Licence Economie Gestion 2
1^{er} semestre 2012-2013
STATISTIQUES

Feuille 3

Exercice 1 *Soit X une v.a.r. de densité*

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x} & si \ -e \leq x \leq -1 \\ x+1-a & si \ -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

1. *Calculer a puis déterminer la fonction de répartition F_X de X.*
2. *calculer $\mathbb{P}\left(\exp(X) \leq \frac{1}{e}\right)$.*
3. *Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $Var(X)$.*
4. *On pose $Y = X\exp(X)$. Calculer $\mathbb{E}(Y)$ et $Var(Y)$.*

Exercice 2 *Soit X une v.a.r. de densité*

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{|x|^4} & pour \ |x| \geq 1 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

1. *Calculer a puis déterminer la fonction de répartition F_X de X.*
2. *Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $Var(X)$.*
3. *On pose $Y = -X$, calculer la fonction de répartition F_Y de la v.a.r. Y et en déduire sa densité f_Y.*
4. *On pose $Z = |X|$, calculer la fonction de répartition F_Z de la v.a.r. Z et en déduire sa densité f_Z.*

Exercice 3 *Soit X une v.a.r. dont la loi de probabilité admet pour densité sur $\mathbb{R}$*

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\theta^2} & pour \ x \in [0, \theta] \\ 0 & sinon \end{cases}$$

θ étant un paramètre réel strictement positif.

1. *Déterminer la fonction de répartition F_X de X.*
2. *Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $Var(X)$.*

3. *Soient* X_1 *et* X_2*, deux variables aléatoires indépendantes, de même loi de probabilité que* X.
   (a) *On pose* $Z = max(X_1, X_2)$*. Déterminer la fonction de répartition* F_Z *de la v.a.r.* Z *et en déduire sa densité* f_Z.
   (b) *On pose* $T = min(X_1, X_2)$*. Déterminer la fonction de répartition* F_T *de la v.a.r.* T *et en déduire sa densité* f_T.

Exercice 4 Lois d'usage fréquent *Quelles sont les lois, les espérances et les variances des lois suivantes:*

- *Loi uniforme sur* $[a, b]$*,* $\mathcal{U}([a, b])$.
- *Loi exponentielle de paramètre* λ*,* $\mathcal{E}(\lambda)$.
- *Loi normale* $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$.

Exercice 5 *Soit* X *une v.a.r. de loi uniforme sur* $[0, 1]$*. On pose* $Y = -\frac{1}{\lambda} ln(X)$*,* $\lambda > 0$.

1. *Déterminer la fonction de répartition* F_X *de* X.
2. *Calculer la fonction de répartition* F_Y *de la v.a.r.* Y.
3. *En déduire la densité* f_Y *de la v.a.r.* Y*. Reconnaître la loi de* Y.

Exercice 6 *Soit* X *une v.a.r. de loi* $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$*,* $m \in \mathbb{R}$ *et* $\sigma > 0$*. On pose* $Y = \dfrac{X - m}{\sigma}$*. On note par* F_X *la fonction de répartition de* X.

1. *Exprimer la fonction de répartition* F_Y *de la v.a.r.* Y *en fonction de celle de* X.
2. *En déduire la densité* f_Y *de la v.a.r.* Y*. Reconnaître la loi de* Y.