014.
- **Thèse** de Thi Bao Tram NGO, université Paris 13, “Application de La méthode Euler multilevel Monte Carlo pour des événements rares et pour des EDS dirigées par des processus de Lévy”, depuis 01/11/2016.

Articles publiés :

- A18 : Asymptotic properties of maximum likelihood estimator for the growth rate for a jump-type CIR process based on continuous time observations. En collaboration avec Matyas Barczy, Ahmed Kebaier et Gyula Pap. *Accepté à Stochastic Processes and their Applications*. <https://arxiv.org/abs/1609.05865>
- A17 : Importance Sampling and Statistical Romberg Method for Lévy Processes. En collaboration avec Kaouther Hajji et Ahmed Kebaier. *Stochastic Processes and their Applications*, 126, no. 7, 1901-1931, (2016).
- A16 : Importance Sampling and Statistical Romberg method. En collaboration avec Kouather Hajji et Ahmed Kebaier. *Bernoulli Journal*, 21, no. 4, 1947-1983 (2015).
- A15 : Central limit Theorem for the Multilevel Monte Carlo Euler method. En collaboration avec Ahmed Kebaier. *Annals of Applied Probability*, 25, no. 1, 211-234 (2015).
- A14 : Multilevel Monte Carlo for Asian options and limit theorems. En collaboration avec Ahmed Kebaier. *Monte Carlo Methods and Applications*, 20 no. 3, 181-194. (2014).
- A13 : Asymptotic behavior of the maximum likelihood estimator For ergodic and nonergodic square root diffusions. En collaboration avec Ahmed Kebaier. *Stochastic Analysis and Applications* 31(4), 552-573 (2013).
- A12 : Parameter estimation for the square root diffusions : ergodic and nonergodic cases. En collaboration avec Ahmed Kebaier. *Stochastic Models* 28(4), 609-634, (2012).
- A11 : On an extension of min-semistable distributions. En collaboration avec Thierry Huillet et Anna Porzio. *Probab. Math. Statist.* 27(2), 303-323, (2007).
- A10 : Probabilistic approximation of a nonlinear parabolic equation occurring in rheology. En collaboration avec Benjamin Jourdain. *Journal of Applied Probability* 44(2), 528-546, (2007).
- A9 : On a functional equation generalizing the class of semistable distributions. En collaboration avec Thierry Huillet. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* , 57(4), 817-831, (2005).
- A8 : On max-multiscaling distributions as extended max-semistable ones. En collaboration avec Thierry Huillet. *Stochastic Models* , 20(4), 493-512, (2004).
- A7 : On Lévy-Fréchet processes and related self-similar and semistable ones. En collaboration avec Thierry Huillet. *Chaos, Solitons and Fractals* , 14(5), 57-76, (2002).
- A6 : On Lévy stable and semistable distributions. En collaboration avec Thierry Huillet et Anna Porzio. *Fractals* , 9(3), 347-364, (2001).
- A5 : On the physical relevance of max- and log-max-selfsimilar distributions. En collaboration avec Thierry Huillet et Anna Porzio. *Eur. Phys. J. B.* , 17, 147-158, (2000).
- A4 : Rate of convergence for computing expectations of stopping functionals of an α -mixing process. En collaboration avec Gilles Pagès. *Advances in Applied Probability* , 30, 425-448(1998).
- A3 : Résolution des équations elliptiques par la méthode du shift. *Mathematics and computers in simulation*, 38, 87-96(1995).
- A2 : On the simulation of random variables depending on a stopping time. *Stochastic Analysis and Applications*, 11(2), 133-153(1993).
- A1 : Sur la méthode du shift en simulation. N. Bouleau et D. Talay, eds, *Probabilités Numériques*, volume 10, chapitre 2, 61-66, INRIA, (1992).

Prépublications :

- P4 : Asymptotic properties of maximum likelihood estimator for the growth rate for a stable CIR process based on continuous time observations. En collaboration avec Matyas Barczy, Ahmed Kebaier et Gyula Pap. À soumettre en 2017.

- P3 : LA(M)N Property for Cox-Ingersoll-Ross Process based on discrete time observations. En collaboration avec Ahmed Kebaier et Ngoc Khue Tran. *Soumis* (2017). <https://arxiv.org/abs/1708.07070>
- P2 : Improved adaptive Multilevel Monte Carlo and applications to finance. En collaboration avec Kaouther Hajji et Ahmed Kebaier. *Soumis* (2017). <https://arxiv.org/abs/1603.02959>
- P1 : Asymptotic behavior of maximum likelihood estimators for a jump-type Heston model. En collaboration avec Matyas Barczy, Ahmed Kebaier et Gyula Pap. *En révision*, (2016). <http://arxiv.org/abs/1509.08869>

Contrats de R&D avec des industriels :

- R1992 : Contrat d'expertise sur une méthode d'évaluation statistique de l'incertitude associée à un logiciel de thermohydraulique accidentelle. *Rapport EDF*, mai 1992. Avec Électricité de France EDF.
- R1993 : Optimisation des méthodes statistiques dans l'évaluation de l'incertitude d'un logiciel de thermohydraulique accidentelle. *Rapport EDF*, septembre 1993. Avec Électricité de France EDF.

Activités d'évaluation :

- Membre du comité exécutif du Labex MME-DII depuis 01/09/2013.
- Membre du comité scientifique du Labex MME-DII du 01/09/2012 au 31/08/2013.
- Membre du comité d'experts 26 section depuis le 01/01/2012 et avant j'ai été membre du comité de sélection 26 section.
- Evaluation d'articles soumis à des revues de probabilités et statistiques : *Annals of Applied Probability*, *Applied Mathematics and Computation*, *Journal of Statistical Planning and Inference*, *Monte Carlo Methods and Applications*, *Probability and Mathematical Statistics*, *SIAM Journal on Scientific Computing*, *Statistics*.

Organisation de colloques/congrès :

- Organisation d'une session sur la thématique des statistiques des processus dans le cadre *XXXIV International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models*, Debrecen, Hongrie, du 25 au 29 août 2017.
- Organisation du colloque *Numerical Probability and Applications to Finance* à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Tunisie, le 30 avril 2015.

Invitations à des colloques (depuis 2007) :

- C12 : *XXXIV International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models*, organisé du 25/08/2017 au 29/08/2017 à Debrecen, Hongrie.
- C11 : *Statistics for Stochastic Processes 2016*, organisé le 30/11/2016 à Mannheim, Allemagne.
- C10 : *Journées d'Été des Mathématiciens Tunisiens à l'Étranger*, organisé du 20/07/2016 au 21/07/2016 à Tunis, Tunisie.,
- C9 : *On nonlinear analysis : Recent advances and new trends*, organisé du 25/05/2016 au 28/05/2016 à Monastir, Tunisie.
- C8 : *Numerical Probability and Applications to Finance*, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Tunis, le 30 avril 2015.

- C7 : International Conference on *Stochastic Analysis and Applications*, organisé du 19/10/2015 au 23/10/2015 à Hammamet, Tunisie.
- C6 : International Conference on *Stochastic Analysis and Applications*, organisé du 14/10/2013 au 19/10/2013 à Hammamet, Tunisie.
- C5 : International Conference on *Stochastic Analysis and Applications*, organisé du 10/10/2011 au 15/10/2011 à Hammamet, Tunisie.
- C4 : *Stochastic Modelling and Applications to Finance*, organisé du 27/06/2011 au 30/06/2011 à Beijing, China.
- C3 : Journée *Statistique et Finance*, organisé le 18 juin 2010 à l'Université d'Évry Val d'Essonne.
- C2 : *Advanced Mathematical Methods in Finance*, organisé du 4/05/2010 au 8/05/2010 à Bled, Slovenia.
- C1 : *Mathematical Issues in Complex Fluids*, organisé du 15/10/2007 au 19/10/2007 à Beijing, China.

Contrats de recherche financés par des institutions publiques :

- j'ai obtenu le financement pour une manifestation scientifique par le labex MME-DII pour l'organisation d'une session sur la thématique des statistiques des processus dans le cadre *XXXIV International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models* qui aura lieu à Debrecen, Hongrie, du 25 au 29 août 2017.
- j'ai obtenu le financement d'un projet scientifique par le labex MME-DII pour un séjour scientifique au LAGA de Ngoc Khue Tran, université de Pham Van Dong, Vientnam, sur l'année universitaire 2016/2017.
- j'ai obtenu le financement d'un projet scientifique par le labex MME-DII pour des séjours scientifiques aux membres du projet Ahmed Kebaier et moi même du LAGA et Matyas Barczy de l'université de Debercen, Hongrie, et Gyula Pap de l'université de Szeged, Hongrie, sur l'année 2016.
- j'ai obtenu le financement d'un projet scientifique par le labex MME-DII pour financer des séjours scientifiques aux membres du projet, Ahmed Kebaier et moi même du LAGA, Matyas Barczy de l'université de Debercen, Hongrie et Gyula Pap de l'université de Szeged, Hongrie, sur l'année 2015.
- j'ai obtenu le financement pour une manifestation scientifique par le labex MME-DII pour l'organisation du Workshop *Numerical Probability and Applications to Finance* à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Tunisie, le 30 avril 2015.

Partenariat internationale :

- J'ai monté un programme d'échange avec une co-diplômation entre notre école d'ingénieurs Sup-Galilée et l'école d'ingénieurs ESPRIT à Tunis, Tunisie.
- Je suis responsable d'un accord cadre entre l'université de Paris 13 et l'université Tunis El Manar, des échanges d'étudiants entre le master de math de Paris 13 et celui de la Faculté des sciences de Tunis, Tunisie, ont eu lieu.

Compétences en informatique :

- Langage C, Matlab, Scilab, R, Maple, Excel.

PARTIE RÉDACTIONNELLE DU CV

Mohamed Ben Alaya.

Maître de conférences hors classe.

Né le 11 décembre 1965.

Marié, deux enfants.

67, rue caulaincourt 75018 Paris.

Tél : 06 16 41 36 18

mba@math.univ-paris13.fr

<http://www.math.univ-paris13.fr/~mba/>

1 Synthèse de carrière :

Je suis maître de conférences à l'institut de Galilée composante de l'université de Paris 13 et membre de l'équipe probabilités et statistiques. Cette équipe est rattachée au Laboratoire d'Analyse, Géométrie et Applications (LAGA), laboratoire associé au CNRS (UMR7539). De septembre 1989 à décembre 1992, j'ai fait ma thèse en mathématiques appliquées, à l'École Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), sous la direction du professeur Nicolas Bouleau, sur le thème des théorèmes ergodiques en simulation, suite au DEA probabilités et Applications à l'université Pierre et Marie Curie. Jusqu'à 2002, j'ai été membre extérieur au CERMICS (Centre d'Enseignement et de Recherche en Mathématiques et Calcul Scientifique) à l'ENPC.

J'ai aussi enseigné à l'École Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), à l'École Normale Supérieure des Techniques Avancées, (ENSTA) et au master 2 Finance internationale à l'École des Hautes Études Commerciales (HEC). Depuis l'année dernière, j'enseigne au master 1 et 2 actuariat à l'université de Tunis-Dauphine. C'est un master co-diplômant avec l'université de Paris-Dauphine, les étudiants suivent les mêmes cours que le master Parisien et passent les mêmes examens.

2 Activité scientifique :

Les sujets de recherche sur lesquels j'ai travaillé sont les probabilités numériques, méthodes de Monte Carlo, méthode du shift, processus faiblement dépendant, méthode Multilevel Monte Carlo, méthodes de réduction de variance, algorithmes stochastiques, propagation de chaos, méthode particulière, estimation paramétrique des processus, problème de calibration pour le modèle de Cox-Ingersoll-Ross en finance, lois stables et semistables au sens du max et de la somme et processus autosimilaires.

J'ai démarré ma carrière à l'ENPC dans le domaine des probabilités numériques sur le sujet des théorèmes ergodiques en simulation. Pendant cette période, j'ai beaucoup échangé avec Damien Lambertson, Bernard Lapeyre et Gilles Pagès, des pionniers des mathématiques financières et des méthodes de Monte Carlo. Suite à mon poste à l'université de Paris 13, j'ai rencontré Thierry Huillet avec qui j'ai travaillé sur un deuxième axe de recherche à savoir les extensions des lois stables et max-stables. Ceci m'a permis de maîtriser les propriétés de ces lois en termes de queue lourde, de lois limites et de propriétés d'autosimilarités. En gardant mes contacts à l'ENPC, je suis retourné à mon domaine d'origine, à savoir les probabilités numériques, en travaillant avec Benjamin Jourdain sur un problème de résolution d'EDP non linéaire par des méthodes particulières. Ces dernières années, j'ai continué à travailler dans le domaine des probabilités numériques mais j'ai également élargi mon cercle de compétence au domaine de statistiques des processus. En effet, en collaboration avec Ahmed Kebaier, j'ai travaillé sur les

problèmes d'estimation des paramètres du modèle de Cox-Ingersoll-Ross d'une part et sur le théorème central limite pour la méthode Multilevel Monte Carlo d'autre part. J'ai également encadré la thèse de Kaouther Hajji sur des méthodes d'importance sampling en utilisant des algorithmes stochastiques afin de réduire la variance asymptotique de nouveaux algorithmes.

Mes travaux couvrent plusieurs domaines des probabilités et statistiques. Ils ont porté sur des thèmes qui trouvent des applications dans les sciences de l'ingénieur en général et plus particulièrement en mathématiques financières. Par ailleurs, on peut leur trouver un dénominateur commun qui est les théorèmes limites de type théorème centrale limite. Mes contributions peuvent être classés en deux volets : probabilités numériques et statistiques.

Volet probabilités numériques : Ma thèse de doctorat sur l'utilisation des théorèmes ergodiques en simulation, sous la direction de Nicolas Bouleau, m'a plongé dans le domaine des probabilités numériques et les méthodes de Monte Carlo. Les articles [A1], [A2] et [A3] sont tirés de ce travail. Lorsque l'on cherche à simuler des variables aléatoires en dimension grande ou infinie, l'usage du théorème ergodique de Birkhoff, en particulier pour l'opérateur de décalage dit du shift, apparaît comme une méthode performante, notamment grâce à l'efficacité de son implémentation informatique. Dans le but de donner des critères d'arrêts effectifs pour ce type de méthode, je me suis intéressé à la vitesse de convergence de cet algorithme. La conclusion essentielle de cette étude est que la méthode du shift a une vitesse de convergence asymptotique (mathématique) du même ordre de grandeur, $O(\frac{1}{\sqrt{n}})$, que celle de la loi des grands nombres, pour une large classe de fonctionnelles parmi les plus couramment rencontrées. Cette vitesse de convergence est contrôlée par un paramètre représentant la somme de la variance et des corrélations entre les trajectoires décalées. Le rôle de ce paramètre est similaire à celui joué par la variance dans la méthode de Monte Carlo classique où les simulations sont indépendantes. L'article [A4] est une généralisation de la méthode du shift dans un cadre markovien, les résultats sont du même type et ils sont obtenus après la thèse en collaboration avec Gilles Pagès.

Toujours dans le domaine des probabilités numériques et grâce à mes collaborations avec le CERMICS, centre de recherche à l'École Nationale des Ponts et Chaussées, j'ai travaillé avec Benjamin Jourdain, sur la propagation du chaos d'une équation aux dérivées partielles (EDP) parabolique nonlinéaire. Le but essentiel de ce travail, motivé par des applications en rhéologie, est l'interprétation probabiliste de cette équation pour construire des algorithmes basés sur des techniques particulières afin de résoudre numériquement l'EDP considérée. Ce projet a donné lieu à la publication [A10].

Plus récemment, j'ai travaillé sur la méthode de Multilevel Monte Carlo, introduite par Giles [6]. Cette méthode permet de réduire efficacement la complexité de la méthode de Monte Carlo et elle peut être vue comme une généralisation de la méthode de Romberg statistique, introduite par Kebaier [8] pour le calcul d'espérance de fonctionnelles de processus discrétisés. Dans ce cadre nous avons étudié la vitesse de convergence de ce nouvel algorithme pour avoir un choix optimal des paramètres. Plus précisément, nous avons établi une convergence stable de l'erreur du schéma d'Euler sur deux niveaux consécutifs de l'algorithme et un théorème central limite de type Lindeberg-Feller. Ce travail a donné lieu à la publication [A15]. Nous avons également appliqué cette technique à l'évaluation des prix d'options asiatiques. Les résultats obtenus ont donné lieu à la publication [A14].

Dans le cadre de la thèse de Kaouther Hajji, nous avons combiné la méthode de Romberg statistique avec la méthode de réduction de variance introduite par Arouna [1]. Nous avons également utilisé la nouvelle version développée par Lemaire et Pagès [11]. Cette méthode d'importance sampling, qui utilise l'algorithme de Robbins-Monro, nous a permis d'améliorer la méthode Romberg statistique et elle a donné lieu à la publication [A16]. Nous avons également étendu la combinaison de Romberg Statistique et d'importance sampling à un modèle de processus de Lévy et nous avons testé l'efficacité de nos algorithmes dans le cas du CGMY. Les

résultats obtenus ont donné lieu à la publication [A17]. Enfin, la combinaison de la méthode de Euler Multilevel Monte Carlo avec la méthode d'importance sampling a fait l'objet de la prépublication [P2].

Volet statistiques : Mes contributions dans ce volet portent sur deux sujets différents : statistiques des processus et analyse des lois de variables aléatoires généralisant les lois semistables et max-semistables.

Pour le côté statistiques des processus, je me suis intéressé dans un premier temps au problème de calibration dans le modèle de Cox-Ingersoll-Ross (CIR), très utilisé en mathématiques financières pour modéliser l'évolution des taux d'intérêt à court terme. La construction d'estimateurs statistiques efficaces pour approcher les paramètres de ce modèle est cruciale d'un point de vue pratique. Le but essentiel de ce travail est de considérer les estimateurs du maximum de vraisemblance et d'étudier leur comportement asymptotique, en temps long, dans un cadre tout à fait général qui couvre les deux cas ergodique et non-ergodique. Les résultats théoriques obtenus sont originaux et donnent des vitesses de convergence très variées suivant les choix des paramètres. En outre, des nouveaux algorithmes numériques pour la simulation exacte de ces estimateurs ont été proposés. Cette activité a mené à la rédaction de deux articles, [A12] et [A13], en collaboration avec Ahmed Kebaier.

Puis, j'ai monté une collaboration avec Gyula Pap et Mátyás Barczy qui ont étudié auparavant des modèles affines en dimension 2 (voir par exemple [2] et [3]). Dans ce projet, nous avons étudié le problème d'estimation du drift dans un modèle d'Heston avec sauts

$$\begin{cases} dY_t &= \kappa(\theta - Y_t)dt + \sigma\sqrt{Y_t}dW_t, \\ dS_t &= \mu S_t dt + S_t\sqrt{Y_t}(\rho dW_t + \sqrt{1-\rho^2}dB_t) + S_t dL_t \end{cases}$$

avec $Y_0 = y > 0$, $\kappa > 0$, $\theta > 0$, $\sigma > 0$, $\mu \in \mathbb{R}$, $\rho \in [-1, 1]$, $(W_t, B_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien standard de \mathbb{R}^2 et $(L_t)_{t \geq 0}$ est un processus de Lévy indépendant du mouvement brownien. Ce projet a été financé par le Labex MME-DII et les résultats obtenus ont fait l'objet de la prépublication [P1]. Avec mes co-auteurs nous avons également considéré le modèle CIR avec sauts dirigé par subordonateur

$$dY_t = (a - bY_t) dt + \sigma\sqrt{Y_t} dW_t + dJ_t, \quad t \in [0, \infty),$$

avec $Y_0 = y > 0$, $a \in [0, \infty)$, $b \in \mathbb{R}$, $\sigma \in (0, \infty)$, $(W_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien standard réel et $(J_t)_{t \in [0, \infty)}$ est un subordonateur indépendant avec une mesure de Lévy mesure m vérifiant $\int_0^\infty z m(dz) \in [0, \infty)$. Nous avons étudié les propriétés asymptotiques de l'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV) de son taux de croissance b . On distingue trois cas : souscritique, critique et surcritique. Dans le cas souscritique on a un comportement asymptotique normale de l'EMV. Dans le cas surcritique, on a une loi normale de variance aléatoire. Par contre dans le cas critique on obtient une loi non-standard. Cette étude statistique du modèle CIR avec sauts, modèle utilisé en finance, a donné lieu à la publication [A18]. Ce projet a été également financé par le Labex MME-DII.

En plus, j'ai étudié à partir d'observations discrètes l'optimalité des estimateurs pour le CIR au sens des propriétés LAN (locally asymptotically normal), LAMN (locally asymptotically mixing normal) ou LAQ (locally asymptotically quadratic) (voir par exemple [10]). Pour ce faire, on a utilisé une approche basée sur le calcul de Malliavin, voir par exemple les travaux d'Arturo Kohatsu-Higa et al. [9, 14]. Sur ce sujet, je suis entrain de travailler en collaboration Ahmed Kebaier et Ngoc Khue Tran. Cette collaboration a donné lieu à la prépublication [P3].

Le deuxième sujet de recherche sur l'analyse des lois de variables aléatoires généralisant les lois semistables et max-semistables est consacré à l'étude statistique des lois de probabilité qui peuvent être utilisées dans les sciences de l'ingénieur en général puis en physique et la modélisation financière en particulier.

Au cours des dernières décennies, nous avons pu observer dans le monde scientifique, un intérêt renouvelé pour l'usage des distributions à queues lourdes. Ainsi si le caractère aléatoire observé est la somme, respectivement le maximum, de nombreux petits effets, et ces effets suivent une distribution à queue lourde, les lois stables, respectivement max-stables, fournissent des modèles appropriés. Les lois stables, respectivement max-stables connues avec le trio Fréchet-Weibull-Gumbel, sont les seules distributions limites possibles de la somme, respectivement du maximum, d'un échantillon de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées. Du point de vue statistique, l'étude des valeurs extrêmes revient à l'étude des queues de distribution, ou de façon équivalente à l'analyse de la plus grande observation d'un échantillon. Nous pouvons considérer la théorie des valeurs extrêmes comme la contrepartie de la théorie statistique classique, qui est principalement basée sur l'étude de la moyenne d'un échantillon plutôt que ses valeurs extrêmes. Afin de mieux comprendre ces lois et de leur considérer des extensions, j'ai monté une collaboration avec Thierry Huillet sur ce sujet. Anna Porzio a également participé à cette collaboration. Les articles [A5], [A6], [A7], [A8], [A9] et [A11] sont les fruits de cette activité.

Les lois semistables et max-semistables sont une première extension des lois stables et max-stables, leurs intérêts en physique et leurs propriétés statistiques ont fait l'objet des articles [A5] et [A6] en collaboration avec Thierry Huillet et Anna Porzio. Les propriétés d'autosimilarité et de semi-autosimilarité associées à ces lois ont été mises en évidence en considérant les processus de Lévy associés aux lois stables ou semistables et les processus extrémaux associés aux lois max-stables ou max-semistables. Ceci nous a donné un panel de processus vérifiant des propriétés d'autosimilarité ou de semi-autosimilarité et a fait l'objet de l'article [A7].

Les lois multiscaling et max-multiscaling, définies à l'aide d'une équation fonctionnelle, sont une deuxième extension des lois stables, respectivement max-stables. Le but essentiel des articles [A8], respectivement [A9], est de donner les solutions explicites de cette équation dans le cas max-multiscaling, respectivement multiscaling, et de les observer comme des lois limites du maximum, respectivement de la somme, de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées. En d'autres termes, il s'agit d'étudier leur domaine d'attraction.

Par ailleurs, l'équation considérée pour les lois multiscaling avec des coefficients aléatoires a été proposée pour la première fois par Mandelbrot, voir [12] et [13], et elle a suscité l'intérêt de plusieurs probabilistes de renommée internationale. Ils ont montré dans des cadres plus ou moins différents que cette équation admet une famille de solutions avec des propriétés analogues aux lois stables sur \mathbb{R}_+ . Nous avons obtenu des résultats du même type dans le cas min-multiscaling où nous avons montré l'existence d'une famille de solutions analogues aux lois min-stables sur \mathbb{R}_+ . Ce travail a donné lieu à la publication [A11].

Une partie de mes travaux de recherche est développée dans le document de synthèse de mon habilitation que vous pourriez la consulter à partir de ma page personnelle <http://www.math.univ-paris13.fr/~mba/>. Vous pouvez également consulter la totalité de mes publications et mes prépublications. Je donne, ainsi, qu'un résumé de quelques publications récentes représentatifs de mes thèmes de recherche actuels.

2.1 Publications récentes

J'ai choisi les papiers [A12], [A13], [A15], [A16], cités avec cette numérotation dans la première partie de mon CV, publiés récemment et ils sont représentatifs de mes projets de recherche actuels. Ces travaux ont été également adressés aux jury du comité de sélection.

A12 : Parameter estimation for the square root diffusions : ergodic and nonergodic cases. En collaboration avec Ahmed Kebaier. *Stochastic Models* 28(4), 609-634, (2012). Le modèle de Cox-Ingersoll-Ross (CIR) est très utilisé en mathématiques financières pour modéliser l'évolution des

taux d'intérêt à court terme. Il s'agit de la solution de l'équation différentielle stochastique

$$dX_t = (a - bX_t)dt + \sqrt{2\sigma X_t}dW_t, \quad X_0 = x \in \mathbb{R}.$$

Les estimateurs du maximum de vraisemblances des paramètres a et b introduisent les quantités $\int_0^t X_s ds$ et $\int_0^t \frac{1}{X_s} ds$. Une étude asymptotique de ces processus nous a permis de déterminer des vitesses et des lois limites différentes de ces estimateurs suivant les cas $a > \sigma$, $a < \sigma$, $a = \sigma$, $b > 0$, $b < 0$ et $b = 0$. Ainsi, nous avons couvert les cas ergodiques et nonergodiques. Des algorithmes de simulation exacte de ces processus ont été proposés et puis utilisés pour confirmer les résultats théoriques obtenus.

A13 : Asymptotic behavior of the maximum likelihood estimator for ergodic and nonergodic square-Root diffusions. En collaboration avec Ahmed Kebaier. *Stochastic Analysis and Applications* 31(4), 552-573 (2013). En continuité avec le papier précédent, nous avons considéré le problème de l'estimation globale du couple (a, b) . Pour ce faire, nous avons étudié le comportement asymptotique du quadruplet $(\log X_t, X_t, \int_0^t X_s ds, \int_0^t \frac{ds}{X_s})$ dont l'existence est contrainte par la condition $a \geq \sigma$. Ceci nous a permis d'établir des résultats asymptotiques pour l'estimateur du maximum de vraisemblance du CIR dans le cadre d'observations continues. Nous avons également proposé et étudié des estimateurs du couple (a, b) dans un cadre différent basé sur des observations discrètes du processus.

A15 : Central Limit Theorem for the Multilevel Monte Carlo Euler Method. En collaboration avec Ahmed Kebaier. *Annals of Applied Probability*, 25, no. 1, 211-234 (2015). La méthode Multilevel Monte Carlo permet de réduire la complexité par rapport à la méthode de Monte Carlo classique lorsqu'on calcule l'espérance de fonctionnelle de processus discrétisé. Un théorème central limite de type Lindeberg Feller pour la méthode Multilevel Monte Carlo associée à la discrétisation d'Euler a été établi. Ceci nous a permis d'avoir une description précise du choix optimal des paramètres associés à cette méthode. Pour obtenir ce résultat, nous avons montré d'abord une convergence stable de l'erreur du schéma d'Euler sur deux niveaux consécutifs de l'algorithme.

A16 : Importance Sampling and Statistical Romberg method. En collaboration avec Kouather Hajji et Ahmed Kebaier. *Bernoulli Journal*, 21, no. 4, 1947-1983 (2015). Dans cet article, nous développons un nouvel algorithme basé sur une combinaison de la méthode Romberg statistique développée par Kebaier [8] et la technique d'importance sampling en utilisant soit sa version originale, introduite par Arouna [1], basée sur un algorithme stochastique de Robbins Monro avec contrainte, soit une version plus récente, proposée par Lemaire et Pagès [11], basée sur un algorithme de Robbins Monro sans contrainte. Dans les deux cas nous avons démontré la convergence presque sûre de l'algorithme de type Robbins Monro et un théorème central limite pour le nouvel algorithme adaptatif obtenu.

2.2 Encadrement de thèse et sujets de mémoires

J'ai encadré la thèse de Kaouther Hajji sur l'utilisation des algorithmes stochastiques pour la réduction de variance par des méthodes d'importance sampling. Cette thèse a obtenu une bourse de l'école doctorale de Paris 13 de trois ans d'octobre 2010 à août 2013. Depuis Kaouther Hajji a obtenu un poste d'ATER à Paris 2 pour deux ans. Elle a soutenu sa thèse en décembre 2014. Actuellement, elle est en post-doctoral avec Nicole El Karoui à l'université Paris 6.

L'année dernière, j'ai encadré le sujet de mémoire de master 2 de Thi Bao Tram Ngo, une étudiante de l'université des Sciences Naturelles d'Ho Chi Minh Ville. Ceci est dans le cadre d'un programme international Franco-Vietnamien impliquant plusieurs universités Françaises

dont l'université Paris 13 est partenaire. Actuellement Thi Bao Tram Ngo est en thèse sous ma direction. Cette thèse a obtenue une bourse de l'école doctorale de Paris 13 de trois ans et elle a débutée en novembre 2016. Le financement de la bourses a été obtenu par le Labex SMP, <https://www.sciencesmaths-paris.fr/>.

J'encadre souvent des mémoires de master 1, master 2 de mathématiques et des projets de fin d'études dans la formation d'ingénieurs Mathématiques Appliquées et Calcul Scientifique (MACS) et ceci avec une moyenne de deux sujets par an. Je suis souvent désigné tuteur pour le suivi de stage de fin d'études de nos ingénieurs MACS et ceci avec une moyenne de deux par an. Dans ce cadre, je dois organiser une visite à l'entreprise, faire le point avec l'encadrant sur le déroulement du stage et l'adéquation de notre formation par rapport au sujet abordé, encadrer l'étudiant dans la rédaction de son rapport et puis assister aux soutenances de stages comme membre du jury. Les sujets qui me sont désignés sont toujours dans le domaine de la finance.

En juin 2014, j'ai invité un étudiant de la Faculté des sciences de Tunis, Hani Abidi, pour un séjour doctoral. Cette visite a été prise en charge par le LAGA ainsi que l'école doctorale de l'université Tunis El Manar. Je l'ai fait travailler sur les méthodes numériques développées dans [4] pour approximer une équation différentielle stochastique rétrograde (EDSR). On a testé les techniques multilevel dans le cadre de ces méthodes.

2.3 École doctorale

Dans le cadre de la deuxième école du printemps du Centre Euro-Méditerranéen pour les Mathématiques et leurs Applications (CREMMA) qui s'est déroulée à la Cité des Sciences de Tunis du 19 Mars 2012 au 06 Avril 2012, j'ai donné un cours intitulé "Statistique Inférentielle pour les Processus Stochastiques et Applications en Finance". <http://www.math.univ-toulouse.fr/CREMMA/second.html>

En 2015, le CREMMA a organisé son école de printemps du 20 avril au 02 mai 2015 à l'Ecole Nationale des Ingénieurs de Tunis (ENIT). J'ai donné un cours intitulé "Numerical solution of Stochastic Differential Equations and application of Multilevel Monte Carlo Method". <http://www.lamsin.rnu.tn/fifth-school-cremma.pdf>.

Dans ce cadre, j'ai organisé avec Nizar Touzi un workshop d'une journée sur les probabilités numériques avec des applications en finance. Ce Workshop s'est déroulé à l'ENIT, Tunis, le 30 avril 2015. Il a été financé par le Labex MME-DIII dont le LAGA est partenaire et par la chaire risque financier dont l'Ecole Polytechnique, l'université Paris 6 et l'Ecole nationale des Ponts et Chaussées sont partenaires.

Pour les deux années universitaires 2011-2012 et 2014-2015, j'ai été membre du comité scientifique du CREMMA.

2.4 Valorisation de la recherche

2.4.1 Partenariat internationale :

Dans le cadre d'une collaboration entre l'université Paris 13 et l'université de Bamako au Mali, montée par Lionel Schwartz, j'ai été plusieurs fois au Mali pour enseigner des cours de probabilités de niveau master 1 et master 2. Ceci provient du désir du département de mathématiques de Bamako de former des spécialistes dans le domaine des probabilités. Un étudiant de cette promotion fait sa thèse au LAGA sous la direction de Jean-Stéphane Dhersin. <http://www.math.univ-paris13.fr/~schwartz/Mali/>

Pendant les trois dernières années, j'ai donné un cours à la Faculté des Sciences de Tunis composante de l'université Tunis El Manar, intitulé "Simulations et Méthodes de Monte Carlo", dans le master 2 : Analyse Stochastiques et Applications à la finance dont le responsable est le professeur Habib Ouerdiane. Grâce à ce contact un accord cadre a été monté entre l'université

de Paris 13 et l'université Tunis El Manar dont je suis responsable. Depuis plusieurs étudiants ont été sélectionnés de la Faculté des sciences de Tunis pour suivre le master de mathématiques de Paris 13. actuellement deux étudiants font leur thèse au LAGA, sous la direction de Francis Nier et Thomas Duyckaerts, deux en master 2 et deux en master 1. J'ai également monté un accord cadre entre l'université Paris 13 et l'université de Carthage.

Grâce aussi à mes contacts, un accord cadre a été signé entre l'école d'ingénieurs Sup-Galilée <http://www.sup-galilee.univ-paris13.fr/> et l'école d'ingénieurs ESPRIT de Tunis. Cette convention de partenariat concerne une co-diplômation pour les trois spécialités, informatique, mathématiques et télécoms-réseaux de notre école d'ingénieurs Sup-Galilée. Depuis deux ans plusieurs étudiants de l'école d'ingénieurs ESPRIT ont bénéficié de cette co-diplômation.

Maintenant l'Institut Galilée souhaite renforcer les relations avec ses partenaires tunisiens et je candidate avec un collègue du bureau des relations internationales à des bourses ERasmus+. Le but est de cadrer ces échanges et créer plus de mobilités.

2.4.2 Contact avec l'entreprise :

Dans le domaine des contrats industriels, durant l'année universitaire 1992-1993, j'ai mené avec Bernard Lapeyre une étude sur une méthode statistique en thermohydraulique accidentelle pour le compte d'EDF. J'ai comparé dans un contexte industriel les méthodes des suites à discrédance faible (Halton, Faure, les transformations irrationnelles du tore) et des méthodes de réduction de variance à la méthode classique de Monte Carlo. J'ai en particulier mis en évidence que la vitesse de convergence dépend de façon essentielle de la régularité de la quantité à calculer et de la dimension de notre espace de simulation. Ce travail a donné lieu à la rédaction de deux rapports [R1992] et [R1993].

3 Projets de recherche

J'ai plusieurs projets en cours.

Premier projet : Pour la partie statistiques des processus, le problème d'estimation du drift pour le modèle d'Heston avec des sauts dans la dynamique du prix du spot et le modèle du CIR avec sauts ont été étudié dans la prépublication [P1] et la publication [A18]. Avec mes co-auteurs nous sommes toujours intéressés par l'étude des modèles affines avec sauts qui intéressent les financiers. En effet, nous avons également entamé un troisième travail de recherche en considérant le modèle Alpha-CIR, pour l'intérêt de ce modèle en finance voir la prépublication de Ying Jiao, Chunhua Ma et Simone Scotti [7]. Ce nouveau projet traite un cas plus délicat et présente plusieurs difficultés techniques. Ce projet a été financé par le Labex MME-DII et des séjours d'échange ont été programmés. Un papier sera soumis sous peu [P4].

Deuxième projet : Le but de ce projet est d'étudier à partir d'observations discrètes l'optimalité des estimateurs au sens des propriétés LAN (locally asymptotically normal), LAMN (locally asymptotically mixing normal) ou LAQ (locally asymptotically quadratic)(voir par exemple [10]), pour le CIR avec saut

$$dX_t^{a,b,\sigma} = (a - bX_t) dt + \sigma \sqrt{X_t} dW_t + dJ_t,$$

avec $(a, b, \sigma) \in (0, \infty) \times \mathbb{R} \times (0, \infty)$ sont des paramètres à estimer, $(W_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien standard et $(J_t)_{t \geq 0}$ est un processus à saut indépendant. Dans le cas du CIR avec sauts, l'approche basée sur le calcul de Malliavin et utilisée dans la prépublication [P3] nous donne des résultats intéressants dans le cas critique et surcritique. On continue à travailler pour traiter le cas souscritique. Sur ce sujet, je suis entrain de travailler en collaboration avec Ahmed

Kebaier, Gyula Pap et Ngoc Khue Tran et un article est en cours de rédaction. Ce projet a été financé par le Labex MME-DII et des séjours d'échange ont été programmés.

Troisième projet : Pour la partie probabilités numériques, une extension naturelle des modèles étudiés dans la thèse de Kaouther Hajji est de considérer la classe d'EDS dirigée par un processus de Lévy. Les études théoriques et empiriques montrent que pour l'évaluation d'options et surtout pour la gestion de risques, il est essentiel de prendre en compte la possibilité d'un mouvement avec saut dans le cours des actifs. Un exposé détaillé sur l'intérêt de ces modèles et leur utilisation en finance peut être trouvé par exemple dans le livre de Cont et Tankov [5]. Cette question fera l'objet de la première partie de la thèse de mon étudiante Thi Bao Tram Ngo.

Quatrième projet : Dans ce projet je voudrais appliquer les nouveaux algorithmes combinant la méthode multilevel et la méthode importance sampling développés dans les papiers [A15] et [A16] à la simulation des événements rares. Le challenge est d'étendre nos résultats à des payoffs moins réguliers. Cette question fera l'objet de la deuxième partie de la thèse de mon étudiante Thi Bao Tram Ngo

Cinquième projet : Dans ce projet, je m'intéresse à revisiter la méthode du shift étudiée dans ma thèse avec une nouvelle approche basée sur les techniques Multilevel Monte Carlo. Ce projet pourrait faire un sujet de thèse.

4 Activités pédagogiques

Depuis ma nomination à Paris 13, je me suis investi dans l'enseignement des probabilités et statistiques dans diverses formations. Mon enseignement se déroule principalement à l'Institut Galilée, composante de Paris 13, en intervenant au master de mathématiques ou à la formation ingénieurs Mathématiques Appliquées et Calcul Scientifique (MACS). Celle ci a pour objectif de former des ingénieurs mathématiciens capables d'assurer le traitement mathématique et numérique et d'analyser la pertinence des résultats. Depuis plusieurs années une option finance a été développée au sein de cette formation. J'interviens aussi à l'UFR sciences économiques pour enseigner à la formation Ingénierie Financière et Modélisation (IFIM) et pour la licence sciences économiques. Mon service comporte des cours et des travaux dirigés en probabilités et statistiques allant des cours de base, de niveau licence, en passant par des cours de niveau master 1 (chaînes de Markov, martingales à temps discret, décision statistiques, modèle linéaire, séries temporelles) et en allant à des cours de niveau master 2 (calcul stochastique et applications en finance, finances numériques, mesure de risque, modèle des taux).

J'ai été maître de conférences et responsable des petites classes du module d'enseignement probabilités à l'École Nationale des Ponts et Chaussées de septembre 1997 à juin 2004. J'ai enseigné également aux cours de statistiques et analyse des données à l'ENPC de septembre 2001 à juin 2004 et j'ai été chargé de T.D., du cours probabilités et statistiques, à l'École Normale Supérieure des Techniques Avancées (ENSTA) de septembre 1998 à juin 2004. De septembre 2011 à juin 2014, j'ai été chargé d'enseignement à l'École des Hautes Études Commerciales (HEC), dans ce cadre, j'ai intervenu dans le master Finance Internationale pour le cours Numerical Analysis. Depuis l'année dernière, j'enseigne au master 1 et 2 actuariat à l'université de Tunis-Dauphine, master co-diplômant avec l'université de Paris-Dauphine.

Vu mon implication dans la formation MACS et dans les écoles d'ingénieurs ENPC et ENSTA pendant plusieurs années, j'ai eu l'occasion d'enseigner des TP avec des logiciels de calcul numérique MATLAB ou SCILAB pour des problèmes de simulation en probabilités et statistiques et de proposer plusieurs projets numériques. J'ai également encadré des mémoires de master 1, master 2, et des projets de fin d'études dans la formation d'ingénieurs MACS avec

une moyenne de deux sujets par an. En outre, je suis constamment dans les jury des soutenances de ces projets.

Depuis deux ans, je donne un cours de licence 3 Eco-gestion intitulé statistiques et économétrie. Pour ce cours, j'ai choisi de leur faire des TP de stat avec le logiciel R. Depuis deux ans, j'ai choisi de donner deux cours en master 1 Economie Internationale et Régulation le premier porte sur le modèle linéaire, déviation aux hypothèses de Gauss-Markov et les tests de racine unité de Dickey-Fuller et le deuxième porte sur les séries temporelles. Ceci m'a permis d'élargir ma panoplie de cours enseignés.

4.1 Recueil des cours enseignés

- Cours Modèle des taux en master 2 actuariat à l'université Tunis-Dauphine
- Cours Econométrie des séries temporelles en master 1 EIR. Modèle linéaire, déviation aux hypothèses de Gauss-Markov, tests de racine unité de Dickey-Fuller
- Cours Introduction aux séries temporelles en master 1 EIR. Ce cours se fait sur machine en utilisant le logiciel R.
- Cours/TD Econométrie en L3 eco-gestion. Tests statistiques et modèle linéaire. Dans ce cours, je fais des TPs avec le logiciel R.
- Cours/TD Introduction au calcul stochastique et applications à la finance en MACS 3 (formation d'ingénieur Mathématiques Appliquées et Calcul Scientifique) et Master 2 de Mathématiques et Informatique.
- Cours/TD Finances numériques au Master 2 de Mathématiques et Informatique.
- Cours/TD Numerical Analysis au Master 2 Finance internationale à HEC.
- Cours de processus stochastiques à temps discret en Master 1 de Mathématiques et Informatique. Conditionnement, Martingales à temps discret, applications en finance.
- Cours/TD de processus stochastiques à temps discret en Master 1 IFIM (Ingénierie Financière et Modélisation). Conditionnement, Martingales à temps discret, applications en finance. Le public est composé d'élèves de provenances diverses mais principalement de la licence L3 MIEF (Mathématiques, Informatique appliquées à l'Économie et à la Finance) de Paris 13. Le challenge est alors d'intéresser ces étudiants à la matière de leur donner le langage, les idées principales et les outils pour faire les calculs sans trop insister sur les difficultés mathématiques.
- Cours/TD de décision statistique. Master 1 de Mathématiques et Informatique. Méthodologie statistique, estimation ponctuelle, vecteurs gaussiens, intervalle de confiance, région de confiance, tests d'hypothèses, modèle linéaire.
- Cours/TD Proba-Stat2 de MACS1. Fonctions caractéristiques, convergences, estimation ponctuelle, intervalle de confiance, échantillons gaussiens, tests d'hypothèses, modèle linéaire.
- Cours d'introduction aux probabilités en L2 sciences économiques. Notion de probabilité générale, variables aléatoires réelles discrètes et variables aléatoires à densité. C'est un cours magistral dans un amphithéâtre où on a aussi la responsabilité de la gestion de cinq groupes de TD.

5 Responsabilités Collectives :

- Membre du comité exécutif du Labex Modèles Mathématiques et Économiques de la Dynamique de l'Incertitude et des Interactions, MME-DII, depuis septembre 2013. Pour l'année 2012-2013, j'ai été membre du conseil scientifique du Labex MME-DII.
- Membre du comité d'experts 26 section et vice président pour la période 2010-2012.
- Membre du conseil du département.
- Membre du bureau de la formation d'ingénieurs MACS à Paris 13. Je participe régulièrement à l'élaboration des programmes, en prenant en compte des exigences du marché du travail et

des recommandations de la CTI (commission des titres d'ingénieur).

- Membre du conseil du laboratoire jusqu'à 2008.
- Membre de la commission de spécialistes 26 section jusqu'à 2008, j'ai toujours été dans les commissions d'audition lors du recrutement des maîtres de conférences dans la spécialité probabilités et statistiques.
- J'ai été membre de la commission de spécialistes 26 section de l'université du Mans.
- De 1997 à 2001, j'ai été responsable des stages et des projets de fin d'études, à la formation MACS. Pendant cette période je me suis engagé dans la recherche des sujets, la coordination entre les professeurs de Paris 13 et nos partenaires industriels, la distribution des stages aux élèves ingénieurs et l'organisation des soutenances.

Références

- [1] Bouhari Arouna. Adaptive Monte Carlo method, a variance reduction technique. *Monte Carlo Methods Appl.*, 10(1) :1–24, 2004.
- [2] Mátyás Barczy, Leif Döring, Zenghu Li, and Gyula Pap. Parameter estimation for a sub-critical affine two factor model. *J. Statist. Plann. Inference*, 151/152 :37–59, 2014.
- [3] Mátyás Barczy, Leif Döring, Zenghu Li, and Gyula Pap. Stationarity and ergodicity for an affine two-factor model. *Adv. in Appl. Probab.*, 46(3) :878–898, 2014.
- [4] Bruno Bouchard and Nizar Touzi. Discrete-time approximation and Monte-Carlo simulation of backward stochastic differential equations. *Stochastic Process. Appl.*, 111(2) :175–206, 2004.
- [5] Rama Cont and Peter Tankov. *Financial modelling with jump processes*. Chapman & Hall/CRC Financial Mathematics Series. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2004.
- [6] Michael B. Giles. Multilevel Monte Carlo path simulation. *Oper. Res.*, 56(3) :607–617, 2008.
- [7] Ying Jao, Chunhua Ma, and Simone Scotti. Alpha-cir model with branching processes in sovereign interest rate modelling. *arxiv*, 2016.
- [8] Ahmed Kebaier. Statistical Romberg extrapolation : a new variance reduction method and applications to option pricing. *Ann. Appl. Probab.*, 15(4) :2681–2705, 2005.
- [9] Arturo Kohatsu-Higa, Eulalia Nualart, and Ngoc Khue Tran. LAN property for a simple Lévy process. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris*, 352(10) :859–864, 2014.
- [10] Yury A. Kutoyants. *Statistical inference for ergodic diffusion processes*. Springer Series in Statistics. Springer-Verlag London, Ltd., London, 2004.
- [11] Vincent Lemaire and Gilles Pagès. Unconstrained recursive importance sampling. *Ann. Appl. Probab.*, 20(3) :1029–1067, 2010.
- [12] Benoit Mandelbrot. Multiplications aléatoires itérées et distributions invariantes par moyenne pondérée aléatoire. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A*, 278 :289–292, 1974.
- [13] Benoit Mandelbrot. Multiplications aléatoires itérées et distributions invariantes par moyenne pondérée aléatoire : quelques extensions. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A*, 278 :355–358, 1974.
- [14] Ngoc Khue Tran. *LAN property for jump-diffusion processes with discrete observations via Malliavin calculus*. Doctoral Thesis. Université Paris 13, 2014.