Université de Paris XI — **L1 – Calculus Math 151**
Mathématiques — **1er semestre 08/09**

Contrôle des connaissances 1

Équations différentielles

Le test aura lieu le vendredi 17 octobre

Le jour du test, je choisirai trois des affirmations dans la liste ci-dessous. Pour chacune, je vous demanderai de dire si elle est VRAI ou FAUSSE, puis de justifier votre réponse.

Indication: il y a 11 affirmations vraies et 9 affirmations fausses

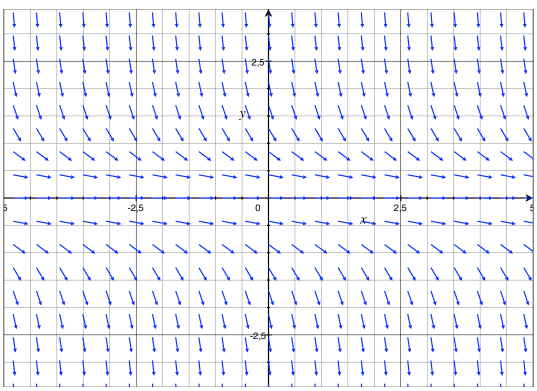
1.— Les fonctions sinus et cosinus sont solutions de l'équation différentielle $y'' = -y$.

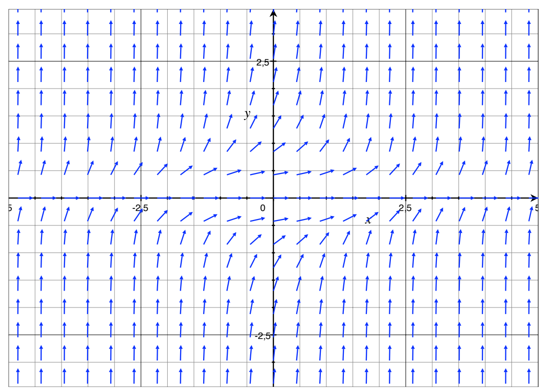
2.— La fonction $f(x) = x^5$ est solution de l'équation différentielle $(y')^5 = 5^5 y^4$.

3.— La fonction $f(x) = 1$ est solution de l'équation différentielle $y' + xy^2 = 0$.

4.— Le dessin ci-dessous à gauche représente le champ de tangentes de l'équation différentielle $y' = y^2$.

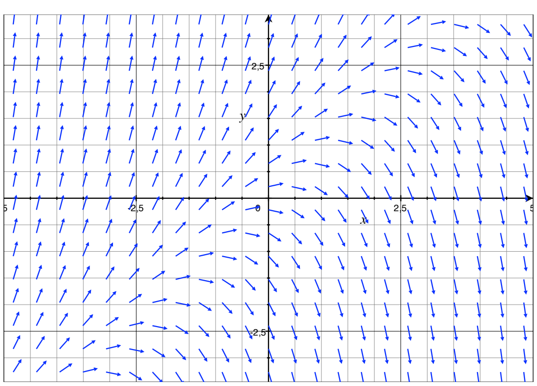
5.— Le dessin ci-dessous, à droite, représente le champ de tangentes de l'équation différentielle $y' = y^2$.

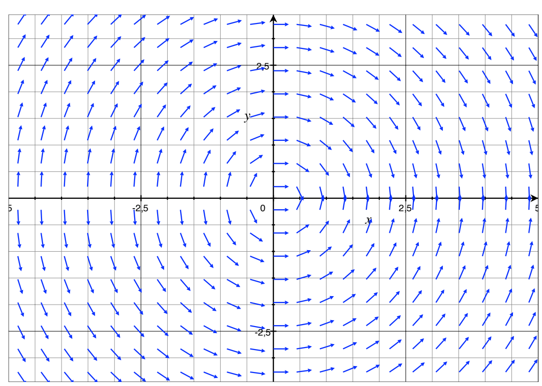




6.— Toute solution de l'équation différentielle dont le champ de tangente est représenté ci-dessous, à gauche, est croissante.

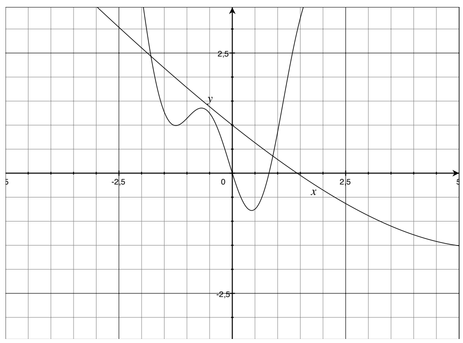
7.— Toute solution maximale de l'équation différentielle dont le champ de tangente est représenté ci-dessous, à droite, est définie sur $\mathbb{R}$ en entier.

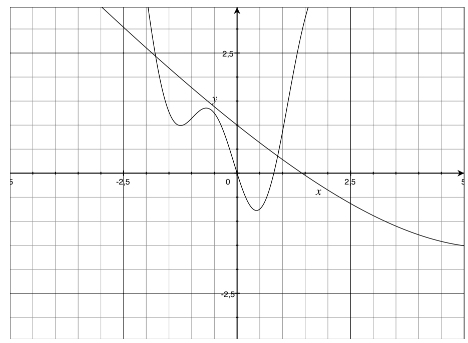




8.— Les deux fonctions représentées ci-dessous, à gauche, ne sont pas deux solutions d'une même équation différentielle du type $y' = \varphi(x, y)$.

9.— Les deux fonctions représentées ci-dessous, à gauche, ne sont pas deux solutions d'une même équation différentielle du type $y' = \varphi(x, y)$ avec φ de classe C^1.





10.— Si f est une solution de l'équation différentielle $y' = 1 + y^4$, alors f est strictement croissante sur son intervalle de définition.

11.— Il existe une unique solution maximale de l'équation différentielle $y' = \cos(y)$ et vérifiant la condition initiale $y(2) = 3$.

12.— L'équation différentielle $y' = \arctan(y)$ admet une infinité de solutions maximales.

13.— La fonction arctan est une primitive de la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

14.— La fonction $\sqrt{1 + x^4}$ est l'unique primitive de la fonction définie par $f(x) = \frac{2x^3}{\sqrt{1+x^4}}$.

15.— Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et strictement positive. Les primitives de $\frac{f'}{f}$ sont les fonctions $\log(f) + C$ où C est une constante quelconque.

16.— Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et strictement positive. Les primitives de $\frac{f'}{f}$ sont les fonctions $\log(\frac{f}{\lambda})$ où λ est une constante strictement positive quelconque.

17.— Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et strictement négative. Les primitives de $\frac{f'}{f}$ sont les fonctions $\log(f) + C$ où C est une constante quelconque.

18.— Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et strictement négative. Les primitives de $\frac{f'}{f}$ sont les fonctions $\log(-f) + C$ où C est une constante quelconque.

19.— Si $f' = g'$, alors $f = g$.

20.— Si f et g sont définies sur $\mathbb{R}$, et si $f' = g'$ et $f(32) = g(32)$ alors les fonctions f et g sont égales.