

**NOM:**

**Prénom:**

CP212. MATHÉMATIQUES. CONTRÔLE CONTINU DU 01/12/2021

**Questions de cours.** Soient  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ,  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie et  $f \in \mathcal{L}(E)$ .

(1) Soit  $\lambda$  une valeur propre de  $f$ . Donner la définition du sous-espace propre de  $f$  associé à  $\lambda$ .

(2) Soit  $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_n)$  une base de  $E$ . Donner la définition de  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$ , la matrice de représentation de  $f$  dans la base  $\mathcal{B}$ .

**Exercice.** Soit  $m \in \mathbb{R}$  et  $A$  la matrice  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & m \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

(1) Donner le polynôme caractéristique de  $A$ , ses valeurs propres et les dimensions de ses sous-espaces propres selon la valeur de  $m$ .

- (2) A quelle condition sur  $m$  la matrice  $A$  est-elle diagonalisable? Lorsqu'elle est diagonalisable, déterminer une matrice inversible  $P$  telle que  $P^{-1}AP$  est diagonale.