Licence Economie Gestion 2
1$^{\text{er}}$ semestre 2012-2013
STATISTIQUES

Feuille 1

Exercice 1 *1. Combien de mots de passe de* 8 *symboles peut-on créer avec* 66 *caractère?*

2. *Si, dans un pays, les voitures ont des plaques avec deux lettres (leur alphabet a* 26 *caractères) et ensuite trois chiffres, combien de plaques possibles y a-t-il?*

Exercice 2 20 *livres doivent être rangés sur un rayon d'une bibliothèque, dont* 10 *livres de probabilité,* 6 *de statistique,* 3 *de gestion et* 1 *d'histoire. On souhaite ranger les livres de manière que les livres de même sujet soient regroupés. Combien y a-t-il de dispositions possibles?*

Exercice 3 *Dans un jeu de* 32 *cartes, on tire* 5 *cartes au hasard. On rappelle que dans un jeu de trente deux cartes il y a huit hauteurs différentes (sept, huit, neuf, dix, valet, dame, roi, as) et que pour chaque hauteur on a quatre cartes de couleurs différentes (coeur, carreau, pique, trèfle). Quelle est la probabilité des événements suivants.*

1. *A est l'événement "avoir le valet de coeur, la dame de coeur et le roi de coeur".*
2. *B est l'événement "avoir au moins un coeur".*
3. *C est l'événement "avoir un carré".*

Exercice 4 *On considère un amphi de* 120 *étudiants. On suppose qu'il n'y a pas d'année bissextile.*

1. *Quelle est la probabilité, p, pour qu'au moins deux étudiants soient nés un même jour de l'année?*
2. *Quelle est la probabilité, q, pour qu'au moins un élève soit né le même jour de l'année que Socrate?*

Exercice 5 *Trois boules sont tirées d'une urne contenant des boules blanches et des boules rouges. Considérons les événements suivants : A : la première boule est blanche, B : la deuxième boule est blanche, et C : la troisième boule est blanche. Exprimer les événements suivants en fonction de A, B et C : D : toutes les boules sont blanches, E : les deux premières sont blanches, F : au moins une boule est blanche, G : seulement la troisième est blanche, H : exactement une boule est blanche, I : au moins deux boules sont blanches, et J : aucune boule est blanche.*

Exercice 6 *On considère un espace de probabilité et deux événements A et B. Supposons $\mathbb{P}(A) = 0.3$, $\mathbb{P}(B) = 0.2$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.1$. Calculer la probabilité des événements :*

1. C est l'événement "au moins un des événements A et B se réalise".

2. D est l'événement "aucun des événements A et B ne se réalise".

3. E est l'événement "l'événement A se réalise et l'événement B ne se réalise pas".

4. F est l'événement "exactement un des événements A et B se réalise".

Exercice 7 *Soient $(\omega_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de réels et $\Omega = \{\omega_n, n \in \mathbb{N}\}$. On définit sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ la probabilité $\mathbb{P}$ par $\mathbb{P}(\{\omega_n\}) = a\frac{2^n}{n!}$, avec a une constante positive. On rappelle la formule suivante : $\forall x \in \mathbb{R}, \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$. Déterminer a et calculer $\mathbb{P}\{\omega_0, \omega_1, \omega_2\}$.*

Exercice 8 *On lance deux dés (à 6 faces) équilibrés et on observe les résultats. Définissons les événements suivants: A est l'événement "le premier dé donne un 6", B est l'événement "la somme des deux dés est 6", C est l'événement "la somme des deux dés est 7", D est l'événement "la somme des deux dés est 8".*

1. Est-ce que A et B sont deux événements disjoints? Sont-ils indépendants?

2. Est-ce que A et C sont deux événements disjoints? Sont-ils indépendants?

3. Est-ce que A et D sont deux événements disjoints? Sont-ils indépendants?

Exercice 9 *Un laboratoire pharmaceutique vend un test avec la notice suivante : si vous êtes malade, alors le test est positif avec probabilité $\alpha = 98\%$, si vous êtes sains, alors le test est positif avec probabilité $\beta = 2\%$. On sait qu'il y a un malade sur 1000 personnes. calculer la probabilté pour que vous soyez un sujet sain alors que votre test est positif et la probabilté pour que vous soyez malade alors que votre test est négatif.*

Exercice 10 *Dans une usine, des pièces mécaniques sont fabriquées par 3 machines A, B et C. Elles assurent respectivement 25%, 35% et 40% de la production. Les pourcentages des pièces défectueuses fabriquées par A, B et C sont respectivement 5%, 4% et 2%. On tire une pièce de la production et on constate qu'elle est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été fabriquée par A? par B? par C?*

Exercice 11 *1. Soit A_1, A_2, A_3 trois événements.*

(a) Montrer que $\mathbb{P}(A_1 \cup A_2) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 \cap A_2)$.

(b) En déduire une formule analogue pour $\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup A_3)$.

2. Une personne écrit à 3 correspondants des lettres personnelles, met chaque lettre dans une enveloppe, ferme les enveloppes, puis écrit les adresses au hasard. On note A_i l'évènement la lettre i parvient à son destinataire.

(a) Calculer $\mathbb{P}(A_1), \mathbb{P}(A_2), \mathbb{P}(A_3), \mathbb{P}(A_1 \cap A_2), \mathbb{P}(A_1 \cap A_3), \mathbb{P}(A_2 \cap A_3)$ et $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.

(b) En déduire la probabilité qu'aucune lettre ne parvienne à son destinataire.