

DEVOIR À LA MAISON

ANALYSE HARMONIQUE APPLIQUÉE/TRAITEMENT DU SIGNAL 2021-2022

Exercice 1.

On considère le filtre A qui à un signal $x \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$ associe

$$y = h * x$$

où

$$h(t) = \begin{cases} \exp(-t) \sin(t) & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

et le signe $*$ désigne la convolution au sens usuel des fonctions.

- (1) Justifier que $h \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$.
- (2) Calculer H , la fonction de transfert du filtre A .
- (3) Comment se comporte $|H|$ par rapport aux hautes/basses fréquences ?
- (4) Ce filtre est-il causal ? Est-il stable ?

Exercice 2.

- (1) Calculer la série de Fourier du créneau $y(t)$, $2T$ -périodique¹ et défini sur $[-T, T]$ par

$$y(t) := \begin{cases} A & \text{si } t \in [-T/2, T/2] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- (2) Calculez la série de Fourier discrète du signal $z[n]$, défini sur $\{-N, \dots, N-1\}$ (avec N pair) :

$$z[n] := \begin{cases} A & \text{si } n \in \{-N/2, \dots, N/2-1\}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- (3) Calculez la transformée de Fourier du signal $x(t)$:

$$x(t) := A \operatorname{rect}(t/T) = \begin{cases} A & \text{si } t \in [-T/2, T/2] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- (4) Calculez la transformée de Fourier de la fonction sinc. Quelle est la fréquence de coupure λ_c de cette fonction?

¹La version précédente de ce DM proposait “ T -périodique” ce qui ne présente bien sûr aucun intérêt: la fonction est alors constante