Feuille d'exercices - Algorithmique numérique[1]

Exercice 1

Ecrire une fonction **polynome** permettant de calculer

$$y = \sum_{i=1}^{n} a_i x^i.$$

Exercice 2

Ecrire une fonction **PM** permettant de calculer

$$y = \prod_{k=0}^{m} c_k \sin(x^k)$$

Exercice 3

Ecrire les fonctions **PS** et **SP** permettant de calculer respectivement

$$y = \prod_{i=1}^{m} a_i \sum_{j=0}^{n} b_j \sin((2j\pi/n)x^i)$$

et

$$y = \sum_{i=0}^{m} a_i \prod_{j=1}^{n} b_j \sin((2j\pi/n)x^i)$$

Exercice 4

On veut calculer

$$I = \prod_{k=0}^{n} \left(\alpha_k \sum_{i=1}^{p} \cos(\frac{2\pi}{k+i} x) + \beta_k \sum_{\substack{i \neq k \\ i=0}}^{q} \prod_{\substack{j \neq i \\ j=0}}^{q} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right)$$

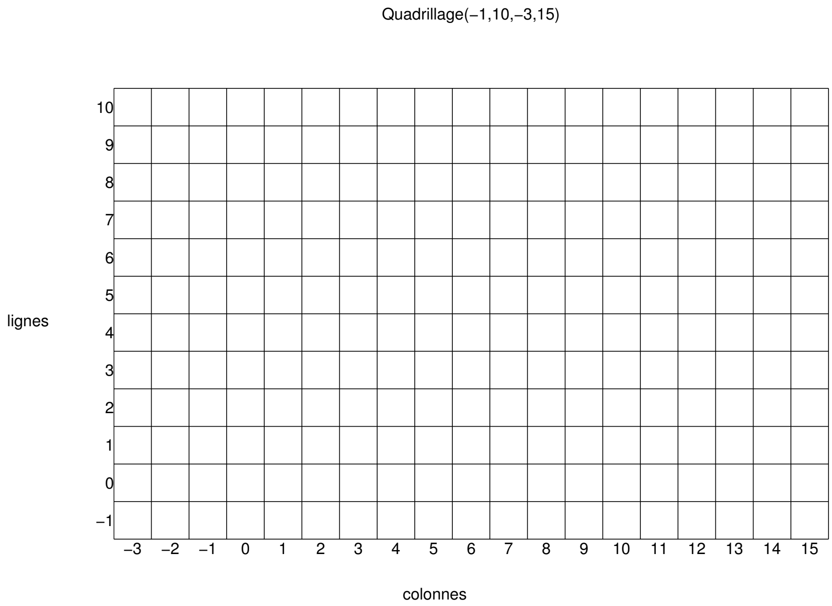
Q. 1 *Quelles sont les données minimales permettant de calculer I* ▪

Q. 2 *Ecrire en langage algorithmique la fonction* `calculI` *permettant de calculer I* ▪

Exercice 5

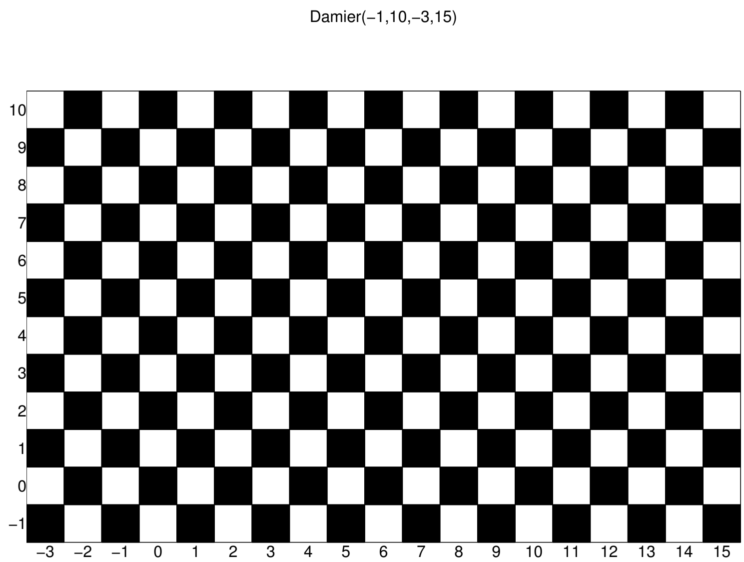
On dispose d'un quadrillage quelconque généré par la fonction `quadrillage(imin,imax,jmin,jmax)` dont voici un exemple d'utilisation

[1] L'énoncé des 4 premiers exercices est intentionnellement imprécis!



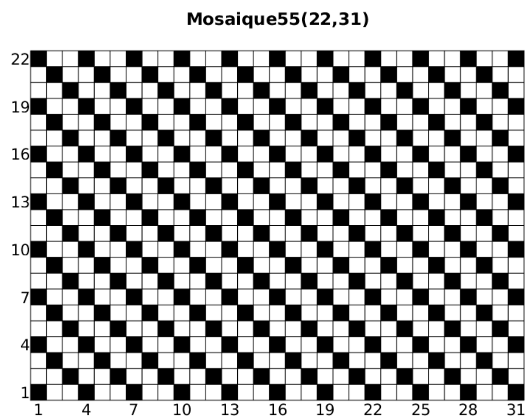
On dispose de plus d'une fonction `black(i,j)` qui dessine un pavé noir en ligne i et colonne j d'un quadrillage.

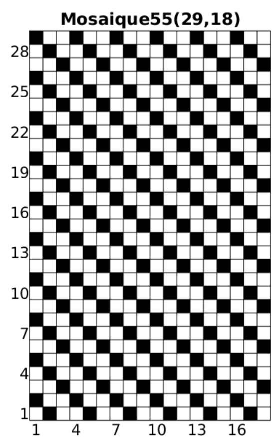
Q. 1 *Ecrire une fonction* `Damier` *permettant de créer un damier quelconque sachant que le pavé en bas à gauche d'un quadrillage est noir. Voici une représentation pour le quadrillage précédent :*



Exercice 6

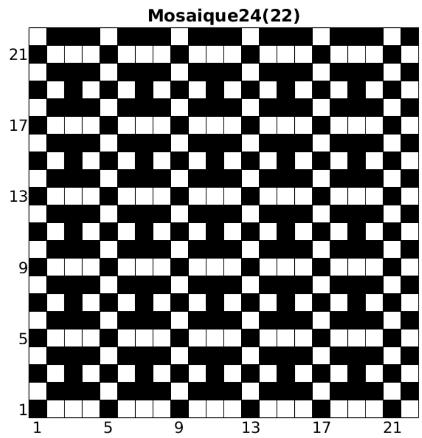
Q. 1 *Ecrire la fonction* Mosaique55(n,m) *permettant de créer une mosaïque sur le quadrillage* Quadrillage(1,n,1,m) *sachant que la case de position* $(n, 1)$ *est noire. Voici deux exemples d'utilisation de cette fonction:*

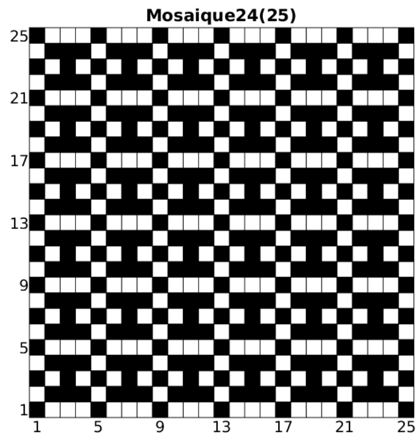




Exercice 7

Q. 1 *Ecrire la fonction* Mosaique24(n) *permettant de créer une mosaïque sur le quadrillage* Quadrillage(1,n,1,n) *sachant que la ligne 1 est composée de la séquence noir,blanc,blanc,blanc,noir,blanc,blanc,blanc, ... Voici deux exemples d'utilisation de cette fonction:*





Exercice 8

Q. 1 *Ecrire une fonction* `DisReg` *permettant de d'obtenir une discrétisation régulière de l'intervalle* $[a, b]$ *($a < b$) en* $n + 1$ *points.*

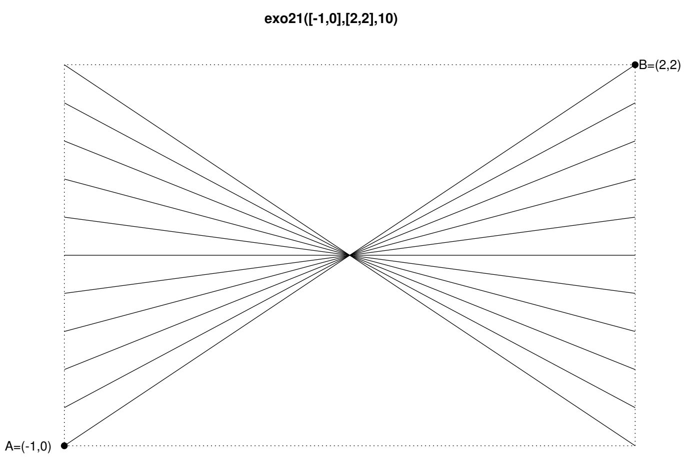
Soient $A = (x_A, y_A)$ et $B = (x_B, y_B)$ deux points du plan tels que $x_A < x_B$ et $y_A < y_B$. Ces deux points permettent de définir le rectangle de sommets A, (x_B, y_A), B et (x_A, y_B).

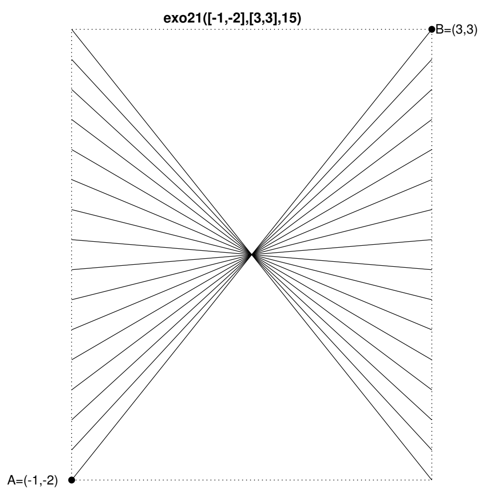
On suppose que pour tracer un trait entre les points A et B, on dispose de la commande `plot(`$[x_A, x_B]$`,`$[y_A, y_B]$`)`.

Q. 2 *Ecrire une fonction* `exo21` *de paramètres A, B et n permettant de*

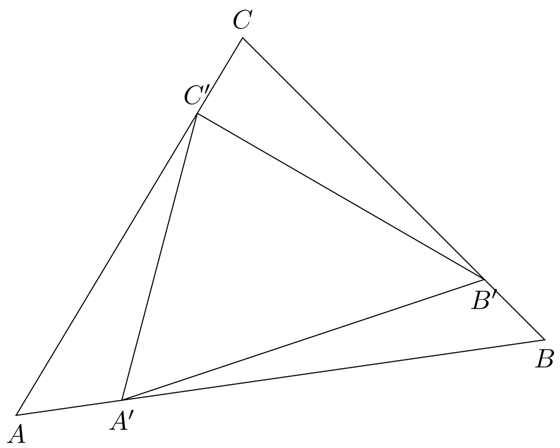
- *représenter les bords du rectangle,*
- *relier les points des bords gauche et droit, dont les ordonnées sont une discrétisation régulière en $n + 1$ points, et passant par le centre de symétrie du rectangle.*

Deux exemples d'utilisation de cette fonction sont donnés ci-dessous :





Exercice 9



Soit T un triangle de sommets A, B et C. A partir de ce triangle on peut construire un nouveau triangle de sommets A', B' et C' vérifiant

$$\overrightarrow{AA'} = x\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{BB'} = x\overrightarrow{BC}$$
$$\overrightarrow{CC'} = x\overrightarrow{CA}$$

avec x un réel compris strictement entre 0 et 1.

L'objectif est, pour un x fixé, d'itérer n fois ce processus de construction en partant à chaque itération du dernier triangle construit et de représenter l'ensemble des triangles.

Q. 1 *Ecrire une fonction* ***Algorithmique*** **`triangles`** *permettant à partir des trois sommets A, B, C d'un triangle initial quelconque non réduit à une droite ou à un point, de représenter ce triangle ainsi que les n triangles obtenus par le processus de construction décrit ci-dessus avec un x donné dans $]0,1[$. On dispose pour celà de la fonction* `plot([`x_A`,`x_B`],[`y_A`,`y_B`])` *permettant de tracer le segment $[A,B]$ du plan avec $A = (x_A, y_A)$ et $B = (x_B, y_B)$. Voici deux exemples d'utilisation de cette fonction:*