

NOM:

Prénom:

CP2I2. MATHÉMATIQUES. CONTRÔLE CONTINU DU 27/01/2022

Questions de cours. Soit E un espace vectoriel.

- Donner la définition d'une forme bilinéaire φ sur E .

- On suppose E de dimension finie, et on note $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_n)$ une base de E . donner la définition de la matrice de la forme bilinéaire φ dans \mathcal{B} .

Exercice. On se place dans \mathbb{R}^3 , muni du produit scalaire usuel. On considère les vecteurs: $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$.

- (1) Utiliser le procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt pour construire une base orthogonale (e_1, e_2, e_3) de \mathbb{R}^3 à partir de la base (v_1, v_2, v_3) .

(2) En déduire une base orthonormale de $F = \text{vect}(v_1, v_2)$.

(3) Déterminer la projection orthogonale du vecteur $u = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ sur F .