---

## Examen partiel du 3 novembre 2014

---

*Les calculatrices non-programmables et le polycopié de cours sont autorisés.*

**Exercice 1.— Tracé de graphes** (environ 3 points)
Esquisser les graphes des fonctions d'une variables suivantes.

$$f(x, y) = 3\sin(2x) \qquad g(x, y) = x + \sin(x) \qquad h(x, y) = x\sin(x).$$

---

**Exercice 2.— Vrai ou faux** (environ 3 points)
Pour chacune des trois assertions suivantes, dites si elle est vraie ou fausse et justifiez.

**1.** L'ensemble de définition de la courbe paramétrée plane $M : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ définie par $M(t) = (\sqrt{t-1}, \sqrt{-t+1})$ est l'union d'intervalles $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.

**2.** Si le vecteur accélération au temps $t_0$ d'une courbe $M : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ est égal à $(1, 0)$, alors la tangente au temps $t_0$ à l'image de $M$ est horizontale.

**3.** La courbe paramétrée plane $M : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ définie par $M(t) = (\exp(t), 1)$ est un paramétrage de la droite déquation $(y = 1)$.

---

**Exercice 3.— Étude d'une courbe paramétrée** (environ 6 points)

On considère la courbe paramétrée $M : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ définie par la formule

$$M(t) = (x(t), y(t)) = (\exp(\sin(4t)\ ,\ \cos(2t)\,)\,.$$

**1.** Étudier la courbe $M$ sur l'intervalle $[0, \pi/2]$, et dresser le tableau de variations correspondant.

**2.** Tracer l'image de $M$ restreinte à l'intervalle $[0, \pi/2]$. On placera notamment tous les points où la tangente à la courbe est horizontale ou verticale.

**3.** Quelle transformation géométrique envoie $M(t)$ sur $M(t+2\pi)$ ? Quelle transformation géométrique envoie $M(t)$ sur $M(t+\pi)$ ? Quelle transformation géométrique envoie $M(t)$ sur $M(t+\pi/2)$ ?

**4.** Tracer l'image de $M$ sur $\mathbb{R}$ tout entier.

---

**Exercice 4.— Ensembles de définition** (environ 4,5 points)

Déterminer, puis dessiner, l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x, y) = \sqrt{x-1}\sqrt{y-x} \quad , \quad g(x, y) = \sqrt{(x-1)(y-x)} \quad , \quad h(x, y) = \frac{1}{\sin(x)\sin(y)}$$

---

**Exercice 5.— Lignes de niveaux** (environ 3 points)

**1.** Déterminer et tracer les lignes de niveaux 0 et 1 de la fonction $f : (x, y) \mapsto \cos(x^2 + y^2)$.

**2.** Déterminer et tracer les lignes de niveaux 0, 1 de la fonction $g : (x, y) \mapsto \exp(xy)$.

---

**Exercice 6.— Plans tangents** (environ 3 points)
On considère la fonction $f$ de deux variables définie par $f(x, y) = x^3 + \frac{3}{4}y^2 - 3x(y + 1) + 2$.

**1.** Déterminer une équation du plan tangent au graphe de $f$ au point de coordonnées $(1, 0, 0)$.

**2.** Trouver les coordonnées de tous les points où le plan tangent au graphe de $f$ est horizontal.

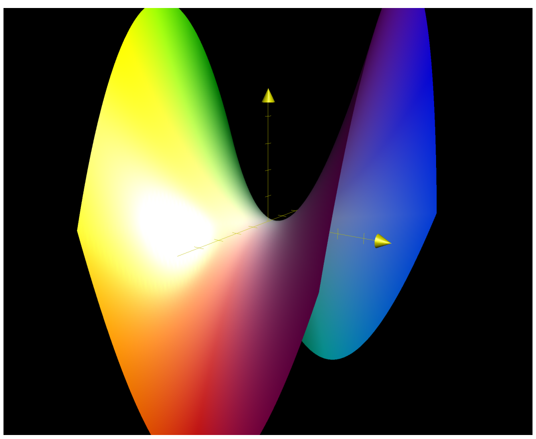
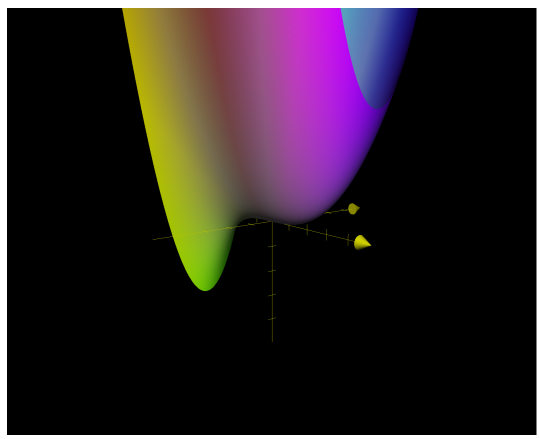
---

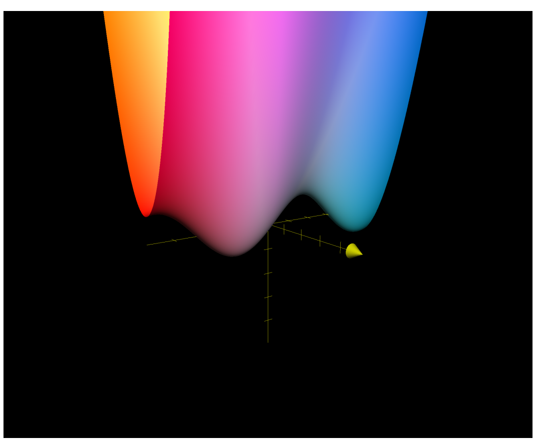
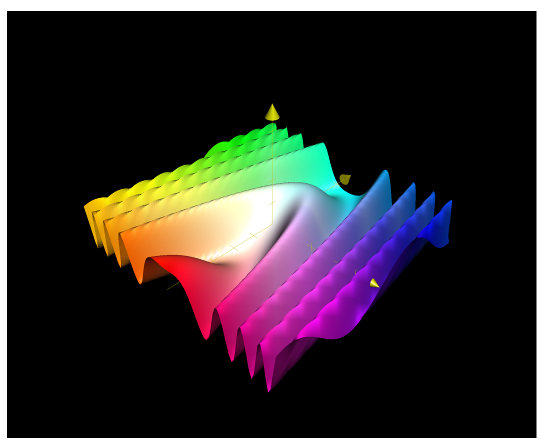
**Exercice 7.— Reconnaissance de graphes** (environ 3 points)

Les graphes ci-dessous sont, dans le désordre, ceux des fonctions

$$f(x, y) = \frac{x^3}{10} + y^2 \qquad g(x, y) = x^2 + \sin(y) \qquad h(x, y) = \frac{1}{3}(x^2 - y^2) \qquad k(x, y) = \sin(x^2 + y).$$

Retrouver quel graphe correspond à quelle fonction. Justifiez brièvement votre réponse.

---