A connaître pour le cours d'analyse harmonique, option appliquée (traitement du signal).

Bases d'analyse harmonique/tronc commun

Formules définissant la transformée de Fourier d'une fonction L1 et les coefficients de Fourier d'une fonction périodique. Savoir calculer des transformées de Fourier standard: fonction caractéristique d'un segment (sinus cardinal), gaussienne, fractions rationnelles (cf chapitre 3, section 5), exemples de fenêtre du chapitre 5.

Connaître: la définition de la transformation de Fourier des fonctions L1 et des distributions tempérées, la formule d'inversion de Fourier, les formules de Plancherel et de Parseval, la définition et les propriétés de base de la convolution. Savoir que la transformation de Fourier transforme la convolution en multiplication et vice-versa.

Introduction. Connaître les définitions d'un signal continu, d'un signal discret. Exemples des sons, des notes.

Chapitre 1. Définition du spectre d'un signal périodique.
Transformation de Fourier discrète: définition, formule d'inversion, théorème de Pythagore.
Transformation de Fourier Rapide. Définition, application de l'algorithme, calcul du coût de l'algorithme.

Chapitre 2. Définition du spectre (cas d'un système général). Echantillonné d'un signal. Spectre de cet échantillonné. Fréquence de coupure. Fréquence ou taux de Nyquist. Formule d'échantillonnage (faisant intervenir le sinus cardinal). Savoir appliquer cette formule (cf TD).

Chapitre 3: définition d'un filtre analogique. Exemples de base (filtre à retard, filtre RC, filtre à moyenne glissante etc...).

Définition de la réponse impulsionnelle. Se rappeler qu'un filtre s'écrit (sous des hypothèses à connaître) comme un produit de convolution par la réponse impulsionnelle. Savoir calculer la réponse impulsionnelle pour les exemples mentionnés plus haut.

Définition de la fonction de transfert. La fonction de transfert est la transformation de Fourier de la réponse impulsionnelle.
Après transformation de Fourier, un filtre s'écrit comme la multiplication par la fonction de transfert. Propriétés des filtres: causalité, stabilité (réponse indicielle, temps de réponse).
Condition sur la réponse impulsionnelle pour que ces propriétés soient vérifiées. Applications aux exemples

Exemples de filtre: filtres passe-bas, filtres différentiels. Savoir construire de deux manières des filtres différentiels à partir d'une équation différentielle linéaire à coefficient constant (section 5): filtre différentiel agissant sur les distributions tempérées générales, filtre différentiel causal.

Chapitre 4. Formule du décalage à gauche et du décalage à droite pour les suites indexées par les entiers relatifs. Notion d'invariance pour une application de C^Z dans C^Z. Définition d'un filtre discret. Exemples. Définition de la réponse impulsionnelle. Savoir calculer les réponses impulsionnelles de filtres discrets usuels. Ecriture d'un filtre discret comme une convolution. Définition d'un filtre de convolution. Conditions suffisantes pour qu'un filtre discret soit un filtre de convolution. Causalité et stabilité des filtres. CNS sur la réponse impulsionnelle.
Série de Laurent (couronne de convergence). Transformée en z d'un signal discret. Lien avec la convolution. Fonction de transfert

et réponse en fréquence d'un signal discret. Calcul dans des cas simples.

Chapitre 5. Principe de l'analyse temps/fréquence. Principe et définition de la transfomration de Fourier en fenêtre glissante. Application de la formule d'inversion de Fourier. Conservation de l'énergie et formule de recouvrement (démonstrations à connaître). Exemples de fenêtre usuelles: fenêtre créneau, fenêtre triangle, fenêtre de Hann, fenêtre gaussienne. Calcul de leurs transformées de Fourier.