

Bilan scientifique du LIAFV pour l'année 2011

Lionel Schwartz

L'année 2011 aura été celle de mise en place du LIAFV, dans la mesure où la signature de la convention a eu lieu en octobre le LIA n'a pas encore eu un fonctionnement "standard". Cependant le LIA est la perpétuation des PICS du même nom et un certain nombre d'actions se sont inscrites dans la continuité et d'autres ont commencé à apparaître. On fera ci dessous un bilan des actions par sous thèmes du LIA. Il ne sera fait que pour les actions ayant profité d'un soutien financier du LIAFV, un bilan plus complet sera fait l'an prochain. De même un état complet des thèses soutenues au cours de l'année 2011 est en cours de préparation. Cependant ainsi qu'on le verra ci dessous plusieurs soutenances sont indiquées.

Enfin au terme du document on a inclut la liste des exposés effectués lors du congrès de lancement du LIA les 23-24-25/11 2011 à Paris 13 et Paris 7. Lors ce ce congrès 15 doctorants vietnamiens (ou docteurs récents) ont pu exposer leurs travaux et écouter 3 exposés de 2 heures de type "colloquium" sur des sujets variés, et 6 exposés faits par des collègues impliqués dans la coopération. la liste des thèmes abordées par les doctorants couvrent très large en mathématiques (EDP, algèbre et géométrie, optimisation, analyse complexe, probabilités,...). la liste de ces exposés est aussi donnée.

Optimisation

Mission de Dinh The Luc au Vietnam du 04/08 au 16/08/2011: participation aux jurys de these co-tutelle a l'Universite des Sciences Naturelles de Hochiminh Ville :

- Le Thanh Tung (Directeurs cotutelle: Dinh The Luc, Université d'Avignon; Phan Quoc Khanh, Universite Internationale de Hochiminh Ville) "Sur les dérivées généralisées, conditions d'optimalité et unicité des solutions en optimisation non lisse"

- Dinh Ngoc Quy (Directeurs cotutelle: Samir Adly, Université de Limoges; Phan Quoc Khanh, Université Internationale de Hochiminh Ville) "Principe variationnel d'Ekeland et ses applications"

Visite de M. Phan Nhat Tinh (Université de Hue) au Laboratoire de mathématiques, Université d'Avignon du 1/09 au 29/09: - il a fait une présentation type survey sur les conditions du second ordre en optimisation vectorielle au sein du groupe de travail Optimisation du laboratoire. - Il a fini un travail en collaboration avec Dinh The Luc et Dhara Anulekha (une étudiante postdoc au labo) intitulé "On second-order conditions for nonsmooth problems with constraints" soumis prochainement.

P. Combettes a effectué une mission de 12 jours début octobre 2011 pour travailler avec Dinh Dung (Information Technology Institute, VNU, Hanoi) sur des problèmes d'approximation. Il a recruté au cours de ce voyage un nouvel étudiant en thèse, Quang Nguyen Van, qui arrivera à Paris début janvier. Il a visité un nouvel institut de mathématique dirigé par Ngo Bao Chau et discuté avec Le Tuan Hoa des possibilités futures de collaboration en mathématiques appliquées dans le cadre de cet institut.

Publication récente :

P. L. Combettes, Dinh Dung, and B. C. V?, "Proximity for sums of composite functions," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 380, pp. 680-688, 2011.

HUYNH Van Ngai (QUY Nhon) a visité le XLIM, invité par Michel Théra, pendant deux mois durant lesquels, il a donné deux séminaires de recherche et a travaillé avec M. THERA sur un article consacré à la régularité métrique directionnelle. D'autre part, il a aussi supervisé une partie des recherches de M. NGUYEN Huu Tron, étudiant en dernière année de thèse à l'université de Limoges et originaire de QUY Nhon. Enfin, M. HUYNH a participé avec S. ADLY et N. IGBIDA, à la finalisation d'un accord de coopération au niveau du master M1 entre Quy Nhon et Limoges. M. HUYNH est parti ensuite pour deux semaines à Metz pour travailler avec Mme LE Thi Hoa An.

Prépublications :

Metric regularity of the sum of multifunctions and applications; Huynh van Ngai, Nguyen Huu Tron, Michel Théra

Directional metric regularity via error bounds Huynh Van Ngai and Michel Théra

Analyse et géométrie complexe, géométrie, algèbre commutative

Pascal Thomas est allé au Vietnam en mars 2011 (crédits vietnamiens), et en octobre 2011 (crédits ARCUS Toulouse). IL travaillé à un article qui sera pas encore un preprint, avec Do Duc Thai, Nguyen Van Trao, et un étudiant. Un autre projet est en cours, mais moins avancé. Il faut aussi noter la venue à Toulouse de Le Mau Hai et Do Duc Thai, jury de thèse de Phung Van Manh

DINH Si Tiep, invité à Chambéry par Krystof Kurdyka, a donné 2 exposées au séminaire de Géométrie.

1) Lojasiewicz's inequality for real polynomials on noncompact domains (avec Ha, Nguen Thi) publié dans Int. J. Math.

Durant le séjour ils ont renforcé et amélioré les résultats de cet article, une prépublication est en cours de rédaction.

2) Gradient horizontal pour la structure d'Engel standard dans R^4

Dans cette thématique originale M. Dinh a obtenu des résultats intéressants dans le contexte plus difficile que dans thèse. Ils ont obtenu des résultats dans le cas plus général (distributions de Cartan). Une prépublication est en cours de rédaction.

M. Morales fait une conférence au DAHITO (Conférence Nationale vietnamienne en Géométrie, Algèbre et Topologie) et participé au congrès.

Marc Chardin a reçu Tran Nam Trung, qui a soutenu récemment sa thèse sous la direction de Lê Tuan Hoa. Il a pu passer trois semaines à Paris grâce au soutien du LIA Formath Vietnam. De là, il est allé à Gênes où il est maintenant en Post-doc. Son invitant, Marc Chardin, a travaillé avec lui sur une conjecture issue de sa thèse,

qui concerne la stabilisation de la régularité de Castelnuovo-Mumford des puissances des idéaux associés aux graphes. Ces résultats sont très liés à l'étude des algèbres de Rees de ces idéaux, sur lesquelles des travaux de Herzog et Hibi, notamment, donnent des renseignements utiles. Sans pour l'instant prouver la conjecture, ils ont obtenu une description combinatoire simple des équations de l'algèbre de Rees qui donnent espoir d'obtenir le premier cas ouvert de la conjecture.

Congrès du LIAFV des 23-24-25/11/2011

François Loeser (Paris 6) : Du noeud de trèfle à la géométrie non archimédienne : les multiples visages de la fibre de Milnor.

Dinh The Luc (Avignon) : Partie 1 Analyse variationnelle: dérivée généralisée
Partie 2 Analyse variationnelle : équilibre des relations

Stéphane Jaffard (Paris 12) : Méthodes d'ondelettes en analyse multifractale.

Michel Zinsmeister (Orléans) : Coefficients de Bieberbach et processus de Levy.

Jean-Pierre Raymond (Toulouse) : Stabilisation des équations de Navier-Stokes.

Phan Duong Hieu (Paris 8) : Cryptographie sous l'angle de la complexité.

Danièle Hilhorst (Paris 11) : Un système non linéaire parabolique-hyperbolique pour un problème d'inhibition de contact.

Huyen Pham (Paris 7) : Contrôle impulsionnel, inéquations quasivariationnelles et équations différentielles stochastiques rétrogrades avec sauts contraints. **Ngo Duc Tuan** (Paris 13) : Introduction au programme de Langlands sur les corps de fonctions.

Exposés étudiants

Dinh Si Tiep, Chambéry/Hanoi

Gradient horizontal de fonctions polynomiales

Le gradient horizontal est la projection du gradient sur une distribution par rapport à une métrique donnée. On étudie les trajectoires de ce champ de vecteur dans le cas de distributions de codimension 1 et que toutes les données sont polynomiales.

Do Anh Tuan, Grenoble

p-adic admissible measures attached to Siegel modular forms

We will construct some p-adic admissible measures attached to Siegel modular forms in the case of non-ordinary and arbitrary genus m .

Duong Anh Tuan, Paris 13

Propriétés spectrales de l'opérateur de Schrödinger avec champ magnétique fort

Dans cet exposé, nous nous proposons d'étudier le spectre discret de l'opérateur de Schrödinger en dimension deux $P_1(b, \omega) = (D_x - by)^2 + D_y^2 + \omega^2 x^2 - \sqrt{b^2 + \omega^2} + V(x, y)$. Ici, b est le champ magnétique fort, $\omega > 0$ fixé et le potentiel V s'annule à l'infini. Alors, nous obtenons un développement asymptotique complet en puissances de $\frac{1}{b}$ de la trace de $f(P_1(b, \omega))$ lorsque $b \rightarrow \infty$, pour certaine fonction f à support compact. Nous prouvons de plus l'asymptotique du type Weyl de la fonction de comptage des valeurs propres au-dessous du spectre essentiel de $P_1(b, \omega)$ lorsque $b \rightarrow \infty$.

Le Hai Yen, Toulouse 3

A variational look at the rank function

In this talk, we present our reflections and recent results on the analysis of the so-called **rank minimization problems**. The archetype of such problems is as follows:

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \text{Minimize } f(A) := \text{rank of } A \\ \text{subject to } A \in \mathcal{C}, \end{cases}$$

where \mathcal{C} is a subset of $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ (the vector space of m by n real matrices). A related

(or cousin) problem, actually equivalent in terms of difficulty, stated in \mathbb{R}^n this time, consists in minimizing the so-called counting function $x = (x_1, \dots, x_n) \mapsto c(x) :=$ number of nonzero components x_i in x :

$$(\mathcal{Q}) \quad \begin{cases} \text{Minimize } c(x) \\ \text{subject to } x \in S, \end{cases}$$

where S is a subset of \mathbb{R}^n .

Problems (\mathcal{P}) and (\mathcal{Q}) share some bizarre and/or interesting properties. The first one, well documented and used, concerns the relaxed forms of them. We propose here further developments and results like:

- (*Global optimization*) Every admissible point in (\mathcal{P}) or (\mathcal{Q}) is a local minimizer.
- (*Moreau-Yosida approximations*) The Moreau-Yosida approximates of the objective functions in (\mathcal{P}) or (\mathcal{Q}) , as well as the associated proximal mappings, can be explicitly calculated (in spite of the inherent nonconvexities and discontinuities).
- (*Generalized subdifferentials*) The generalized subdifferentials of the rank function can be determined. Actually, all the main ones (proximal, Fréchet, viscosity, limiting, Clarke's) coincide and their common value is a vector subspace.

Tài liệu

- [1] J.-B.HIRIART-URRUTY and H.Y.LE, *Convexifying the set of matrices of bounded rank. Applications to quasiconvexification and convexification of the rank function*, Optimization Letters (DOI: 10.1007/s11590-011-0304-4), 2011.
- [2] J.-B.HIRIART-URRUTY, *When only global optimization matters*. J.of Global Optimization, to appear in 2011.
- [3] HAI YEN LE, *The generalized subdifferentials of the rank function*. Submitted, 2011.

Le Quy Thuong, Paris 6

On the integral identity conjecture of Kontsevich and Soibelman

Kontsevich and Soibelman recently introduced an important theory of motivic Donaldson-Thomas invariants for non-commutative 3 dimensional Calabi-Yau varieties on the foundations of derived Hall algebra and motivic integration. Nevertheless, such invariants are not obviously available because of a so-called integral identity conjecture being on the consideration. In this talk we mention to this conjecture as well as some advances in the studies which concern. Namely, we prove the full version in the ample scope of formulas of Guibert-Loeser-Merle on motivic Milnor fibers, and do the ℓ -adic version for polynomials in terms of the analytic geometry of Berkovich.

Le Vi, Marseille

"Trees under attack" : a Ray-Knight representation of Feller branching diffusion with logistic growth

Nguyen Bich Thuy, Marseille

Etude d'un ensemble singulier associé à une application polynomiale

Dans leur article (prépublication) "*Geometry of polynomial mappings at infinity via intersection homology*", Anna et Guillaume Valette ont construit une pseudovariété N_F associée à une application polynomiale $F : \mathbb{C}^2 \longrightarrow \mathbb{C}^2$ de jacobienne partout non nulle. Ils ont montré que si l'homologie d'intersection de N_F n'est pas triviale alors F n'est pas isomorphisme. Cet exposé donne une méthode pour stratifier l'ensemble N_F et calculer son homologie d'intersection.

Nguyen Huu Tron, Limoges

In this talk, we introduce some historical background on the classical implicit function theorem, after that we use the error bounds to establish some new char-

acterizations of the metric regularity of implicit multifunctions in complete metric spaces by using the lower semicontinuous envelopes of the distance functions for set-valued mappings. Through these new characterizations it is possible to investigate implicit multifunction theorems based on abstract coderivatives associated to abstract subdifferential in general Banach spaces.

Nguyen Phuoc Thai, Tours

Boundary singularities of solutions to elliptic Hamilton-Jacobi equations

We study the boundary value problem with measures for (E1) $-\Delta u + g(|\nabla u|) = 0$ in a bounded domain Ω in \mathbb{R}^n , satisfying (E2) $u = \mu$ on $\partial\Omega$ prove that if $g \in L^1(1, \infty; t^{2(2N+1)/N} dt)$ is nondecreasing (E1)-(E2) can be solved with any positive bounded measure. When $g(r) \geq r^q$ with $q > 1$ we prove that any positive function satisfying (E1) admits a boundary trace which is an outer regular Borel measure, not necessarily bounded. When $g(r) = r^q$ with $1 < q < q_c = (N + 1)/N$ we prove the existence of a positive solution with a general outer regular Borel measure $\nu \neq \infty$ as boundary trace and characterize the boundary isolated singularities of positive solutions. When $g(r) = r^q$ with $q_c \leq q < 2$ we prove that a necessary condition for solvability is that μ must be absolutely continuous with respect to the Bessel capacity $C_{2-q/q, q'}$. We also characterize boundary removable sets for moderate and sigma-moderate solutions.

Phan Quoc Hung, Paris 13

Liouville type theorems and bounds of solutions for Hardy-Henon elliptic systems

We consider the Hardy-Hénon system $-\Delta u = |x|^a v^p$, $-\Delta v = |x|^b u^q$ and we are concerned in particular with the Liouville property, i.e. the nonexistence of positive solutions in the whole space. In view of known results, it is a natural conjecture that this property should be true if and only if $(N + a)/(p + 1) + (N + b)/(q + 1) > N - 2$. We prove the conjecture for dimension $N = 3$ in the case of bounded solutions and

in dimensions $N \leq 4$ when $a, b \leq 0$, among other partial nonexistence results. As applications, we give results on singularity and decay estimates as well as a priori bounds of positive solutions."

Pham Viet Hung, Toulouse 3

Bounds for the tail of the maximum of the Gaussian fields

The problem of finding the distribution of the maximum of a random field has many applications in spatial statistics. By using the Rice formulas developed by J.M. Azais and M. Wschebor [2] and extending the record method of C. Mercadier [5], we give some approximations of this distribution in the case of stationary Gaussian field for very general parameter sets. In dimension 2, we provide an upper bound and a lower bound for the tail of the distribution at each level and prove that it is the exactly asymptotic result. In dimension 3, from the result of the expectation of the absolute value of quadratic forms by W. Li and A. Wei [3], some similar results are obtained.

References

- [1] R.J. Adler and J. Taylor, *Random fields and Geometry*, Springer, New York, 2007.
- [2] J.M. Azais and M. Wschebor, *Level sets and extrema of random processes and fields*, John Wiley and Sons, 2009.
- [3] W. Li and A. Wei, *Gaussian integrals involving absolute value functions*, IMS lecture Notes-Monograph Series, 2009.
- [4] M.L. Mehta, *Random matrices*, 3rd ed, Academic Press, San Diego, CA, 2004.
- [5] C. Mercadier, Numerical bounds for the distribution of the maximum of one- and two-dimensional processes, *Adv. Appl. Probab.* 38(1), 149-170, 2006.

Phan Tanh Nam, Cergy

Some mathematical problems on the structure of atoms

We shall discuss about some progress toward two open problems on the structure of atoms: the maximum number of electrons that a nucleus can bind and the asymptotics of the radius of a large atom.

Phung Van Manh, Toulouse 3

Constructing good points for polynomial interpolation

We estimate the growth of the Lebesgue constants of Leja sequences for the unit disk and of \Re -Leja sequences. The main application is the explicit construction of multivariate interpolation points whose Lebesgue constant grows like a polynomial.

Tran Nam Trung, Hanoi

Regularity index of Hilbert functions of powers of ideals

Let I be a homogeneous ideal of a Noetherian standard graded algebra A over an Artinian ring A_0 , and let M be a finitely generated graded A -module. It is shown that the regularity index of the Hilbert function of $I^n M$ is a linear function of n for all n large enough.

Vu Cong Ban, Paris 6

Résolution d'inclusions monotones composites

Nous proposons un cadres général pour résoudre des inclusions composites pour les opérateurs maximalelement monotones et cocoercifs. La convergence des algorithmes est démontrée dans des espaces hilbertiens réels. Des liens avec des méthodes existantes sont obtenus.

B. C Vũ, A splitting algorithm for dual monotone inclusions involving cocoercive operators, *Adv. Comput. Math.*, à paraître.