

Généralités sur les ensembles et les relations d'équivalence

1 Généralités, equipotence

Notion d'ensemble, sous-ensemble, ensemble produit, ensemble des parties. Inclusion, intersection.

Partition d'un ensemble.

Applications, injectives, surjectives, bijectives.

Composition d'applications, $f \circ g$ injective implique g injective, $f \circ g$ surjective implique f surjective.

Une application d'un ensemble fini dans lui même est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.

Image d'une partie, image inverse. Comportement aux unions et intersections.

- Ensembles équipotents.
- ensemble dénombrables
- \mathbb{Z} , \mathbb{Q} sont dénombrables.
- Le produit de deux ensembles dénombrables est dénombrable.
- Un sous-ensemble infini d'un ensemble dénombrable est dénombrable.
- E n'est jamais équipotent à $\mathcal{P}(E)$.
- \mathbb{R} n'est pas dénombrable.

2 Relation d'équivalence

Définition (sous-ensemble de $E \times E$ ou relation binaire)

- Classes d'équivalence.
- Partition par les classes d'équivalence.

Exemple : Classes de congruences modulo k . partition de \mathbb{Z}

3 Relations d'ordre

Définition. Ordre partiel ou total.

- Le cas de \mathbb{R} .
- le cas de \mathbb{N} et la divisibilité.
- $\mathcal{P}(E)$ et l'inclusion.
- L'ordre lexicographique.