JEAN-LOUIS LODAY, PÉRIODE “OPÉRADES” [1993-2012]

BRUNO VALLETTE

In memoriam JLL

Introduction. Aprés sa période bleue (K-Théorie) et sa période rose (homologie cyclique), Jean-Louis a connu de 1993 à 2012 une période “Opérades algébriques”. Pour l’anecdote, Jean-Louis se plaisait à raconter qu’il avait invité Mikhail Kapranov au séminaire de Strasbourg en 1993. Il disait avoir été impréssioné par un jeune mathématicien extrèmenent brillant. Mais surtout, Kapranov avait alors raconté ses travaux avec Victor Ginzburg dans lesquels ils généralisent la dualité de Koszul des algèbres associatives aux opérades. Pour Jean-Louis, cela fut un déclic important : il avait alors entrevu la portée novatrice des opérades algébrique, notion qu’il n’a cessé de développer jusqu’à sa mort.

Dualité de Koszul. Pour résumer mathématiquement, la dualité de Koszul est une théorie homologique établie par Steward Priddy en 1970 au niveaux des algèbres associatives. Une manière de la présenter, comme aimait le faire Jean-Louis, est la suivante : on part d’une algèbre associatives A et on lui cherche une résolution sous la forme d’une algèbre quasi-libre

$$(T(X), d) \xrightarrow{\sim} A \ ,$$

où “quasi-libre” signifie que l’algèbre graduée sous-jacente est libre, mais pas nécessairement sa différentielle. On peut bien sur, utiliser la méthode de Koszul–Tate en construisant l’espace X des syzygies (générateurs) étape par étape et ce en “tuant” progressivement les groupes d’homologie. À moins de tomber sur une résolution finie ou de pouvoir reconnaitre un certain schéma régulateur, cela peut prendre du temps ...

La dualité de Koszul part d’une donnée quadratique

$$(V, R), \quad \text{où} \quad R \subset V^{\otimes 2}$$

dont l’algèbre quadratique associée $T(V)/(R)$ est celle de départ A. À l’aide de cette présentation, on peut engendrer tout un espace (en général infini) de syzygies en une seule fois par une propriété universelle : on considère la cogèbre quadratique

$$A^{\text{¡}} := C(sV, s^2R)$$

engendrée par la suspension homologique de la donnée quadratique. Cette dernière est appelée *duale de Koszul de A*. La théorie nous fournit alors un candidat pour une résolution quasi-libre de A :

$$\big(T(s^{-1}\bar{A}^{\text{¡}}), d\big) \to A$$

où la différentielle d est l'unique dérivation qui étend la structure de cogèbre de la duale de Koszul. Il reste à pouvoir démontrer qu'il s'agit là d'un quasi-isomorphisme. La théorie nous en fournit un critère simple par l'acyclité du complexe de Koszul

$$A \otimes_\kappa A^{\text{¡}} \ ,$$

qui n'est autre que le produit tensoriel tordu par un morphisme tordant κ (contruction bien connue des topologues algébristes depuis les travaux de E.H. Brown sur l'homologie des espaces fibrés, voir [Bro59] et surtout le fameux séminaire Cartan de 1954-55 [Car55]). Dans le cas où ces propriétés équivalentes sont vérifiées, on parle d'*algèbre de Koszul*.

Opérades algébriques. Jusqu'au début des années 1990 et les travaux de Maxim Kontsevich et Yuri Ivanovich Manin, entre autres, la notion d'opérade était restée dans le giron de la topologie algébrique (reconnaissance des espaces de lacets principalement). En 1993-1994, Victor Ginzburg et Mikhail Kapranov, et indépendement Ezra Getzer et John Jones, étendent la dualité de Koszul des algèbres assocatives aux opérades algébriques.

Jean-Louis avait senti la puissance algébrique de cette notion, qui permet de coder, en un seul objet mathématique, tout une catégorie d'algèbres d'un certain type. C'est notamment lui qui donne l'exposé à Bourbaki en 1994 sur le sujet, exposé qu'il intitule très justement "la renaissance des opérades", terme qui restera dans les esprits. Les opérades permettent de comparer les différentes catégories d'algèbres : un simple morphisme entre opérades induit un foncteur entre les catégories d'algèbres associées (algèbre enveloppante d'une algèbre de Lie, par exemple).

La dualité entre les algèbres de Lie et les cogèbres cocommutatives de Quillen, respectivement entre les algèbres commutatives et les cogèbres de Lie de Sullivan en homotopie rationnelle s'explique conceptuellement pas la dualité de Koszul des opérades :

$$Com^{\text{¡}} = Lie^c \quad \text{et} \quad Lie^{\text{¡}} = Com^c \quad \text{(à suspension près)} .$$

La dualité de Koszul permet de définir une bonne théorie d'homologie et de cohomologie des algèbres codées par une opérade de Koszul. Une application essentielle de la dualité de Koszul des opérades réside dans la description et l'utilisation des résolution quasi-libres. En effet, les algèbres sur une opérades n'ont, en général, pas les propriétés homotopiques que l'on souhaite, à moins que l'opérade en question ne soit cofibrante. Or, la dualité de Koszul, lorsqu'elle s'applique fournit des résolutions quasi-libres, qui sont donc cofibrantes. Ainsi, on retrouve les algèbres associatives à homotopie près (ou A_∞-algèbres) de Stasheff et les algèbres de Lie à homotopie près (ou L_∞-algèbres) utilisées de manière cruciale par Kontsevich en théorie de la déformation.

Algèbres de Leibniz et digèbres associatives. Et les travaux de Jean-Louis dans tout cela ? Il disait qu'il cherchait depuis quelques temps avant 1993 une notion de digèbre associative, c'est-à-dire d'une structure algébrique munie de deux produits binaires compatibles. Ces motivations, venaient de la K-théorie algébrique. Il racontait qu'il n'avait pas abouti alors car il ne parvenait pas à trouver de notion d'unité cohérente pour les deux produits. (Il n'avait en fait pas besoin d'unité, comme il s'en rendra compte plus tard).

Motivé par son autre dada, l'homologie cyclique, il avait commencé un travail sur une notion plus faible d'algèbre de Lie : les algèbres de Leibniz. Pour ces dernières, on n'exige que la relation de Leibniz, c'est-à-dire la dérivabilité de l'adjointe (manière qu'il préférait d'écrire la relation de Jacobi), sans demander l'anti-symétrie du crochet. Son but était alors d'établir des analogues non-commutatifs des théorèmes qu'il avaient montrés avec Quillen sur l'homologie des algèbres de Lie de matrices.

C'est surement parce qu'il avait ces problèmes en tête qu'il a été particulièrement motivé pas la notion d'opérade algébrique.

Il commence donc sa carrière d'operad'chik en 1993, date de parution du premier article sur les algèbres de Leibniz. Il lui consacrera plusieurs papiers dans ces années-là, souvent avec Teimuraz Pirashvili, ami et collègue qu'il aimait tant. Ils commencent donc par s'intéresser aux propriétés homologiques des algèbres de Leibniz. Ils définissent et étudient une bonne théorie de (co)homologie, à l'image de celle de Chevalley–Eilenberg pour les algèbres de Lie. Cela les amène tout naturellement à chercher l'algèbre de Leibniz libre, la notion de modules sur une algèbre de Leibniz, l'algèbre enveloppante, etc. Il semble qu'ils trouvent tout cela "à la main" en partant du cas des algèbres de Lie. Mais en fait, beaucoup de ces résultats sont aussi fournis par la dualité de Koszul des opérades.

Comme toujours, Jean-Louis ne part pas de rien. Il a en tête l'exemple fondamental des algèbres associatives munies d'une dérivation ou celui des crochets dérivés de la géométrie et de la physique mathématique. Dans les deux cas, ils forment une algèbre de Leibniz mais pas une algèbre de Lie. Il faut alors forcer l'anti-symétrie si on veut avoir une structure de Lie, chose qu'il renaclait à faire, ne trouvant pas la chose naturelle.

Jean-Louis posera le problème des "conquecigrues" à savoir de trouver l'analogue des groupe de Lie pour les algèbres de Leibniz. Ça l'amusera beaucoup de voir ce mot apparaitre dans Harry Potter quelques temps plus tard ! (Ce problème a été resolu depuis par Simon Covez dans [Cov10].) Jean-Louis calculera la duale de Koszul de l'opérade de Leibniz, qu'il nommera "Zinbiel"; l'idée de la symétrie miroir du mot lui ayant été donnée par Jean-Michel Lemaire. Depuis, la notion d'algèbre de Leibniz à homotopie près, qui repose sur la coopérade Zinbiel, a été appliquée en géométrie : algébroïdes de Lie et variétés de Poisson, par exemple.

Parallèment aux algèbres de Leibniz, il travaille sur les digèbres associatives. Mais, alors qu'il était à l'origine motivé par cette notion, c'est du côté dual qu'il trouvera les plus grand nombre d'applications.

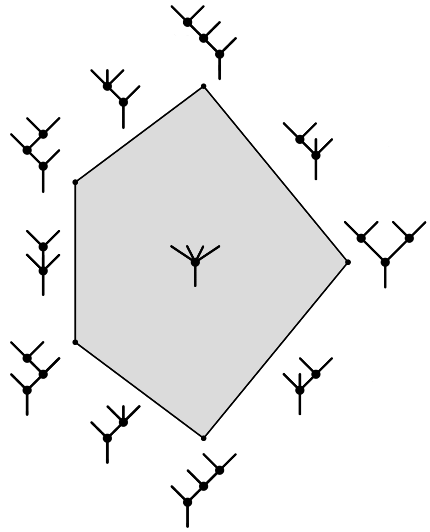
Algèbres dendriformes et le scindage d'associativité. Jean-Louis calcule donc l'opérade duale de Koszul de l'opérade $Dias$, qu'il choisit d'appeler *dendriforme*. Pour rappel, "dendriforme" signifie "qui a la forme d'arbre". Ce choix vient du fait que l'algèbre dendriforme libre est donnée par les arbres binaires planaires.

La notion d'algèbre dendriforme se retrouve en physique dans la théorie de la renormalisation. Elle répond au problème de scindage d'associativité : peut-on trouver deux opérations binaires dont la somme soit un produit associatif ? C'est ce qui arrive dans les opérations de battage, que possèdent les valeurs multizêtas par exemple. Il a donné une réponse au scindage en trois avec la notion d'algèbre tridendriforme avec Maria Ronco et au scindage en quatre avec la notion de quadrigèbre avec Marcelo Aguiar.

Terminologie. La terminologie mathématique était pour Jean-Louis très importante; il lui accordait beaucoup d'attention. Camus disait que "mal nommer les choses, c'est ajouter au malheur du monde". Pour Jean-Louis, une notion mathématique mal nommée pouvait la faire ignorer par la communauté mathématique. Il apprécie, par exemple, le choix de May du nom "opérade". Pour anecdote, Yvette Kosmann-Schwarzbach avait essayé de faire appeler "algèbres de Loday" les algèbres de Leibniz. Et, fait rare dans l'histoire des mathématiques, c'est Jean-Louis lui-même qui a le plus oeuvré contre cette terminologie. Il faut y voir là une bonne part de modestie, car Jean-Louis disait qu'il n'avait rien trouvé de bien exceptionel qui vaille qu'on lui attribue son nom, surtout que c'est la relation de Leibniz qui définit ce type d'algèbre (et que Leibniz est le plus lointain ancêtre mathématique connu de Jean-Louis).

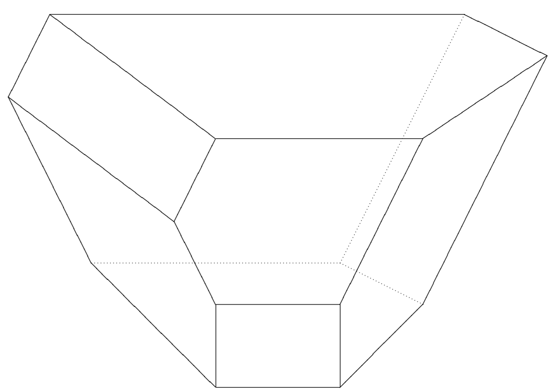
Associaèdre. La notion d'algèbre dendriforme fait entrer Jean-Louis dans le monde mathématique des arbres, dont il étudiera abondamment les propriétés combinatoires, souvent avec Maria Ronco, qui restera sa grande amie : algèbres de Hopf d'arbres, artihmétiques des arbres, treillis de Tamari, etc.

Dans le domaine des opérades, les arbres planaires paramétrisent les cellules des associaèdres, famille de polytopes $\{\mathcal{K}^n\}_{n\geq 0}$ inventés par Stasheff [Sta63] (après Tamari [Tam51]) dans sa thèse sur les espaces de lacets.



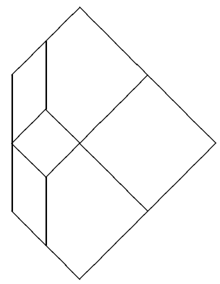
Les lacets d'un espace topologique se composent : on peut en parcourir un puis un autre. Par contre, cette composition des lacets n'est pas associative, du fait de leur paramétrisation. Ils sont seulement associatifs *à homotopie près*. Mais cette homotopie entre les compositions gauche $(\gamma_1.\gamma_2).\gamma_3$ et droite $\gamma_1.(\gamma_2.\gamma_3)$ vérifie une nouvelle relation, encore une fois à homotopie près. Et ainsi de suite ... C'est cette suite d'homotopies que codent les associaèdres de Stasheff. Cette collection de polytopes forment une opérade topologique, dont le complexe des chaînes cellulaires est égal à la résolution de Koszul de l'opérade algèbrique As (codant les algèbres associatives). Ainsi, une algèbre sur cette résolution est une algèbre associative à homotopie près .

Jean-Louis commencera par donner une représentation des associaèdres en coordonnées entières de $\mathbb{R}^n$.



Il interprétera le nombres des différentes cellules de différentes dimensions comme les coefficients de l'inverse des séries formelles sans terme constant pour leur composition.

Il travaillera ensuite sur le problème de la diagonale de l'associaèdre qui consiste à expliciter un morphisme d'opérades $\Delta : \mathcal{K} \to \mathcal{K} \times \mathcal{K}$. Ceci permet de définir le produit tensoriel de deux algèbres associatives à homotopie près et plus conjecturalement de faire des calculs d'homologie d'espace fibrés, voir la thèse d'Alain Prouté [Pro86].



La solution suggérée par Jean-Louis est fort élégante, il l'appellera d'ailleurs informellement "formule magique" dans ses exposés. Comme l'opérade $\mathcal{K}$ est engendrée par la cellule de dimension maximale de chaque associaèdre, c'est-à-dire les corolles, il suffit de construire l'image de ces corolles par la diagonale. La "formule magique" consiste à prendre toutes les paires de cellules des associaèdres, dont la somme des dimensions est égale à la dimension de la cellule maximale en question, et telles que la paire (t_1, t_2) d'arbres planaires qui les repésentent vérifent $t_1 \leq t_2$ pour l'ordre de Tamari des arbres :

$$\boxed{\Delta(c_n) = \sum_{\substack{t_1 \leq t_2, \\ |t_1|+|t_2|=|c_n|}} t_1 \otimes t_2}\ .$$

Bigèbres généeralisées et théorèmes de Cartier–Milnor–Moore. Jean-Louis aimait présenter les théorèmes de Poincaré–Birkhoff–Witt et de Cartier–Milnor–Moore des algèbres de Hopf cocommutatives $\mathcal{H}$ par les propositions équivalentes suivantes :

(a) $\mathcal{H}$ est connexe,
(b) $\mathcal{H}$ est isomorphe à l'enveloppante de la partie primitive, i.e $\mathcal{H} \cong U(\operatorname{Prim} \mathcal{H})$,
(c) $\mathcal{H}$ est colibre sur sa partie primitive, i.e. $\mathcal{H} \cong S^c(\operatorname{Prim} \mathcal{H})$.

Il avait remarqué qu'apparait dans ce théorème un *bon* triplet (As, Com, Lie) de type d'algèbres : As pour la structure d'algèbre de $\mathcal{H}$, Com pour la structure de cogèbre de $\mathcal{H}$, et Lie pour la structure sur la partie primitive $\operatorname{Prim} \mathcal{H}$. Il s'est alors posé la question de savoir pour quels autres triplets d'opérades on peut établir un tel théorème. Jean-Louis a travaillé pendant de nombreuses années sur cette question, entrainant dans son sillage beaucoup de monde. Il a concentré le tout dans une monographie de plus de cent pages publiée par le SMF. Le dernier tableau y fait mention d'au moins 30 bons triplets d'opérades, c'est-à-dire vérifiant ce type de théorème.

Encyclopedie des types d'algèbres par G.W. Zinbiel. À travers l'étude de tous ces problèmes, Jean-Louis avait accumulé un grand nombre de type d'algèbres, souvent nouvelles, presque toutes mises au jour par lui-même. Il fallait donc les ressenser. C'est ce qu'il fait dans une "encyclopédie" qu'il met regulièrement à jour.

Pour l'anecdote, Jean-Louis avaient trois noms (au moins). Ses amis et sa famille l'appelait "Jean-Louis". Pour les mathématiciens et mathématiciennes, c'était "JLL". Enfin, en prévision de sa retraite, il s'était créé un pseudonyme : "G.W. Zinbiel", nom avec lequel il a publié son encyclopédie des types d'algèbres dans les actes de la conférence chinoise organisée en 2010 à Tianjin. Pour plus de crédibilité, Jean-Louis s'était amusé à inventer une biographie du fameux "G.W. Zinbiel". Il avait ri, comme un enfant, lorsque quelqu'un l'avait contacté un jour pour lui proposer, très sérieusement, d'écrire une courte biographie de G.W. Zinbiel pour une encyclopédie. Pour sa retraite, il avait créé le "Zinbiel Institute of Mathematics" dont les locaux se trouvent ... dans son appartement. Il disait, en blaguant, que cela lui permettrait de continuer à travailler comme avant en lui permettant par exemple de postuler pour les diverses bourses.

Livre sur les opérades algébriques. Le 4 mars 2005, alors que je suis à Nice depuis quelques mois, Jean-Louis m'envoie un message électronique. Il commence par constater que le domaine des opérades algébriques a besoin d'un "bon" livre pour aider à populariser ce domaine. (Le livre de Martin Markl, Steve Shnider et Jim Stasheff, publié en 2002, porte sur toutes les opérades : topologiques, géométriques et algébriques.)

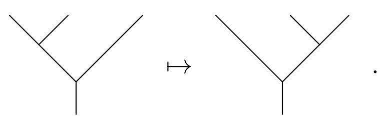
Depuis la soutenance de ma thèse en décembre 2003, nous étions devenus plus amis qu'anciens directeur et élève. Et comme j'avais la même idée depuis quelques temps, j'accepte en quelques heures. S'en suivent 7 années de travail régulier de collaboration entre Nice, Strasbourg et Bonn, d'heures passées dans le même bureau à essayer de comprendre conceptuellement la dualité de Koszul. Étant perfectionnistes et esthètes tous les deux, nous voulions essayer de faire le plus beau livre possible, pour le plaisir des lecteurs.

Le livre comporte trois grandes parties : la *dualité de Koszul*, les *opérades algébriques* et l'*algèbre homotopique*.

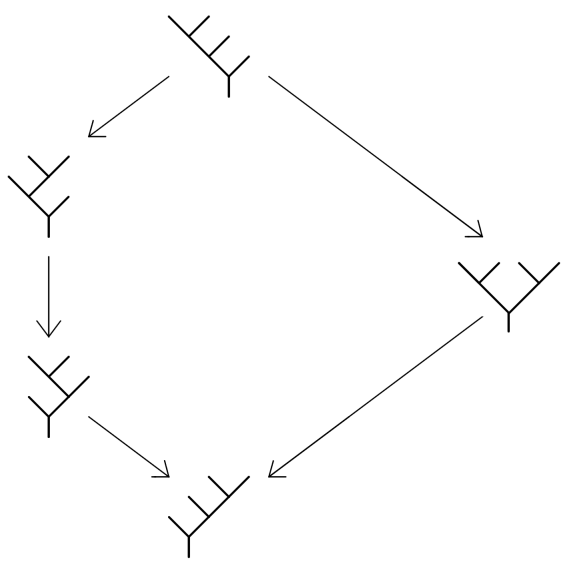
Nous commençons dans les quatre premiers chapitres, par expliquer comment la dualité de Koszul fonctionne au niveau des algèbres associatives afin de le lecteur en comprenne les méchanismes sur un exemple simple. Pour cela, nous utilisons le langage de la topologie algébrique : algèbre de convolution, morphisme tordant, produit tensoriel tordu. La démonstration du coeur de la théorie, le lemme de comparaison des produits tensoriels tordus (Lemme 2.5.1) vient directement du séminaire Cartan, qui avait été le professeur de Jean-Louis à l'École Normale Supérieure.

Le chapitre 5 est une étude complète de la notion d'opérade algébrique. Nous essayons d'y donner toutes les définitions des opérades (monoïdale, classique, partielle et combinatoire) ainsi que leur propriétés algébriques : algèbres sur une opérade, catégorie, groupe et algèbre de Hopf associés à une opérade, opérade libre, etc. Les chapitres 6,7 et 8 servent à expliquer comment étendre la dualité de Koszul aux opérades. Nous y suivons très naturellement la méthode expliquée au niveau des algèbres.

Jean-Louis était très heureux intellectuellement que cela culmine avec la méthode de réécriture (chapitre 8) qui permet de montrer facilement qu'une opérade est de Koszul. Ce résultat repose sur les travaux d'Eric Hoffbeck [Hof10] et de Vladimir Dotsenko et d'Anton Khoroshkin [DK10] sur les bases de Poincaré–Birkhoff–Witt et de Gröbner pour les opérades. L'idée consiste à orienter les relations définissant une opérade et à les interpréter dans des règles de réécriture. Dans l'exemple de l'opérade As, on peut choisir que la composition gauche soit plus grande que la composition droite :



On considère ensuite les *monômes critiques* qui sont les éléments à 3 générateurs qui peuvent se réécrire de deux manières. On continue alors à réécrire ad libitum pour engendrer un graphe. Et dans le cas où tous les chemins mènent à Rome, c'est-à-dire lorsque tous les chemins convergent vers un unique élément terminal, on a que l'opérade en question est de Koszul. C'est ce que les informaticiens appellent la *confluence*. Notons que dans le cas de l'opérade As, on retrouve la démonstration du théorème de cohérence de MacLane des catégories monoïdales. On retrouve aussi et encore le treillis de Tamari !



Au final, tout ceci n'est rien autre que le fameux lemme du losage (Diamond Lemma) appliqué aux opérades. Jean-Louis avait commencé depuis au moins 2006 à parler avec les chercheurs en logique et informatique théorique. Il essayait activement de comprendre ce qui se faisait de ce côté-là de la recherche. Il était convaincu d'une grande convergence entre les opérades et ces domaines. La méthode de réécriture est un premier résultat dans ce sens.

La troisième et dernière partie du livre porte sur les applications de la dualité de Koszul des opérades en algèbre homologique et homotopique. Jean-Louis tenait d'abord à rédiger un chapitre sur le paradigme des algèbres associatives à homotopie près. Ceci doit permettre aux lecteurs de comprendre sur un exemple simple le type de résultats que nous établissons ensuite dans le cas général des opérades de Koszul. Nous commençons l'étude général par la *pierre de Rosette* des $\mathcal{P}$-algèbres à homotopie près (Théorème 10.1.22); elle consiste en quatre définitions équivalentes de cette notion. Puis nous donnons le *Théorème de Transfert Homotopique* (Théorème 10.3.2) qui permet de transférer des structures algèbriques à homotopie près à travers des équivalences d'homotopie. Jean-Louis aimait l'exemple le plus simple d'application de ce théorème. Si on considère l'algèbre des nombres duaux $D := T(\epsilon)/(\epsilon^2)$, alors c'est une algèbre (i.e. opérade concentrée en arité 1) de Koszul. Les modules (ou algèbres) dessus correspondent aux bicomplexes. Et la structure supérieure qui apparait sur l'homologie n'est autre que la suite spectrale associée ! Les formules ainsi données sont celles (en forme d'escalier) que l'on retrouve dans tous les livres sur les suites spectrales. Dans les derniers chapitres, nous expliquons les constructions bar et cobar, qui généralisent celles de l'homotopie rationnelle et nous étudions la théorie de la déformation et la (co)homologie d'André-Quillen des algèbres sur une opérade.

Le tout dernier chapitre est un chapitre d'exemple dans la veine de l'encyclopédie du professeur G.W. Zinbiel mais avec une étude plus complète.

Si ce n'est la dernière, ce sera une des dernières publications mathématiques de Jean-Louis. Le livre est paru le 7 août 2012. Jean-Louis n'aura jamais eu entre les mains le résultat final ...

Étudiants et collaborateurs. Je n'ai mentionné ici que les papiers publiés par Jean-Louis. Ce n'est pas très juste. Jean-Louis ne s'est jamais comporté comme un chercheur isolé et avare de son temps et de ses idées. Il a eu pendant sa période "Opérades Algébriques" de nombreux doctorants, post-doctorants et autres visiteurs, à qui, il accordait beaucoup d'attention et, à qui, il livrait ses idées de manière désintéressée. Ces derniers ont bien sur contribué à l'étude et au développement des thèmes sus-mentionés.

Jean-Louis a organisé de nombreuses conférences et écoles. Il savait que la recheche mathématique ne se fait pas seul dans son coin. Il était en outre incapable de refuser une invitation à donner un exposé ou un cours, même à l'autre bout de la planête (Montréal, Chili, Kazakhstan ces dernières années).

Derniers mots. Jean-Louis avait récemment écris un petit texte sur Dan Quillen après la mort de ce dernier. La dernière phrase en est : "les mathématiques m'ont apporté beaucoup de choses dans la vie, et croiser le chemin de Dan Quillen a été un très grand enrichissement et un réel bonheur." Avec Jean-Louis, j'ai eu le privilège de rencontrer une personne magnifique. Ce fut une de ces rares rencontres qui illumine une vie. Tous ceux qui l'ont connu se souviendront par dessus tout de son humour, de son humanité, de son amour pour l'art et les mathématiques.

Aujourd'hui, Jean-Louis n'a pas disparu. Un géant ne part pas sans laisser de trace. Je suis sur que Jean-Louis et son univers continuent de vivre en tout ceux qui l'ont croisé.

REFERENCES

[Bro59] E.H. Brown, Jr., *Twisted tensor products. I*, Ann. of Math. (2) **69** (1959), 223–246. 2

[Car55] H. Cartan, *Séminaire Henri Cartan (1954-1955)*, no. 7. 2

[Cov10] S. Covez, *The local integration of Leibniz algebras*, ArXiv e-prints (2010). 3

[DK10] Vladimir Dotsenko and Anton Khoroshkin, *Gröbner bases for operads*, Duke Math. J. **153** (2010), no. 2, 363–396. 6

[Hof10] Eric Hoffbeck, *A Poincaré-Birkhoff-Witt criterion for Koszul operads*, Manuscripta Math. **131** (2010), no. 1-2, 87–110. 6

[Pro86] Alain Prouté, *A_∞-structures, modèle minimal de Baues-Lemaire et homologie des fibrations*, Ph.D. Thesis (1986). 4

[Sta63] James Dillon Stasheff, *Homotopy associativity of H-spaces. I, II*, Trans. Amer. Math. Soc. 108 (1963), 275-292; ibid. **108** (1963), 293–312. 3

[Tam51] D. Tamari, *Monoides préordonnés et chaînes de malcev*, Thèse de Mathématique, Paris (1951). 3

LABORATOIRE J.A. DIEUDONNÉ, UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS, PARC VALROSE, 06108 NICE CEDEX 02, FRANCE

E-mail address: brunov@unice.fr