Rapport de stage de fin d'études

Etudes des provisions techniques et modélisation de la loi de rachat sur les produits de garantie de fidélité

CONFIDENTIEL

Anas Stitou

Stage effectué chez AXA France

Direction Actuariat & Assurance de Personnes

Du 4 avril 2016 au 04 octobre 2016

Manager : Mme Jennifer POLACCI, Conseiller d'études actuarielles chez AXA France
Tuteur académique : Mr. Renaud BOURLES, Maître de Conférence à l'école Centrale Marseille

Ecole Centrale Marseille

Institut d'ingénieurs Sup Galilée

Université d'Aix Marseille School of Economics

Sommaire

1ère Partie : PRÉSENTATION DU GROUPE AXA & CADRE D'ETUDE.....5

1. Présentation de l'entreprise.....5

1.1 Le groupe AXA.....5

1.2 AXA EN QUELQUES CHIFFRES.....5

1.3 AXA France.....6

1.4 DIRECTION ACTUARIAT ET ASSURANCE DE PERSONNES.....7

2. DEFINITION DU CADRE DU STAGE.....8

2.1 L'assurance Vie.....8

2.2 LA PROVISION MATHEMATIQUE.....9

2.3 PRESENTATION DU PERIMETRE NOVA.....10

2ème Partie : GARANTIE DE FIDELITE ET PERIMETRE D'ETUDE.....12

1. Définition des garanties de fidélité.....12

1.1 Définition..... 12

1.2 Sources de diffusion.....12

2.3 PRESENTATION DU PERIMETRE NOVA.....12

2. Caractéristique des produits d'étude.....12

2.1 Garantie de fidélité sur les produits d'épargne ϵ.....13

2.1.1 Garantie de fidélité (GF) Rétrocession.....13

2.1.2 Garantie de fidélité (GF) Majoration de primes.....18

3ème Partie : APPROCHE TECHNIQUE DES GARANTIES DE FIDELITE.....18

1. Réglementation de tous produits.....18

2. Fonctionnement Technique.....18

2.1 Descriptif du fonctionnement.....18

2.1.1 Historique.....18

2.1.2 Mécanisme.....20

2.1.3 Fonctionnement technique.....20

2.2 Provisionnement & incorporation de la garantie de fidélité.....21

2.2.1 La garantie de fidélité Rétrocession de frais (Modul Plan)……21

2.2.2 La garantie de fidélité Majoration de prime……27

3. Projection des garanties de fidélité……33

4ème Partie : ETUDE STATISTIQUE DE LA LOI DE RACHAT……35

1. LA LOI DE RACHAT……35

2. Modélisation par les séries temporelles……36

2.1 Principe de la méthode……36

2.2 Modèle ARIMA……36

2.3 Tendance……36

2.4 Taux de rachat……36

2.5 Taux de rachats Agrégés à la maille générations……37

3. Etapes de Modélisation des taux de rachats mensuels pour le produit d'Alizé retraite……40

3.1 Généralités……40

3.2 Différentiation……40

3.3 Auto-régression……40

3.4 Moyenne Mobile……40

3.5 Processus ARIMA……41

3.6 Test de Dickey Fuller……41

3.7 Choix du paramétrage……44

3.7.1 Les caractères ACF & PACF……44

3.7.2 Critères AIC/BIC……44

3.7.3 Tests d'hypothèses……45

3.8 Modélisation temporelle de la génération 15 ans……46

3.9 Principe de saisonnalité……50

3.10 Modélisation temporelle de la génération de 20 ans……54

4. Intégration des taux de rachats aux projections……56

4.1 Principe de projection……56

4.2 Principe de validation……57

Problématique :

L'introduction des garanties de fidélité dans les contrats d'assurance vie génère pour l'assureur un risque latent portant sur le financement de ces dernières. En effet, ces garanties de fidélité sont idéalement couvertes par les produits financiers dégagés l'année de l'attribution de la garantie.

L'incertitude liée à l'évolution des marchés financiers a conduit la Commission de Contrôle des assurances en 1997, a recommandé la mise en place de provisions techniques permettant à l'assureur de faire face à son engagement.

C'est dans ce cadre que ce stage s'inscrit. Il a pour but de réaliser un bilan technique et financier du provisionnement de ces garanties sur le portefeuille Vie actuel, et de faire les éventuelles préconisations afin de minimiser le risque encouru par AXA France Vie et d'optimiser le pilotage des comptes techniques et financiers.

Remerciements :

Je tiens à remercier Madame Polacci Jennifer pour ses précieux conseils et son soutien qui ont su me guider et me permettre de progresser tout au long de mon stage.

Merci à l'ensemble des personnes de l'équipe épargne individuelle NOVA pour leurs encouragements, et tout particulièrement à Mademoiselle Iddouar Lamia et Loukil Ahmed qui a travers leurs connaissances et leur disponibilités, ont contribué à la réalisation de ce travail.

Enfin je souhaite remercier Mme Julie Wong ma manager n+1 pour m'avoir accompagné durant mon stage.

Que soient ici chaleureusement remerciés,

Madame Jennifer Polacci, ma manager au sein de l'équipe épargne individuelle, Lamia Idouar & Ahmed Loukil, chargés d'études actuarielles, pour leur encadrement durant toute la durée de mon projet. Leur disponibilité et leur reconnaissance furent autant d'éléments stimulants à la bonne réalisation de mon travail pour la Direction Actuariat et Assurance de Personnes d'AXA France ;

Monsieur Maxime , Directeur du Département Actuariat et Assurance de Personnes, pour ses idées d'amélioration et son expérience sur les modèles envisagés ;
Monsieur Amine Bouassida, conseiller d'études actuarielles, pour son aide précieuse et ses conseils lors des phases de modélisation ; son expérience et ses encouragements m'ont été d'une grande aide ;
Monsieur Omar Hamaoui et Aliou Sow, actuaires, pour m'avoir permis d'accéder à leurs mémoires d'actuaires respectifs et pris le temps de m'expliquer leurs travaux de recherche ;
Madame Patricia Laugerotte, chargée d'études actuarielles, pour sa disponibilité et sa patience dont elle a su faire preuve tout au long de ma formation au système de gestion interne d'AXA France ;
L'ensemble de l'équipe dirigée par Madame Véronique Gamon pour son accueil chaleureux, ainsi que cette dernière pour m'avoir permis d'effectuer mon stage au sein de son équipe.

1ère Partie : PRÉSENTATION DU GROUPE AXA & CADRE D'ETUDE

1. PRESENTATION DE L'ENTREPRISE

1.1 LE GROUPE AXA

Le groupe AXA est un acteur mondial majeur avec des domaines d'activités allant de l'assurance à la banque, en passant par l'épargne-retraite, la gestion d'actifs, l'assistance, ou encore la protection juridique. AXA a acquis en 25 ans des positions fortes en devenant la première marque mondiale d'assurance selon le classement Interbrand de 2015.

Son ambition est d'atteindre le statut de « société préférée du secteur ». Sa stratégie s'appuie sur des engagements et des valeurs telles que l'esprit d'équipe, le respect de la parole donnée, l'innovation, le réalisme ou encore le professionnalisme. Ces valeurs portent la vision d'AXA et constituent un guide pour l'ensemble de ses acteurs, qui les font vivre quotidiennement, au travers de leurs choix, de leurs décisions et de leurs actions.

AXA fonde sa différence sur trois attitudes :

- ✓ Disponible : présent aux moments où le client en a besoin, à son écoute ;
- ✓ Attentionné : les clients sont traités avec compréhension et considération, ils sont conseillés de façon personnalisée tout au long de leur vie et sont récompensés pour leur fidélité ;
- ✓ Fiable : les promesses du groupe sont réalisées, les clients sont tenus informés afin qu'ils puissent avoir confiance.

1.2 AXA EN QUELQUES CHIFFRES

En 2015, les 6 chiffres clés d'AXA sont résumés dans le schéma suivant :

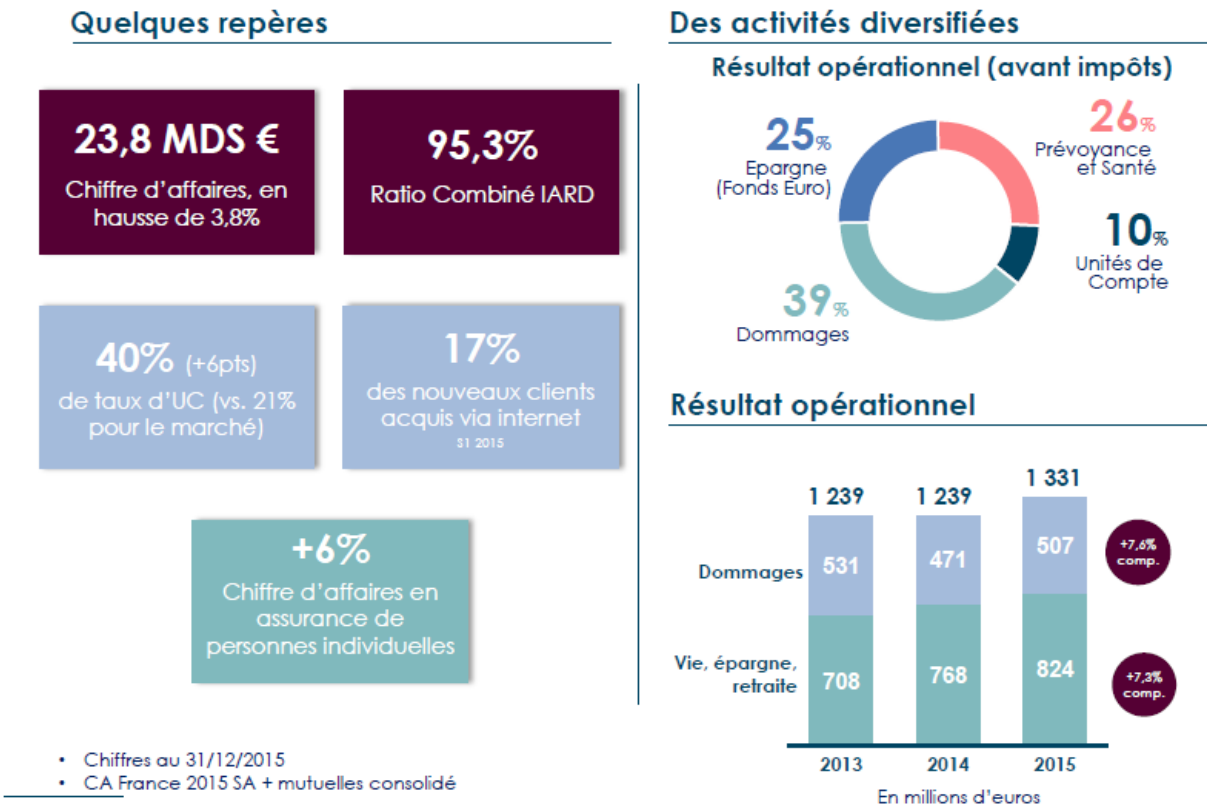
1.3 AXA FRANCE

AXA France est le premier assureur en assurance-dommages, maladie et accidents corporels avec 9,8% de parts de marché, et le troisième assureur en assurance vie et capitalisation avec 16,1 % des parts de marché.

Les 34 000 collaborateurs d'AXA France ont pour métier la protection financière. Ils offrent aux 9 millions de clients - particuliers, professionnels, petites, moyennes ou grandes entreprises - des réponses appropriées pour :

- l'assurance dommages ;
- l'assurance vie, épargne et retraite ;
- la banque ;
- l'assistance ;
- la protection juridique ;
- la santé et prévoyance ;
- La gestion et la transmission de patrimoine.

AXA France a pour ambition de devenir la meilleure société de services du marché.

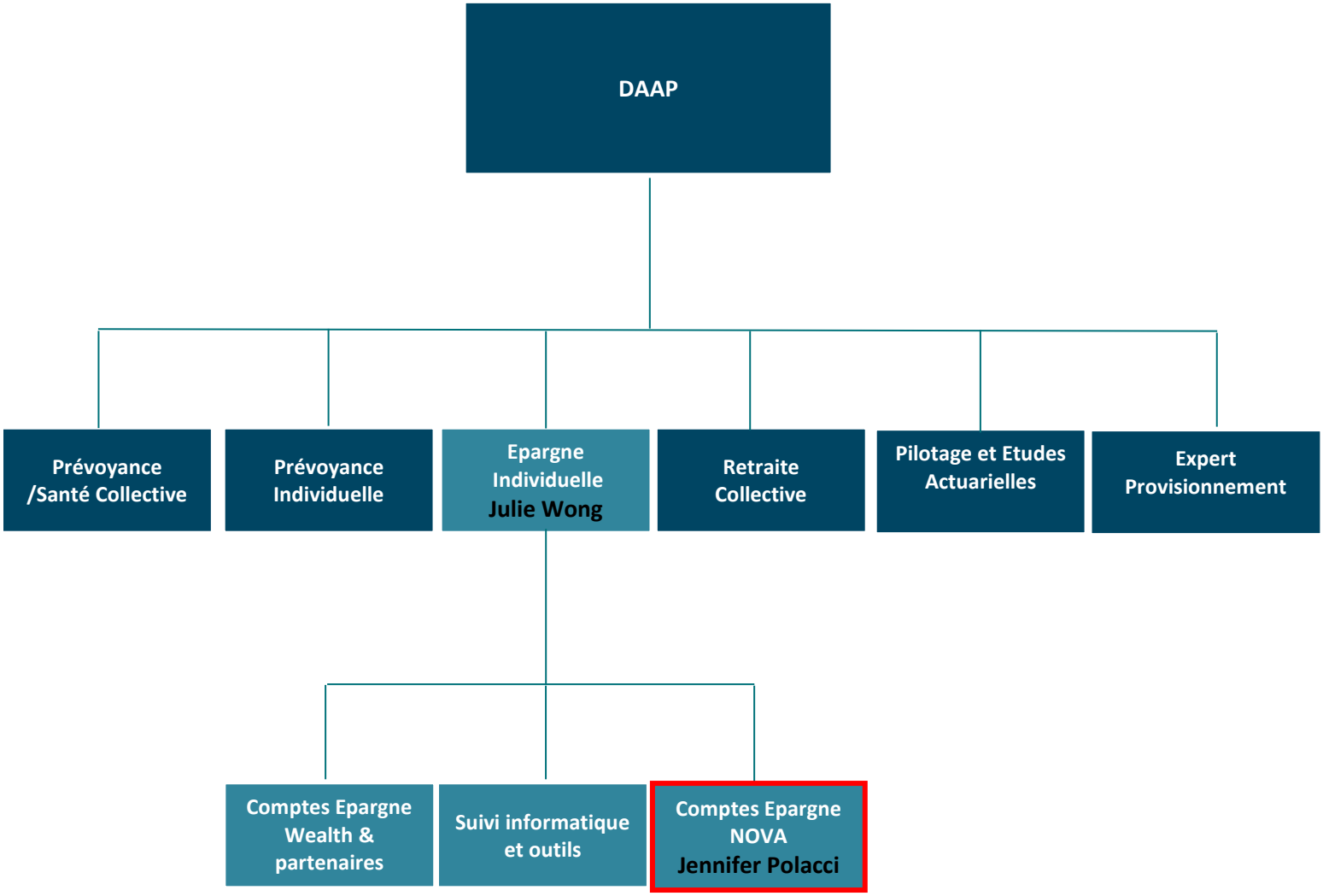


1.4 DIRECTION ACTUARIAT ET ASSURANCE DE PERSONNES

La Direction Actuariat et Assurance de Personnes a pour missions principales :

- la maîtrise des engagements pris envers les assurés ;
- l'analyse du résultat technique et financier ;
- la conception et la mise en oeuvre des études et outils pour fiabiliser et sécuriser les résultats ;
- la réalisation d'exercices prévisionnels et la concordance de ceux-ci avec les exercices réels ;
- le calcul et l'évaluation des provisions techniques ;
- la participation à la mise en oeuvre de la réglementation Solvency II et IFRS.

Le stage s'est déroulé au sein de ce service, et, plus précisément, au sein de l'équipe épargne individuelle, Nova.



2. DEFINITION DU CADRE DU STAGE

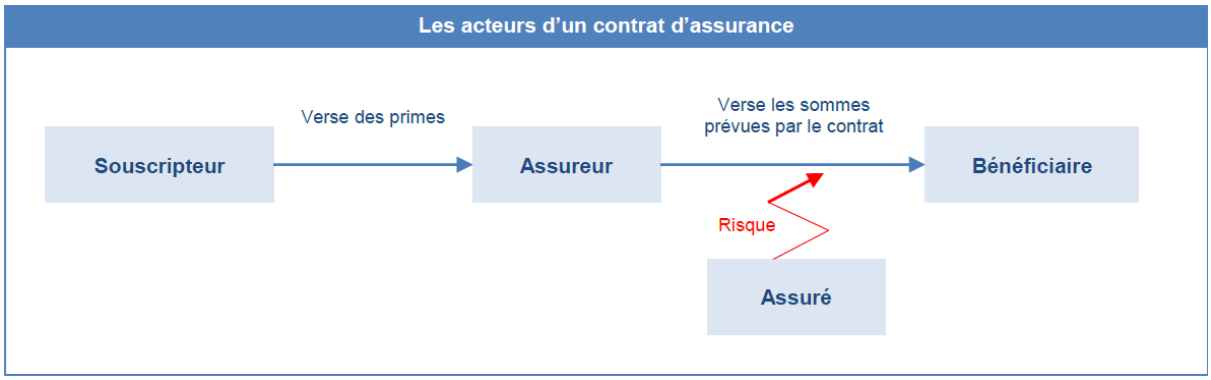
2.1 L'ASSURANCE-VIE

Définition

> L'assurance-vie permet de couvrir une multitude de risques liés à la vie humaine (décès, invalidité, incapacité, etc.). Elle permet aussi la préparation de la retraite, la succession ou la valorisation d'un capital.
>
> Les acteurs d'un contrat d'assurance sont les suivants :
>
> - L'assureur : l'assureur est la contrepartie s'engageant à verser les prestations prévues (capital, rente, indemnités) conformément aux clauses du contrat.
>
> - Souscripteur / Adhérent : le souscripteur (appelé adhérent dans les contrats collectifs) est le titulaire du contrat d'assurance vie.
>
> - Assuré : l'assuré est celui sur qui repose le risque (événement garanti), par exemple, c'est son décès qui entraîne le règlement des prestations en cas d'assurance-décès. L'assuré est le plus souvent la même personne que le souscripteur.
>
> - Bénéficiaire : le bénéficiaire est la personne désignée par le souscripteur qui percevra les sommes prévues en cas de décès ou en cas de vie de l'assuré avant le terme du contrat. Le souscripteur peut désigner un ou plusieurs bénéficiaires.

(Source SPAC-Actuaires.fr)

Voici un schéma résumant sous forme simple les différents acteurs :



Pour tous les contrats d'épargne, il existe deux types de supports qui conduisent à des prises de risque différentes pour l'assureur : les contrats en euros et les contrats en unités de compte (UC).

Les contrats d'épargne en euro se caractérisent par leurs garanties, en cas de vie ou de décès, exprimées en euros. Investis essentiellement en obligations, ils offrent un engagement de valorisation minimale de l'assureur envers ses clients (taux minimum garanti), majoré de l'intégralité ou d'une partie du compte de participation aux bénéfices. Le taux de rendement du produit est défini par l'assureur conformément à la réglementation. Il varie en fonction de l'évolution des marchés financiers.

Les contrats en unités de compte (UC) sont des contrats pour lesquels le montant des garanties et cotisations est exprimé en nombre de parts du support d'investissement (actions de SICAV, obligations, …). En d'autres termes, l'assureur garantit à son assuré, en contrepartie des primes versées, un nombre de titres sans s'engager sur la valeur de ces titres. Le risque de variation du support est donc intégralement supporté par le souscripteur.

Un contrat multi-supports est une juxtaposition d'un contrat en euro et d'un contrat en unités de compte. La plupart des produits modernes sont des multi-supports. Ils se caractérisent également par un taux de distribution aux assurés des produits financiers (participation aux bénéfices) sur la partie en euros, et un taux de prélèvement sur encours qui peut différer selon les supports. Les possibilités de rachat et d'avance et, pour les produits multi-supports, d'arbitrage entre les différents supports, rendent ces produits attractifs.

Dans la suite de ce rapport, seuls des produits d'assurance-vie de type épargne sur support euro seront étudiés.

2.2 LA PROVISION MATHEMATIQUE

Aux termes de l'article R 331-3 du Code des Assurances, les provisions mathématiques sont définies comme la « *différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et les assurés* ».

Schématiquement, on calcule la provision mathématique (PM) de la façon suivante :

$$\begin{aligned} &Provision\ Mathématique \\ &\qquad = +Valeur\ Actuelle\ Probable\ (VAP)\ des\ engagements\ de\ l'assureur \\ &\qquad - Valeur\ Actuelle\ Probable\ (VAP) des\ engagements\ de\ l'assuré \end{aligned}$$

Les provisions mathématiques permettent à l'assureur d'être toujours en mesure de faire face à ses engagements vis-à-vis de ses assurés. La société d'assurance provisionne et inscrit ses dettes au passif de son bilan.

La PM est la propriété de l'assureur. Néanmoins, le souscripteur a un droit de créance sur cette provision, à condition que le contrat ait une valeur de rachat. Le souscripteur peut ainsi exercer son droit de créance pour racheter, réduire ou transformer son contrat.

Rachat

> L'assuré peut, à tout moment, mettre fin à son contrat. Il perçoit une somme appelée valeur de rachat. Le versement de cette somme libère définitivement l'assureur de toutes ses obligations. Pour les contrats avec rachat possible, la proposition d'assurance doit indiquer les valeurs de rachat au terme de chacune des huit premières années. Le défaut de remise de ces informations entraîne la prorogation du délai de renonciation.

(Source : Documentation interne)

Rachat partiel

> L'assuré peut à tout moment (selon les conditions générales du produit), effectuer le rachat d'une partie de son contrat. Contrairement au rachat total, il ne mets pas fin au contrat.

Le risque de rachat fait l'objet de cette étude. Il sera développé plus amplement par la suite.

Réduction

> En assurance-vie, la mise en réduction concerne uniquement les contrats à primes périodiques (comportant un engagement de versements sur une période déterminée). L'opération consiste à suspendre les versements prévus à l'origine sans effectuer un rachat complet. Les garanties du contrat sont alors « réduites » en proportion des cotisations déjà versées, mais continuent de courir jusqu'à leur terme.

(Source : Planète patrimoine)

2.3 PRESENTATION DU PERIMETRE NOVA

AXA possède différent système de gestion. Mon stage s'est déroulé au sein de l'équipe NOVA, possédant un portefeuille de 55 milliards d'euros de provisions mathématiques, soit 57 % de l'Epargne Individuelle d'AXA France.
L'équipe compte Epargne NOVA, travaille sur des produits multi-supports mais aussi sur d'anciens produits mono-support Euro, qui font partie du sujet de mon étude.

Comme chaque entreprise, AXA doit publier ses comptes du 1er janvier au 31 décembre (bilan, compte de résultat…). Ci-dessous la composition synthétique d'un compte de résultat pour une compagnie d'assurance vie :

Ci-dessous le compte de résultat technico-comptable :

FLUX	Primes
	Sinistres survenus
	Rachats survenus
	Echus survenus
STOCK	PM clôture (y compris complément de PM)
	PM ouverture (y compris complément de PM)
	Intérêts crédités
	Incorporation garanties Fidélité clôt.
	PB incorporée nette
	Arbitrages
	Ajustements sur PM
	MARGE TECHNIQUE
POSTES EXPLICATIFS	Chargement sur primes
	Frais (d'arbitrage, sur encours, dossiers…)
	Ecart de PM ouverture
	Variation de compléments de Provision
	Variation Ecart de Zillmérisation
	Bénéfice de mortalité
	….
	MARGE RESIDUELLE (écart résiduel)

Haut du compte : éléments constitutifs de marge

Bas du compte : éléments explicatifs de marge

L'explication des éléments du compte de résultat sont décrit en annexe.

L'établissement d'un compte de résultat consiste à expliquer la marge technique. En effet, un assureur doit pouvoir chiffrer et justifier la totalité de sa marge. Les sources de marge peuvent être multiples. Au final, il doit en résulter un écart résiduel minime puisqu'il est le résultat de :

+	Marge technique
-	Total justifié = Somme des variables explicatives
=	**Ecart résiduel**

En plus de la provision mathématique classique, l'équipe NOVA est en charge du calcul de compléments de provisions qui peuvent être multiples :

- Provision pour offre commerciale. Exemple : distribution dans 10 ans de 5% du versement effectué pendant la période de l'offre sous certaines conditions
- Provision pour dépassement de taux
- Provision pour garantie indiquée dans les conditions générales…

Mon étude s'est portée sur une provision pour garantie indiquée dans les conditions générales, appelée garantie de fidélité.

Ce complément est un élément important dans la constitution de la marge, un mauvais provisionnement de ce type de complément peut mettre à risque les comptes.

Ces contrats versent à l'assuré des bonus récompensant sa fidélité. Pour que l'assuré soit en mesure de recevoir son bonus, il doit respecter les conditions suivantes :

- l'assuré ne doit pas avoir effectué de rachat partiel ou total sur son contrat ;
- l'assuré ne doit pas avoir effectué de réduction sur une durée supérieure à deux ans sur son contrat ;
- l'assuré doit respecter une période d'ancienneté, variant en fonction du type de contrat.

Si l'assuré ne respecte pas les conditions requises pour l'obtention du bonus, ce complément ne lui sera jamais versé. Il s'agit d'un gain pour l'assureur. En effet, les provisions interviennent directement dans le calcul de la marge :

$$Marge = Complément_{ouverture} - Complément_{cloture} - Incorporation$$

Exemple fictif

> L'assuré, M. Dupont, dispose d'un contrat lui permettant de toucher 3 bonus de 300 € à trois dates différentes : le 15 janvier 2012, le 15 février 2012 et le 15 mars 2012.
> Au 1er janvier 2012, le complément provisionné par l'assureur pour M. Dupont est de 900 €.
> Le 15 janvier 2012, M. Dupont incorpore 300 €. Le complément vaut dorénavant 600 €.
> Au 2 février 2012, M. Dupont rachète son contrat, et ainsi, ne touchera pas les deux bonus restants. Dès lors, le complément vaut 0 €.
> Le 31 mars 2012, lorsque l'on fait le calcul de la marge, on obtient :
>
> $$Marge = 900€ - 0€ - 300€ = 600€$$

Dans cet exemple, le montant de la provision est donné afin que l'on comprenne le calcul de la marge et, ainsi, les gains de l'assureur. Nous expliciterons par la suite les formules actuarielles de calcul des provisions. De même, le contrat décrit dans l'exemple est fictif.

2ère Partie : GARANTIE DE FIDELITE ET PERIMETRE D'ETUDE

1. Définition des garanties de fidélité

1.1 Définition :

Une garantie de fidélité est un bonus que l'on attribue au client dans le but de récompenser sa fidélité s'il a respecté certains engagements définis lors de la souscription.

Ce bonus peut prendre différentes formes :

- Versement Supplémentaire de l'assureur (par exemple, Rétrocession de frais à 10 ans sur le produit Cinq sur Cinq).
- Majoration de Primes (par exemple, Majoration de certaines primes commerciales à partir de la 8ème année sur le produit Epargne Océan).
- Majoration de taux (par exemple, taux de participation aux bénéfices majoré la 10ème année sur le produit Expantiel).
- Garantie d'une épargne minimale (par exemple, garantie d'une valeur liquidative terme sur des contrats en Unité de compte).

1.2 Sources de diffusion :

Les sources de diffusion des garanties de fidélité ne sont pas uniques. Celles-ci sont issues :

- Des conditions générales
- Des conditions particulières
- Des clauses spécifiques au contrat
- Des circulations diffusées aux réseaux de distribution
- Des avis de situation annuels

1.3 Respect des engagements

Afin de bénéficier de la garantie de fidélité, le client doit avoir respecté les engagements requis dans la formulation de la garantie. Sur la plupart des produits, deux des conditions obligatoires sont :

- Le paiement de l'intégrité des primes périodiques définies à la souscription
- L'absence d'actes de rachat partiel.

2. Caractéristique des produits d'étude

L'étude mené par la suite concerne uniquement les produits d'Epargne du portefeuille AXA France Vie, et spécifiquement les produits d'épargne issues du portefeuille d'origine Vie.

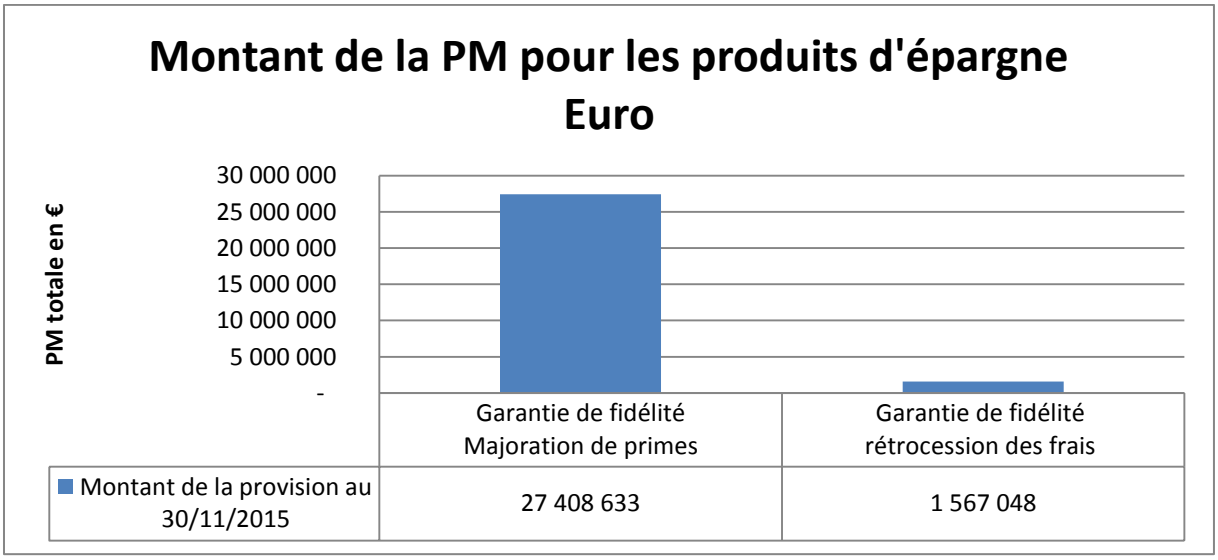
Le périmètre de l'étude choisi est représentatif de la diversité des produits, et des garanties de fidélité associées.

Afin de mieux appréhender les spécificités de fonctionnement de chacune des garanties de fidélité existantes, nous allons nous concentrer à certains produits du portefeuille et détailler les caractéristiques de chacun par type de Garantie de fidélité.

- Garantie de fidélité sur les produits d'épargne Euro :

  - Rétrocession de frais : Modul Plan
  - Majoration de primes : Epargne Océan & Alizé Retraite

Panorama au 31 décembre 2015 :



2.1 Garantie de fidélité sur les produits d'épargne €

2.1.1 Garantie de fidélité (GF) Rétrocession :

Cette famille de Garantie de fidélité est composée de deux produits Cinq sur cinq (CQ) et Modul Plan (TB) ayant un fonctionnement similaire.

Famille	GF Rétrocession	
Libellé	GF PP€ Rétrocession de frais	
Produit	CQ	TB
Source de diffusion	Conditions Générale	Conditions Générale Cahier de charges
Date d'attribution	Après la 10 ème annuité : 1er juillet ou date d'anniversaire du contrat	Après la 10 ème annuité : 1er juillet ou date d'anniversaire du contrat
Attribution	Rétrocession de frais de 7.5% à 5%	Rétrocession de frais de 6.7% à 5%
Cas de non attribution	Réduction	Réduction

❖ **Caractéristiques Générales**

Date de commercialisation : *01/10/1990 - 01/02/2001.*

Le produit modul Plan est un contrat à primes périodiques. Il permet la constitution d'un capital par valorisation des versements réguliers effectués à intervalles réguliers. Chaque contrat prend effet lors du premier versement.

Le souscripteur a le choix de la durée de paiement des versements réguliers : au minimum 8 ans et au maximum 15 ans. Le souscripteur choisit de faire des versements mensuels, trimestriels ou annuels (les montants peuvent être modifiés). Les versements sont périodiques et peuvent être complétés par des versements supplémentaires. Il est possible d'augmenter la prime ou la diminuer. En cas de non-paiement des primes, le contrat est réduit mais la somme investie continue à être valorisée. Les versements effectués ont tous une date valeur fixée au 1er jour du mois civil qui suit leur encaissement.

Il est possible de faire vieillir artificiellement le contrat en lui attribuant un nombre d'années d'ancienneté supplémentaire par le jeu de la rétroactivité ou du vieillissement (sans frais).

- La rétroactivité consiste en un versement d'annuités supplémentaire à la souscription
- Le vieillissement lui a lieu en cours de contrat (la durée des versements restant à effectuer est alors réduite).

Chaque année les versements venant à échéance du 1er juillet sont revalorisés proportionnellement à la variation du salaire de référence de l'AGIRC (Association Générale des Institutions de Retraite des Cadres) à condition que le contrat ait au moins 6 mois d'existence à cette date.

Les sommes investies au contrat : ensemble des versements nets de frais, diminué des rachats, et augmenté de la participation aux bénéfices et de de la prime de respect des engagements, sont valorisés au TMG, ce taux s'applique du 1er janvier au 31 décembre de l'exercice.

La valorisation minimale est variable selon la date de souscription du contrat alors que la valorisation complémentaire est distribuée au 1er juillet de chaque exercice.

A toute époque la somme inscrite au contrat est disponible en totalité. Le paiement de la totalité de la valeur de rachat met fin au contrat. Il est également possible de faire un rachat partiel.

- **La Garantie de fidélité :**

<u>Prime du respect d'engagements</u>

« Lorsque tous les versements réguliers prévus à la souscription ont été effectués, les frais précomptés la 1ère année sont ramenés de manière rétroactive de 6.7% à 5% sous forme d'une valorisation complémentaire exceptionnelle. »

Règle d'attribution de la garantie de fidélité

Elle est attribuée, après l'échéance de la dernière annuité prévue à la souscription (8 à 15 ans), au premier des deux évènements :

- Soit 1er juillet.
- Soit l'anniversaire du contrat

On parle aussi de « rétrocession partielle des frais » ou de « garantie complémentaire exceptionnelle »

Remarque :

- Dans le cas de rachat et de diminution de prime avant le paiement de l'ensemble des annuités prévues à l'origine : il n'y a plus lieu de provisionner la garantie de fidélité puisqu'elle ne sera jamais versée.
- Le contrat laisse la faculté d'effectuer des rachats partiels sans qu'il soit précisé si cette opération le prive ou non du bénéfice de la garantie de fidélité. La seule condition d'obtention des garanties de fidélité est, en effet, le paiement des primes annuelles. En pratique, un rachat partiel ne prive pas l'assuré des garanties de fidélité. Un assuré a donc intérêt à effectuer des rachats partiels plutôt que des diminutions de prime.

2.1.2 Garantie de fidélité (GF) Majoration de primes :

Famille	GF Majoration	
Libellé	GF PP€ Majoration de primes	
Produit	OC	RE
Source de diffusion	Conditions Générale Cahier de charges	Conditions Générale Cahier de charges
Date d'attribution	A partir de la 8ème année jusqu'à la 15ème année	-ctrs 10 ans : 11ème année -ctrs 15 ans : 11ème - 15ème année. -ctrs 20 ans : 16ème - 20ème année.
Attribution	Rétrocession de frais de 7.5% à 5%	% du versement annuel (échelle de tx en fonction de l'année)
Cas de non attribution	Rachat Partiel ou Réduction	Rachat Partiel ou Réduction

❖ Caractéristiques Générales

Date de commercialisation : *01/05/1993 - 31/03/2003.*

Il s'agit d'un contrat d'épargne à versement réguliers souscrit sous la forme d'un contrat d'assurance vie ou de capitalisation, assorti d'un volet à versements libres.

La garantie Plan Océan a pour objet la constitution d'un capital en vue de versements réguliers. La première prime annuelle est retenue à titre de frais d'entrée. Il n'y a aucun frais ensuite sur la partie périodique du contrat. A partir de la 8ème année, des primes de fidélité sont versées.

La garantie Libre Océan a pour but la constitution d'une épargne disponible à tout moment par valorisation des versements libres qui sont portés au compte après prélèvement de 5% de frais. Cette garantie ne donne pas lieu à garantie de fidélité.

Pour chacun des versements qu'il soit régulier ou supplémentaire, la date valeur retenue est le premier jour du mois civil qui suit son encaissement. Pour les retraits, il s'agit du 1er du mois de la date d'effet du retrait.

Chaque fin du mois la somme inscrite au contrat bénéficie d'un intérêt minimum calculé au taux équivalent à un taux minimal. La valorisation complémentaire est annoncée au 1er mai de chaque année. Le taux de valorisation qui servira de base au calcul de la valorisation complémentaire est valable jusqu'au 30 avril suivant. La valorisation complémentaire est servie à la date d'anniversaire du contrat.

- **La Garantie de fidélité : Epargne Océan**

Conformément aux CG, le client bénéficie, à partir de la 8ème année jusqu'à la 15ème année, de bonus accordés sous forme de majoration de certaines primes commerciales.

Ce bonus est accordé sous réserve qu'aucun rachat ne soit intervenu au titre du Plan Océan, et que l'ensemble des primes périodiques prévu à la souscription ait effectivement été payé.

La majoration se déroule comme suit :

- +100% du versement annuel de la 8ème année
- +5% du versement annuel de la 9ème année
- +50% du versement annuel de la 10ème année
- +5% du versement annuel de la 11ème à la 14ème année
- +50% du versement annuel de la 15ème année

année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
bonus	0	0	0	0	0	0	0	100%	5%	50%	5%	5%	5%	5%	50%

- **La Garantie de fidélité : Alizé Retraite**

Les contrats payants des primes pendant 20 ans

Le client bénéficie, à partir de la 11ème année, des bonus accordés sous forme de majoration des primes commerciales versées par l'assuré.

- +10% du versement annuel de la 11ème à la 15ème année incluse,
- +20% du versement annuel de la 16ème à la 19ème année incluse,
- +70% du versement annuel la 20ème année.

année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
bonus	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10%	10%	10%	10%	10%

année	16	17	18	19	20
bonus	20%	20%	20%	20%	70%

Les contrats payants des primes pendant 15 ans

Primes de fidélité : +10% du versement annuel de la 11ème à la 15ème année incluse.

année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
bonus	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10%	10%	10%	10%	10%

Les contrats payants des primes pendant 10 ans

Primes de fidélité : +100% du versement annuel de la 11ème année.

année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
bonus	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100%

De plus, il existe **trois promotions** sur certains de ces contrats suivant la date d'effet du contrat:

- Les contrats souscrits **entre le 1/11/93 et le 31/12/93** ont un bonus de 50% de plus à la 16ème année, ce qui porte le bonus à 70% la 16ème année.
- Les contrats souscrits **entre le 1/02/95 et le 31/07/95** ont un bonus de 30% de plus à la 16ème année, ce qui porte le bonus à 50% la 16ème année.
- Les contrats souscrits **entre le 1/03/96 et le 31/12/96** ont un bonus de 10% de plus à la 16ème année, ce qui porte le bonus à 30% la 16ème année.

3ème Partie : APPROCHE TECHNIQUE DES GARANTIES DE FIDELITE

1. Réglementation de tous produits

Dans le chapitre précédent, on a pu constater que les clauses des produits étudiés sont claires : les garanties de fidélité sont indépendantes du provisionnement des indemnités, en effet selon l'article R331-5 du code des assurances elles ne peuvent être considérées comme étant la provision mathématique pour le calcul de l'indemnité du rachat.

Article R331-5 « Pour tout contrat d'assurance vie comportant une valeur de rachat et pour les contrats de capitalisation, la valeur de rachat est égale à la provision mathématique du contrat diminuée, éventuellement d'une indemnité qui ne peut dépasser 5% de cette provision mathématique. Cette indemnité doit être nulle à l'issue d'une période de dix ans à compter de la date d'effet du contrat. Pour l'application du présent article, la provision mathématique ne tient pas compte des éventuelles garanties de fidélité non exigible par l'assuré au moment du rachat. Ces garanties doivent être explicitement décrites dans le contrat et clairement distinguées de la garantie qui en est l'objet principal ».

Les compagnies d'assurances souhaitaient financer les garanties de fidélité par les produits financiers générés par les placements des actifs l'année de l'attribution de leur incorporation de garantie de fidélité.

Cependant, la Commission du Contrôle des Assurances en 1997, avait mis en évidence l'importance des risques liés à ces garanties, En effet, compte tenu de l'impossibilité de la compagnie de donner le montant des produits financiers susceptible d'être généré sur un horizon fini (au moins 20 ans), et afin d'honorer l'ensemble de ses garanties (Intérêts crédités et garantie de fidélité), le montant des engagements de la société envers ses clients et au titre de la garantie de fidélité doit être provisionné.

2. Fonctionnement Technique

2.1 Descriptif du fonctionnement :

2.1.1 Historique:

Le mécanisme initial du financement des garanties de fidélité reposait sur les placements financiers. La compagnie considérait que les placements financiers de la société seraient suffisants pour assumer le cout des garanties de fidélité, quitte à réduire si besoin la marge financière. Il n'y avait donc aucun provisionnement technique lié à ces garanties.

En 1997, le rapport de la commission de contrôle des assurances a souligné la nécessité de provisionner les GF. Compte tenu de l'évolution des marchés financiers il est très difficile de prévoir le montant des produits financiers générés par le placement des actifs, et par conséquent de s'assurer du paiement des incorporations de GF.

C'est pourquoi les compagnies d'assurances ont répondus à ces remarques, en constituant une provision technique pour garantie de fidélité par le biais du complément scindé sur les générations avant et après 1997.

- Avant 1997, la provision est réalisée en « une seule fois » (one shot).
- Après 1997, la provision est constituée de manière linéaire

Voici l'évolution 2 types de provisionnement dans le cas où les engagements ont été respectés pour un contrat Alizé Retraite d'une durée de garantie 20 ans.

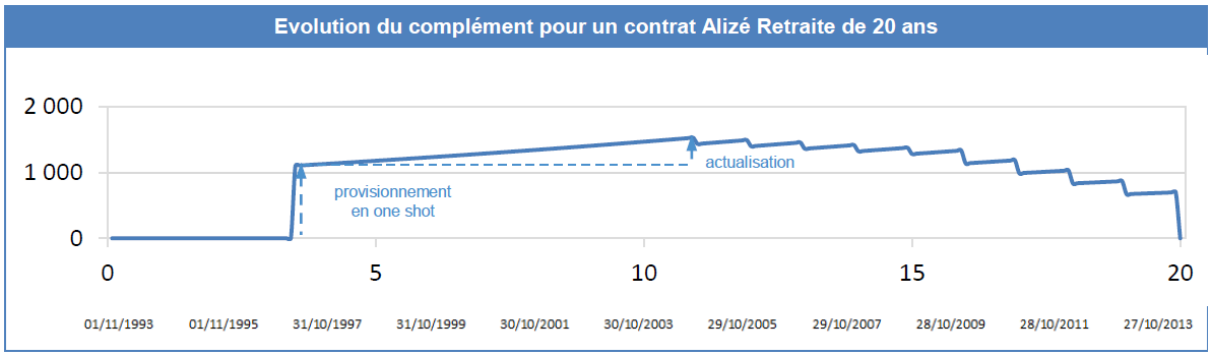
- Exemple d'un contrat Alizé Retraite avec provisionnement en *one shot* (contrat souscrit avant 1997) de caractéristiques :

  - Durée du contrat : 20 ans

  - Taux minimum garanti : 4,50 %

  - Prime Annuelle Commerciale (PAC) : 1 000 €

  - Fractionnement : Annuel



Les sauts à partir de la 11ème année correspondent aux moments où le client incorpore le montant du bonus spécifié dans les conditions générales.

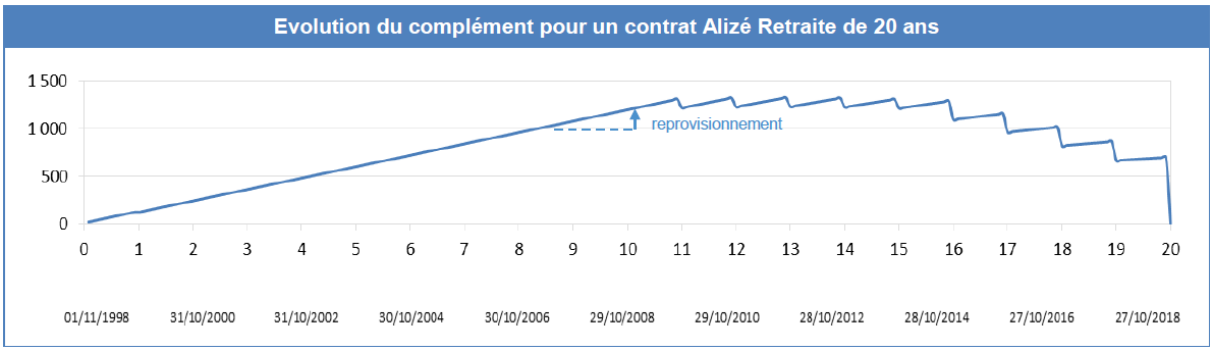
- Exemple d'un contrat Alizé Retraite avec provisionnement lissé (contrat souscrit après 1997) de caractéristiques :

  - Durée du contrat : 20 ans

  - Taux minimum garanti : aucun

  - Prime Annuelle Commerciale (PAC) : 1 000 €

  - Fractionnement : Annuel



Les contrats souscrits avant 1997 nécessitent seulement d'être actualisés. Le provisionnement des contrats souscrits après 1997 sont conditionnés par rapport à l'actualisation et au reprovisionnement.

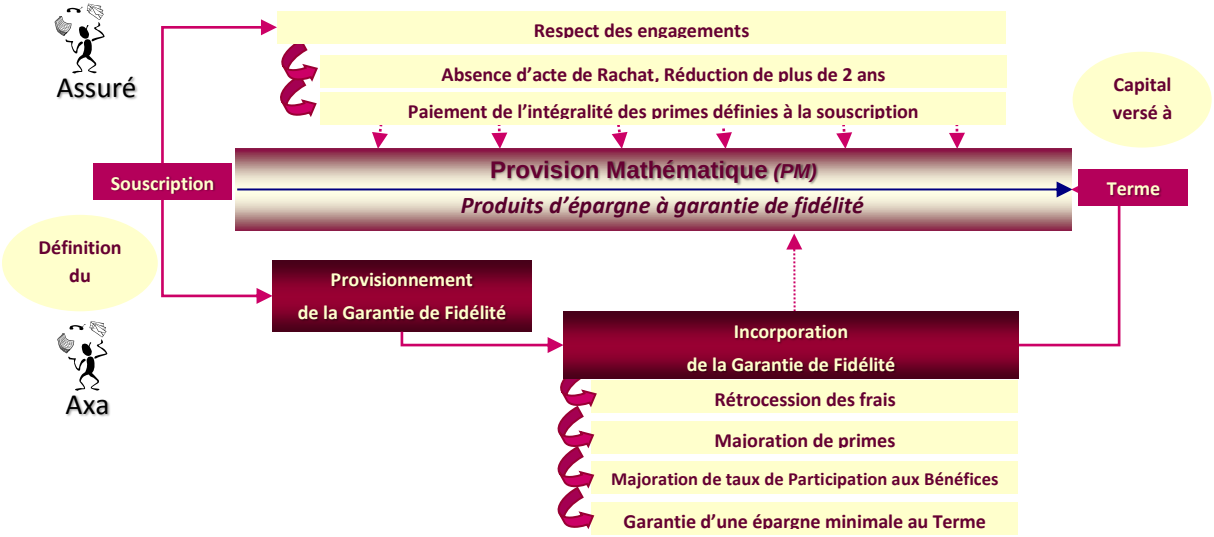
2.1.2 Mécanisme:

La garantie de fidélité fonctionne par effet levier sur 3 variables :

- ***Le complément de Provision Mathématique :*** il s'agit de provisionner le bonus depuis l'origine du contrat, pour faire face aux engagements garantis.
- ***L'incorporation de la garantie de fidélité :*** il s'agit du montant de garantie de fidélité incorporé en PM au cours de la période d'inventaire et attribué au client, ce montant est comptabilisé en année civile comme des intérêts techniques, et donc remis à zéro chaque année.
- ***La Provision Mathématique (PM) :*** il s'agit de l'engagement de l'assureur, y compris garantie de fidélité, vis-à-vis de l'assuré, on parle alors de garantie de fidélité incorporée en PM.

A la souscription d'un contrat, l'assureur met en place la Provision Mathématique, et établit en parallèle le provisionnement de la garantie de fidélité ou complément de Garantie de fidélité, réserve mise en place exclusivement pour la GF.

Par la suite, si le souscripteur a respecté ses engagements (absence de rachat et de réduction), il bénéficiera de son bonus de fidélité. A date d'attribution, c'est à cette condition que l'on incorpore le complément de garantie de fidélité dans la PM : on parle d'incorporation de garantie de fidélité.

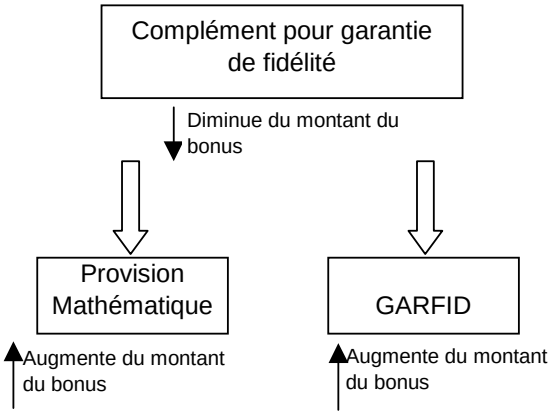


2.1.3 Fonctionnement technique:

Le complément de Provision Mathématique croit à partir de l'origine de la promotion Garantie de fidélité.

Au moment de l'attribution de la garantie de fidélité, le complément chute du montant de bonus attribué; les variables techniques : Incorporation de la Garfid & PM augmentent du même montant.

Fonctionnement par police :



Quatre cas de figures différents peuvent apparaitre dans le mécanisme de provisionnement des garanties de fidélité.

1. Le provisionnement est conforme à la garantie proposée au client => pas de risque pour la compagnie d'assurance.

2. Il y a un sur-provisionnement de la garantie => possibilité de gain pour la société.

3. Il y a un sous-provisionnement de la garantie => possibilité de perte pour la société.

4. La garantie ne fait l'objet d'un provisionnement => spécificité justifiée par rapport au bonus considéré ; ou perte éventuelle pour la compagnie.

Afin de mieux visualiser le fonctionnement technique, concentrons-nous sur le provisionnement actuariel, surtout que la première étape de ce stage était d'assimiler le mode et les formules de provisionnement pour les produits cités dans le chapitre précédent, pour ensuite auditer les montants figurants dans les bases et dans le système de gestion.

2.2 Provisionnement & incorporation de la garantie de fidélité :

2.2.1 La garantie de fidélité Rétrocession de frais (Modul Plan):

Dans cette section, nous nous intéressons au bonus « Rétrocession de frais Modul Plan », qui entraine une hausse de l'épargne en compte. Nous allons étudier les 2 points techniques suivants :

- Provisionnement technique du complément
- Provisionnement Pratique du complément : implémentation dans le système de gestion

❖ **Provisionnement théorique du Modul Plan:**

Le montant de GF Rétrocession à provisionner en complément, est assimilable à un capital différé à primes échelonnées. En effet, l'assureur s'engage à verser un capital garanti au terme du contrat si l'assuré demeure en vie.

De plus l'assuré pourra percevoir sa garantie de fidélité que sous la condition :

- L'assuré ne doit pas réduire son contrat.

Règle d'attribution de la garantie fidélité : elle est attribuée, après la dernière échéance prévue à la souscription (10 à 15 ans).

Eléments de calcul :

PAC : La prime annuelle commerciale.

D_GAR : ancienneté requise pour l'obtention de la garantie de fidélité (8 à 15 ans).

TMG(k) : Taux minimum garanti servie à l'année k.

PMZ : provision mathématique du contrat à la date de calcul

La formule de calcul du complément est par conséquent :

$$Cplt \text{ Modul Plan} = (6{,}7\% - 5\%).D_{gar}.PAC.\prod_{k}(1 + TMG(k))$$

❖ **Provisionnement dans le système de gestion de la GF rétrocession :**

D'après la réglementation de la CCA, dans le système de gestion, le provisionnement du complément GF Rétrocession fait la distinction entre la production à taux minimum garantie et celle à taux 0% (génération après avril 1997).

1er cas : Production à TMG (PM en one shot).

En système pour les contrats ayants une date d'effet inférieure au 2avril 1997, le calcul du complément GF rétrocession est égale à la différence de l'épargne en compte sur le sous compte fidélité valorisée à la date d'arrêté des comptes : c'est à dire l'épargne calculée avec 5% de frais précomptés : et la provision mathématique constituée sur le sous –compte principal primes périodiques, avec 6.7% de frais précompté sur le Modul Plan.

Contrairement au provisionnement théorique, ce type de provisionnement ne tient pas compte des aléas : il n'y a ici aucune hypothèse par rapport au décès du client, ou à la possibilité de rachat partiel ou de réduction de l'assuré. Cette provision présente donc un risque de surestimation, mais reste cohérente avec le principe de la prudence.

Eléments de calcul :

On appellera Opération : chaque flux de prime, de revalorisation ou encore de rachat sur le contrat.

En complément, on définit les notions suivantes :

Mont(i) : montant de chaque opération ayant un impact sur la PM, ou i varie entre 1 et n (avec n le nombre maximum de flux existants sur le contrat.

DTVAL : la date valeur de l'opération.

DTOPE : date à laquelle l'opération impacte la PM.

$\boldsymbol{\alpha_k^i(t)}$ **:** Nombre de jours en base 360 sur l'année k entre DTVAL et t.

$\boldsymbol{\beta_k^i(t)}$: Nombre de jours en base 360 sur l'année k entre DTVAL et le 1er du mois de la date t.

On a par conséquent,

$$\text{épargne fidélité} = \sum_i 1_{DTOP(i)<t}\, x\, Mont(i) x \prod_k (1 + TMG(k))^{\frac{\boldsymbol{\beta_k^i(t)}}{360}}$$

$$PMZ = \sum_i 1_{DTOP(i)<t}\, x\, Mont(i) x \prod_k (1 + TMG(k))^{\frac{\boldsymbol{\alpha_k^i(t)}}{360}}$$

Donc,

$$cplt\ \text{GF_Rétrocession} = \text{épargne fidélité valorisé à la date } t - PMZ \text{ de la GF}$$

On étudie par la suite la formule du complément avec les éléments de calcul définit ci-dessus à travers un exemple, puisque le but est d'implémenter des programmes sas réalisant le calcul du complément sous la maille contrat, pour ensuite faire un audit global sur les produits d'épargne en question, et identifier d'éventuelles anomalies visibles dans les écarts entre le provisionnement actuariel et celui du système de gestion.

- Exemple sur 1 contrat Modul Plan : année d'effet <1997

Fractionnement : annuel
Date d'effet : 09/10/1990
Durée du contrat : 15 ans
Date d'inventaire : 31/12/2004
Dernier versement prévu : 09/10/2004
Date d'attribution de la GF : 01/07/2005
1ère PAC : 919,2
Aucun vieillissement, rachat partiel, ou Réduction.

On obtient :

Frais précomptés sur le sous compte principal = 6,7%.15.914,69 = 919,26345
Frais précomptés sur le sous compte Fidélité = 5%.15.914,69 = 686,0175 €

Le taux de revalorisation appliqué dépend de l'année d'effet du contrat.
Dans notre cas, il s'agit d'un vieux contrat rémunéré au Taux minimum Garanti Brut.
Taux de rémunération = 4,5%

Remarque :

L'épargne fidélité et la PMZ constituent l'ensemble des mouvements capitalisés depuis la souscription jusqu'à la date de calcul la seul différence est au niveau des frais de création de compte qui représentent les 6,7% de la PAC pour l'épargne de fidélité et 5% pour la PMZ, d'où la distinction des sous compte de fidélité.

On obtient :

Epargne fidélité (01/12/04) = 33447€
PMZ (31/12/04) = 32889 €

Application numérique :

$$cplt\ \text{GF_Rétrocession} = Epargne\ Fidélité_{01/12/2004}.(1+4{,}5\%)^{\frac{30}{360}} - PMZ_{31/12/2004}$$

$$cplt\ \text{GF_Rétrocession} = 680{,}91€$$

En pratique, les résultats théoriques affirment ceux du système de gestion.

```
                    /041231                                                  *.S?>
                    MODUL'PLAN                    NOM
DATE EFFET CONTRAT : 09/10/1990                     DERNIER MOIS PAYE : 09/09/2005
DATE EFFET FISCALE : 09/10/1990                     EN COURS   PRIME UNIQUE D'ORIGINE
VALEUR EN COMPTE :       32769 E                    DATE CONSULTATION : 31/12/2004
FRAIS A AMORTIR  :                                  PROMOTION : N   CLAUSE SPE : N
                                                    MVT F01   : N

  DETAIL SOUS COM FDS  NOMBRE D'UC  MONT.VERSE   MONT. EPARGNE
A PRIMES PERIODIQ EURO            +     27301 E +     32769 E
B FIDELITE        EURO            +     27301 E +     33447 E
C FISCALITE
```

Montant de l'épargne au 31/12/2004

```
[redacted]/311204                                                    *.S *
                    NOM TB  TYPE 05            RESULTATS AU  31/12/2004
-----------------------------------------------------------------------------
NGAR UC  F S    EFFET  FIN GAR   PMZ       PMNZ   PSEUDO PM PSEU.PMNZ ACPT/PREL
-----------------------------------------------------------------------------
EURO 099 A 01   091090 091037     32889     32889
-----------------------------------------------------------------------------
NGAR   PB ACQUISE  IMCUM   PB.INCORP FID 07/05 PMZ TOTALE  PMNZ TOTALE  EPARGNE
------------------------------------ DP    180 -------------------------------
EURO                 1309                        32889     32889     32769
-----------------------------------------------------------------------------
NGAR    CAPITAL     CPV       PAC     FRAIS   F_ENCOURS    PAI    PTB    AVANCE
-----------------------------------------------------------------------------
EURO       32889     27301     2986
```

Montant de la PMZ au 31/12/2004

```
[redacted]/311204                                                    *.S *
                    NOM TB  TYPE 05            RESULTATS AU  31/12/2004
-----------------------------------------------------------------
NGAR  UC     EFFET     NUM COMPL      COMPL. EUROS      COMPL. EN UC
-----------------------------------------------------------------
EURO                      099                0,000            0,0000
EURO                      083                0,000            0,0000
EURO                      081                0,000            0,0000
EURO                      073                0,000
EURO                      004              681,000
```

Montant du complément de PM pour la garantie de fidélité au 31/12/2004

2ème cas : Production à taux minimum garanti (PM lissé).

Il s'agit des contrats souscris après le 02/04/1997.

Le principe générale reste le même, sauf qu'il s'agit de provisionner progressivement le montant de complément jusqu'à sa date d'incorporation.

Eléments de calcul :

DP : durée payée calculée en mois.

Frac : nombre de versement par ans (1= annuel, 2 =semestriel, 4=trimestriel, 12=mensuel).

D_COURUE : Durée courue du contrat comprenant l'effet des vieillissements (paiement de plusieurs années de prime en une seule fois afin de rapprocher la date d'incorporation de la garantie). ***D_courue =DP/12***

Garfid : montant de la garantie à la date de calcul, calculé comme différence entre la valeur du sous compte de fidélité et la PMZ de la garantie principale (il s'agit très précisément du montant du complément pour les contrats souscrits avant le 02/04/1997) vu dans le 1er cas.

La formule de calcul du montant de complément est comme suit :

$$cplt\ \text{GF_rétrocession} = garfid.\frac{d_courue}{d_gar}$$

Exemple :

Contrat souscrit 25/06/1993, l'attribution à la date d'incorporation 01 juillet, durée de garantie 10 ans, l'attribution de l'incorporation en 01/07/2003.

/010603 *.S *

NOM TB TYPE 11 RESULTATS AU 01/06/2003

NGAR	UC	EFFET	NUM COMPL	COMPL. EUROS	COMPL. EN UC
EURO			099	0,000	0,0000
EURO			083	0,000	0,0000
EURO			081	0,000	0,0000
EURO			073	0,000	0,0000
EURO			004	713,000	0,0000

/010703 *.S

NOM TB TYPE 11 RESULTATS AU 01/07/2003

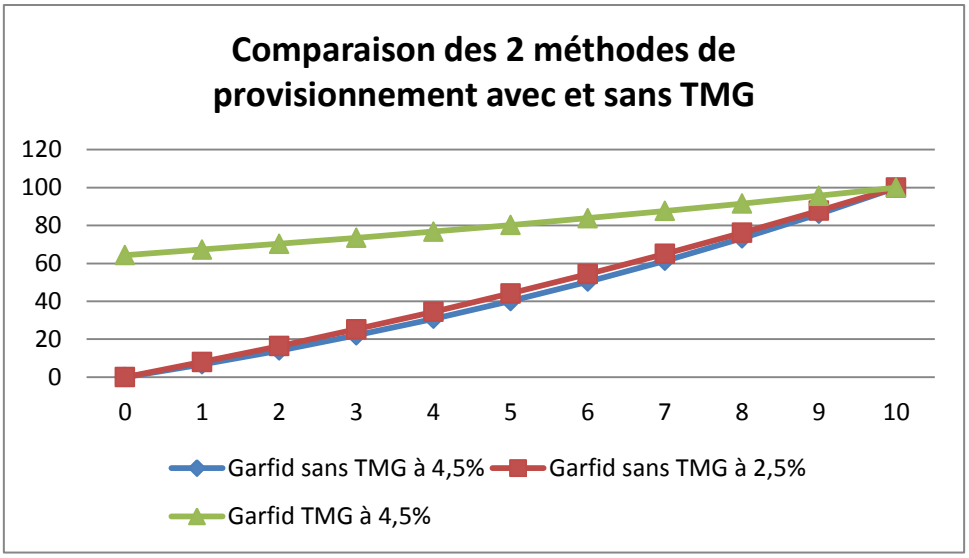
NGAR	UC	EFFET	NUM COMPL	COMPL. EUROS	COMPL. EN UC
EURO			099	0,000	0,0000
EURO			083	0,000	0,0000
EURO			081	0,000	0,0000
EURO			073	0,000	0,0000
EURO			004	0,000	0,0000

Une consultation du système de gestion nous montre le montant de complément qui est toujours provisionné en juin 2003, incorporé en juillet, jusqu'ici le calcul semble correspondre aux conditions générales, sauf que les bases d'avril 2016 nous fournissent un montant de 1235€.

Comparaison des 2 cas : Avec et sans TMG.

On prend un exemple théorique, où on considère que le bonus GF Rétrocession sera de 100€ attribué dans 15 ans avec un fractionnement annuel.

Les 2 types de provisionnement conduisent au graphique suivant :



On voit bien que le provisionnement sans TMG est beaucoup plus faible au cours du temps, tout en atteignant le montant requis pour attribuer la GF à 10 ans. Ce type de provisionnement reste le plus proche de la réalité et plus adapté à l'engagement de l'assureur. Dans notre exemple, incorporer 60€ en PM lors de la souscription, montre un sur provisionnement de la garantie de fidélité.

On se restreint par la suite aux produits de Majorations de prime qu'on va aborder dans la partie suivante, puisqu'en terme de PM les produits de rétrocession de frais ne constituent que 1M€, ce qui est équivalent à 2% du portefeuille de Garantie de fidélité.

2.2.2 La garantie de fidélité Majoration de prime (Alize Retraite & Epargne Océan):

Dans cette partie, on se restreint pour simplifier, au produit d'Epargne Océan qui se différencie de l'alizé retraite qu'avec les bonus, qui pour ce dernier dépendent de la durée de garantie (10, 15 ou 20 ans).

De la même manière que le Modul Plan on étudie les points suivants:

- Provisionnement technique du complément
- Provisionnement Pratique du complément : implémentation dans le système de gestion
- Incorporation GF

❖ **Provisionnement théorique de la GF Majoration de primes OC :**

De la même manière que le complément GF Rétrocession, il est assimilable à un capital différé à primes échelonnées. Néanmoins, ici on parle de plusieurs capitaux différés par rapport aux différents bonus de fidélités. Pour le produit d'Epargne Océan, il s'échelonne de la 8ème à la 15ème année, le provisionnement total du complément est alors la somme des 8 capitaux différés.

Les conditions de provisionnement restent les même :

- L'assuré est en vie.
- L'assuré ne doit pas réduire son contrat.
- L'assuré ne doit pas effectuer de rachats partiels.

❖ **Provisionnement dans le système de gestion « GF Majoration de primes OC » :**

Par similarité au Gf Rétrocession, le provisionnement du complément suit 2 générations (avant et après 1997) avec la distinction, respectivement, celle avec un taux minimum garantie et celle à taux 0%.

1er cas : Production à TMG (PM en one shot).

On parle des contrats souscrits avant 02/04/1997.

On distingue les TMG suivants pour ce type de provisionnement sur le produit épargne océan :

Date de souscription	TMG
Avant le 01/06/95	4,5%
Entre le 02/06/95 et 01/04/97	3,5%

Eléments et notions de calcul :

Tx : taux d'actualisation.

DP : nombre de primes versées par l'assuré depuis la création du contrat (durée payée calculée en mois).

Bonus(i) : pourcentage de majoration de la ième année du contrat.

Frac : le type de fractionnement annuel, mensuel, trimestriel, semestriel.

PAC : la prime annuelle commerciale.

m : la durée de contrat (15 ans pour l'épargne océan).

d : durée d'année séparant la date de calcul et la date du prochain versement de la prime périodique.

Anc : nombre de jours en base 360 séparant la date du dernier versement de prime avant la date de calcul du complément, et la date de calcul du complément.

E(.) : la partie entière.

Soient les paramètres de calcul suivants:

$$Anc = \frac{jours360(date\ investissement\ du\ dernier\ versement, date\ de\ calcul)}{360}$$

$$V = \frac{1}{1+Tx} \qquad K = E(Anc.Frac) \qquad d = \frac{k+1}{Frac} - Anc$$

Le complément est indexé sur le nombre de versements réellement effectué par l'assuré, et non par la date théorique du versement.

$$cplt\ GF\ Majoration\ OC = V^d.\left[\sum_{i=\frac{DP}{12}Frac+1}^{m.Frac} V^{\frac{i-\frac{DP}{12}Frac-1}{Frac}}.bonus(1+E\left(\frac{i-1}{Frac}\right))\right].\frac{PAC}{Frac}$$

<u>Exemple sur un contrat Epargne Océan :</u>

Fractionnement = Mensuel = 12
Date d'effet = 01/04/1996
Durée du contrat = m = 15 ans
Date d'inventaire= 31/04/2016
Dernier versement prévu =01/03/2017
PAC =3659
DP (31/04/2016)= 174 mois (14ème année).
TMG=3,5%.

On obtient :

$$\text{Anc}=\frac{\text{jours360(05/04/2016,31/04/2016)}}{360}=0{,}74$$

Donc : $K = 0$ et $d = 0{,}01$

DP	Année de bonus	Bonus
175-180	15ème année	50%

$$Cplt\ "Majoration\ OC" = \left(\frac{1}{1+4{,}5\%}\right)^{0{,}01}.\left[\sum_{i=175}^{180}\left(\frac{1}{1+4{,}5\%}\right)^{\frac{i-175}{12}}.bonus\left[1+E\left(\frac{i-1}{12}\right)\right]\right].\frac{3659}{12}$$

$$Cplt\ "Majoration\ OC" = 906{,}01€$$

<u>2ème cas :</u> Production sans TMG (PM lissée).

On parle des contrats souscrit après 02/04/1997

Reprenons les mêmes éléments de calcul que le premier cas.

$\left(\frac{DP}{12} - d + \frac{1}{Frac}\right)$: Représente l'ancienneté du contrat en nombre d'année de paiement de prime.

$$cplt\ GF\ Majoration = \left(\frac{DP}{12} - d + \frac{1}{Frac}\right) \cdot \left[\sum_{i=\frac{DP}{12}Frac+1}^{m.Frac} \frac{bonus(1 + E\left(\frac{i-1}{Frac}\right))}{\frac{i}{Frac}}\right] \cdot \frac{PAC}{Frac}$$

Exemple sur un contrat Epargne Océan :

DP	Année de bonus	Bonus
158-168	14ème année	5%
169-180	15ème année	50%

Fractionnement = Mensuel = 12
Date d'effet =01/04/2003
Durée du contrat = m = 15 ans
Date d'inventaire= 31/04/2016
Dernier versement prévu =01/04/2018
PAC = 1200
Aucun rachat partiel ou Réduction
DP (31/04/2016)=157 mois (13ème année).
TMG=10%

On obtient :

$$\text{Anc} = \frac{\text{jours360}(05/04/2016, 31/04/2016)}{360} = 0{,}74$$

Donc : $K = 0$ et $d = 0{,}01$

$$Cplt\ "Majoration\ " = \left(\frac{157}{12} - 0{,}01 + \frac{1}{12}\right) \cdot \left[\sum_{i=158}^{180} \frac{bonus\left[1+E\left(\frac{i-1}{12}\right)\right]}{\frac{i}{12}}\right] \cdot \frac{1200}{12}$$

$Cplt\ "Majoration\ "$ =596,35€

Anomalies Détectées :

La plus part de ces cas sont identifiés soit par leur montant de complément provisionné qui est trop important à la date d'incorporation, puisque ce dernier décroit pour tomber à 0 une fois le complément est attribué sur la dernière date de fin de garantie.

Exemple :

Fractionnement : Mensuel.
Date d'effet : 01/05/1995.
Date d'attribution à la date d'anniversaire : 01 Mai de l'année
DP : Durée de primes payées en mois : 77 mois (6ans de paiement).
Durée de garantie : 10 ans

Une simple consultation du système de gestion nous montre que la dernière incorporation a eu lieu 01/05/2005 ceci est équivalent aux 10 ans de paiements.

```
                    /010305                                                    *.S *
                          NOM RE   TYPE 05            RESULTATS AU  01/03/2005
-----------------------------------------------------------------------
NGAR  UC     EFFET     NUM COMPL      COMPL. EUROS      COMPL. EN UC
-----------------------------------------------------------------------
EURO                      099                0,000            0,0000
EURO                      083                0,000            0,0000
EURO                      073                0,000            0,0000
EURO                      005              245,000            0,0000
```

```
                    /010405                                                    *.S *
                          NOM RE   TYPE 05            RESULTATS AU  01/04/2005
-----------------------------------------------------------------------
NGAR  UC     EFFET     NUM COMPL      COMPL. EUROS      COMPL. EN UC
-----------------------------------------------------------------------
EURO                      099                0,000            0,0000
EURO                      083                0,000            0,0000
EURO                      073                0,000            0,0000
EURO                      005                0,000            0,0000
```

De la même manière que l'exemple de rétrocession de frais, le montant de complément en avril 2016 sur les bases nous donnent un montant de 2166€.

- **Incorporation de la garantie de fidélité :**

Suivant les conditions générales du produit Epargne Océan, l'incorporation de la garantie de fidélité s'échelonne de la 8ème année à la 15ème année. Le bonus est accordé sous forme de majoration de certaines primes, uniquement si l'assuré a payé sa prime donnant droit au bonus. Le calcul de l'incorporation de garantie de fidélité doit être harmonisé avec la chute du complément de PM, et tient compte des années de paiement des contrats.

Principe Théorique :

Si l'assuré a payé l'ensemble de sa prime donnant droit au bonus :

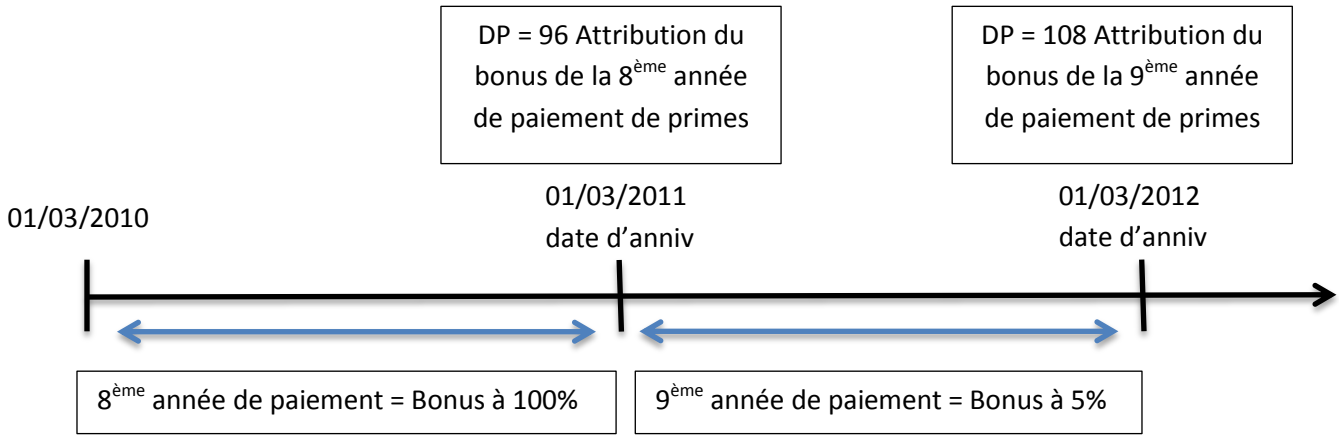
Pour chaque prime versée au-delà de la 7ème année incluse, le montant à incorporer en même temps que l'investissement de la prime donnant droit au bonus doit être comptabilisé.

- *Exemple :*

Fractionnement = Mensuel = 12
Date d'effet =01/03/2003
Durée du contrat = m = 15 ans
Date d'inventaire= 31/12/2016
PAC = 924

Si l'assuré a payé l'ensemble des primes mensuelles sans aucune interruption ou rachat partiel, le premier bonus au titre de la 8ème année sera attribué en mars 2011, 5% de sa prime annuelle

attribué à la 9ème année, 50% de sa prime annuelle commerciale la 10ème année, 5% de sa prime de la 11ème année à la 14ème année, pour enfin avoir son dernier bonus de 50% la 15ème année.



En pratique, dans le système de gestion, l'incorporation est comptabilisée au préalable, sur tous les contrats ayant un fractionnement annuel.

Soit à partir de la 85ème prime payée pour un fractionnement mensuel (DP=85), de la 30ème (DP =88) pour un fractionnement trimestriel, de la 15ème année (DP=90) pour un semestriel, de la 8ème pour un annuel (DP=96).Ainsi pour un contrat mensuel les bonus incorporé en nombre de versements mensuels sont :

Prime	Majoration	Prime	Majoration	Prime	Majoration	Prime	Majoration
85	100%	109	50%	133	5%	157	5%
86	100%	110	50%	134	5%	158	5%
87	100%	111	50%	135	5%	159	5%
88	100%	112	50%	136	5%	160	5%
89	100%	113	50%	137	5%	161	5%
90	100%	114	50%	138	5%	162	5%
91	100%	115	50%	139	5%	163	5%
92	100%	116	50%	140	5%	164	5%
93	100%	117	50%	141	5%	165	5%
94	100%	118	50%	142	5%	166	5%
95	100%	119	50%	143	5%	167	5%
96	100%	120	50%	144	5%	168	5%
97	5%	121	5%	145	5%	169	50%
98	5%	122	5%	146	5%	170	50%
99	5%	123	5%	147	5%	171	50%
100	5%	124	5%	148	5%	172	50%
101	5%	125	5%	149	5%	173	50%
102	5%	126	5%	150	5%	174	50%
103	5%	127	5%	151	5%	175	50%
104	5%	128	5%	152	5%	176	50%
105	5%	129	5%	153	5%	177	50%
106	5%	130	5%	154	5%	178	50%
107	5%	131	5%	155	5%	179	50%
108	5%	132	5%	156	5%	180	50%

3. Projection des garanties de fidélité :

La projection de la garantie de fidélité, consiste à estimer le montant du complément, à une date future, ceci fut l'objectif principal du stage, étant donné que les programmes de projections ne prennent pas en compte les taux de chutes ou les taux de rachats qui dépendent de l'ancienneté du contrat, et emploient une simple capitalisation suivant les générations avant et après 1997.

Les formules de provisionnement pour les 2 générations restent les même la seule distinction est les futurs bonus qui sont maintenant actualisés à la date de projection, et non pas à la date d'extraction, la formule de calcul du montant de complément devient :

Soit *n* : nombre en mois séparant la date d'extraction et la date de projection.

Le nombre de versement séparant depuis la date de souscription jusqu'à la date de projection est par conséquent :

$$\boxed{DP_proj = DP + n}$$

Génération avant 1997 : Provisionnement en One Shot

$$\boxed{cplt\ proj\ GF\ Majo\ OC = V^{d}.\left[\sum_{i=\frac{DP_{proj}}{12}Frac+1}^{m.Frac} V^{i-\frac{\frac{DP_{proj}}{12}Frac-1}{Frac}}.bonus(1+E\left(\frac{i-1}{Frac}\right))\right].\frac{PAC}{Frac}}$$

Génération après 1997 : Provisionnement lissé

$$\boxed{cplt\ proj\ GF\ Majo\ OC = \left(\frac{DPproj}{12} - d + \frac{1}{Frac}\right).\left[\sum_{i=\frac{DP_proj}{12}Frac+1}^{m.Frac} \frac{bonus(1+E\left(\frac{i-1}{Frac}\right))}{\frac{i}{Frac}}\right].\frac{PAC}{Frac}}$$

Les programmes de projections des compléments de garanties de fidélité se basaient sur les montants de compléments actuels, ceci peut engendrer des erreurs de calcul dans le cas où le montant actuel n'est pas bien provisionné.

La formule est comme suit :

Génération avant 1997 : Provisionnement en One Shot

$$cplt\ proj\ GF\ Majo\ OC = V^{d-\frac{n}{Frac}}.\left[compl_{actu} - \sum_{i=\frac{DP}{12}Frac+1}^{\frac{DP_{proj}}{12}Frac} V^{\frac{i-\frac{DP}{12}Frac-1}{Frac}}.bonus(1+E\left(\frac{i-1}{Frac}\right))\right].\frac{PAC}{Frac}$$

Génération après 1997 : Provisionnement lissé

$$cplt\ proj\ GF\ Majo\ OC = compl_{actu} - \left(\frac{DPproj}{12} - d + \frac{1}{Frac}\right)\left[\sum_{i=\frac{DP}{12}Frac+1}^{\frac{DP_proj}{12}Frac} \frac{bonus(1+E\left(\frac{i-1}{Frac}\right))}{\frac{i}{Frac}}\right].\frac{PAC}{Frac}$$

Le fonctionnement du modèle GarFid d'un point de vue macro, ainsi le l'étude d'impact des contrats anormaux sont présentés en annexe.

3ème Partie : ETUDE STATISTIQUE DE LA LOI DE RACHAT

1. LA LOI DE RACHAT

Définition du rachat

> Opération permettant au souscripteur de se faire rembourser l'épargne disponible dans le cadre d'un contrat comportant une provision mathématique (combinée, capitaux différés, termes fixes, contrats avec contre-assurance, etc.).

(Source : Fédération Française des Sociétés d'Assurance FFSA).

Dans notre cas, le rachat permet à l'assuré de récupérer le montant d'épargne disponible sur son contrat d'assurance-vie. L'assureur a l'obligation de fournir aux assurés leur épargne à tout moment, quitte à devoir céder de nombreux actifs sur les marchés. Les vagues de rachat massives constituent, par conséquent, un risque majeur pour l'assureur.

Le rachat s'explique par deux composantes :

- Le rachat structurel : l'assuré décide de racheter son contrat car il a besoin de son argent ;

- Le rachat dynamique (ou conjoncturel) : l'assuré décide de racheter son contrat car il souhaite placer son argent autrement.

Le rachat structurel correspond aux caractéristiques du contrat et au profil du client. Il s'agit l'état actuel du contrat, de la fiscalité applicable au contrat en cas de rachat, de la rémunération perçue, etc. Dans la base de données utilisée par la suite, nous ne disposons pas d'informations relatives à la situation socio-professionnelle des assurés.

Le rachat dynamique correspond à la satisfaction du client vis-à-vis du taux servi par l'assureur. Si l'écart entre le taux fournit par l'assureur et le taux servi par la concurrence devient important, alors l'assuré sera incité à racheter son contrat pour investir son argent ailleurs.

Les taux servis par la concurrence peuvent être, par exemple, le taux du livret A, le taux des contrats d'assurance-vie commercialisés par les autres assureurs ou encore le taux des Obligations Assimilables du Trésor (OAT) 10 ans. L'OAT est l'indice de référence qui permet de déterminer les taux techniques maxima utilisables pour les opérations d'assurance-vie.

D'autres paramètres peuvent être explicatifs des rachats dynamiques, comme l'état des marchés financiers ou encore la valeur des indices immobiliers.

Il est difficile d'estimer indépendamment ces deux types de rachat car l'assuré ne donne pas la raison de son rachat. De plus, le rachat structurel peut, dans certains cas, être corrélé aux rachats dynamiques. En effet, les assurés les moins aisés sont amenés à racheter leur contrat car les taux des crédits à la consommation deviennent trop importants.

Jusqu'à présent, le rachat modélisé sur les produits d'épargne étudiés était fonction de la durée payée des primes par l'assuré. Aucun autre paramètre structurel ou dynamique n'était pris en compte.

L'objectif de l'étude est de modéliser le risque de rachat selon ses composantes structurelles et dynamiques. La compréhension des rachats constatés permettra de mieux anticiper les rachats à venir.

2. Modélisation par les séries temporelles

2.1 Principe de la méthode :

La modélisation par les séries temporelles revient à déterminer chaque valeur de la série étudiée en fonction des valeurs qui la précède. C'est le cas des modèles ARIMA (« Auto-Regressive – Integrated – Moving Average »). Les objectifs d'étude sont multiples. La prévision est sans doute le but le plus fréquent. Il s'agit de prévoir les valeurs futures d'une variable grâce aux valeurs observées dans le présent et le passé de cette même variable ($y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots)$).

La problématique n'est donc pas la même qu'en régression où l'on cherche à prévoir le niveau d'une variable en fonction du niveau d'autres variables, parmi les autres objectifs avoués de cette étude, figure le problème de *l'estimation d'une tendance ;* par exemple on peut se demander si une variation observée du taux de rachat est le fait d'une fluctuation saisonnière, ou bien est le reflet d'une tendance. Cela nécessite donc le filtrage des variations saisonnières.

2.2 Modèle ARIMA :

Etude historique :

La première étape consiste à étudier la partie déterministe de la série que l'on visualise pour répondre à des questions sur :

- ✓ L'augmentation ou la baisse des taux de rachats.
- ✓ Fluctuation saisonnière : tendances mensuelles répétitives.
- ✓ La dispersion des données.

La deuxième partie vise à analyser la structure aléatoire - « le bruit » qui reste une fois que l'on extrait la partie déterministe.

2.3 Tendance:

La tendance correspond à l'évolution de la série au cours du temps indépendamment des fluctuations saisonnières.

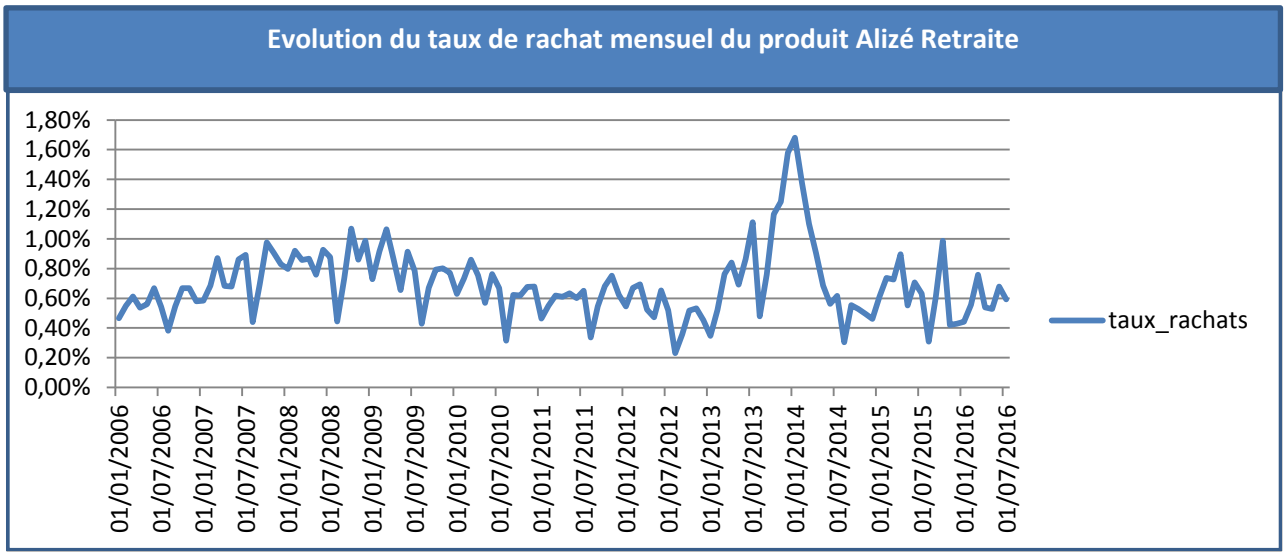
2.4 Taux de rachat :

On définit le taux de rachat mensuel de la manière suivante :

$$Taux\ de\ rachat\ mensuel = \frac{PM\ mensuel\ rachetée}{PM\ mensuel\ rachetée + PM\ mensuel\ non\ rachetée}$$

Les provisions mathématiques sont prises à la clôture, c'est-à-dire en fin de mois, en effet ça représente le net en PM de tous flux impactant ce dernier. Ceci n'est pas problématique sur des contrats mono-support euro car les variations entre le début et la fin du mois ne sont pas importantes.

La représentation graphique du taux de rachat mensuel pour le produit Alizé Retraite se présente comme suit :



Ce taux de rachat mensuel est calculé pour l'ensemble des contrats Alizé Retraite, sans distinction de type de taux, d'ancienneté ou de profil client. Il s'agit d'une maille très agrégée. Les différents niveaux d'agrégation pour la modélisation du taux de rachat seront discutés par la suite.

Il apparaît dans le graphique précédent une saisonnalité dans les rachats. Ici, les rachats au cours du mois d'août sont faibles, puis sont suivis par un pic au cours du mois de septembre. Ceci peut s'expliquer par le fait que les assurés, auparavant en vacances, font face aux dépenses de rentrée et ont davantage de chances de racheter leur contrat pour disposer de leur épargne. Il sera intéressant de prendre en compte cette saisonnalité dans les projections du taux de rachat mensuels.

On remarque également un mouvement de rachat massif en janvier et février 2014, en effet, la migration de l'ancien système de gestion RCV vers le nouveau NOVA a débuté en fin 2013, donc cette vague de rachat peut être dû à des corrections qui ont eu lieu lors de la migration, surtout que le taux de rachat baisse par la suite pour avoir une variation proche de l'historique.

2.5 Taux de rachats Agrégés à la maille générations :

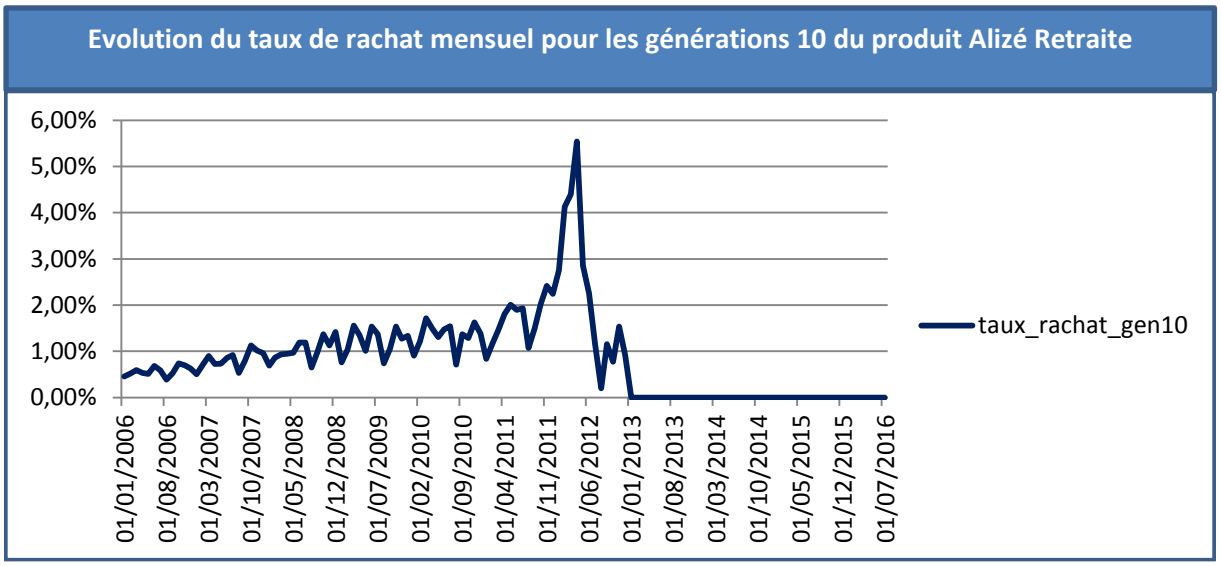
Une utilisation des générations ou une répartition des contrats selon leur ancienneté nous fournira des taux sous une maille plus fine, ceci nous donnera également une meilleure compréhension du comportement de client et ainsi identifier la présence des évènements de rachats conjoncturel cité dans la section précédente.

Les dernières souscriptions sur le produit Alizé Retraite datent de 2003, par conséquent certaines générations ne seront pas prises en compte dans l'étude puisqu'ils ont atteint leur maturité, en franchissant la période d'incorporation.

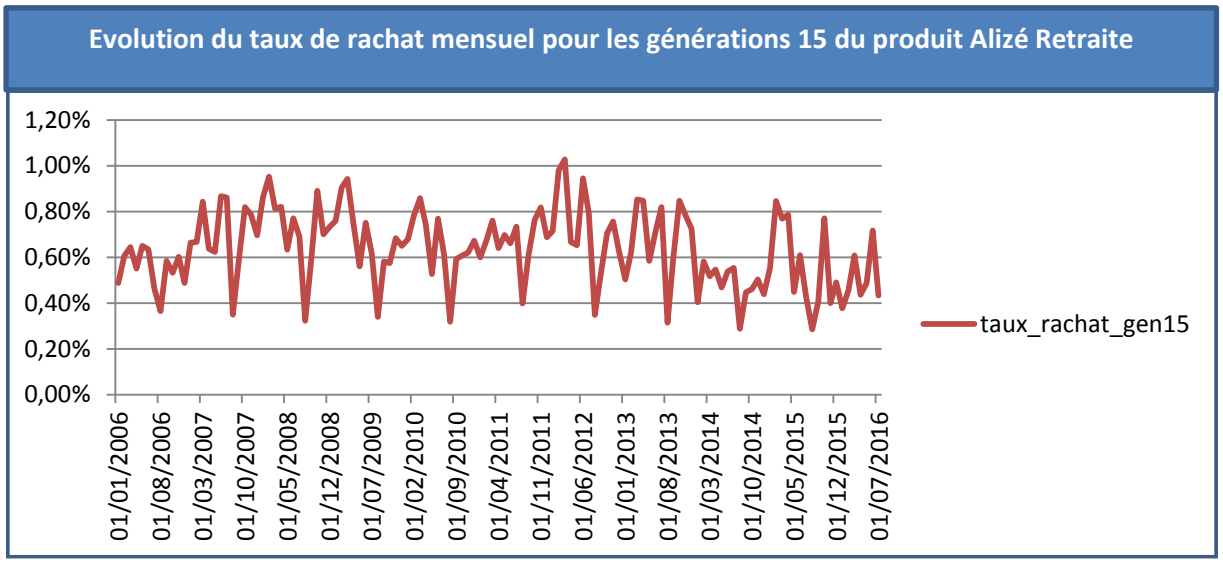
On définit les générations suivantes :

Ancienneté	Générations
$Durée \leq 10\ ans$	10 ans
$11\ ans \leq Durée \leq 15\ ans$	15 ans
$16\ ans \leq Durée \leq 20\ ans$	20 ans
$21\ ans \leq Durée$	99 (>20 ans)

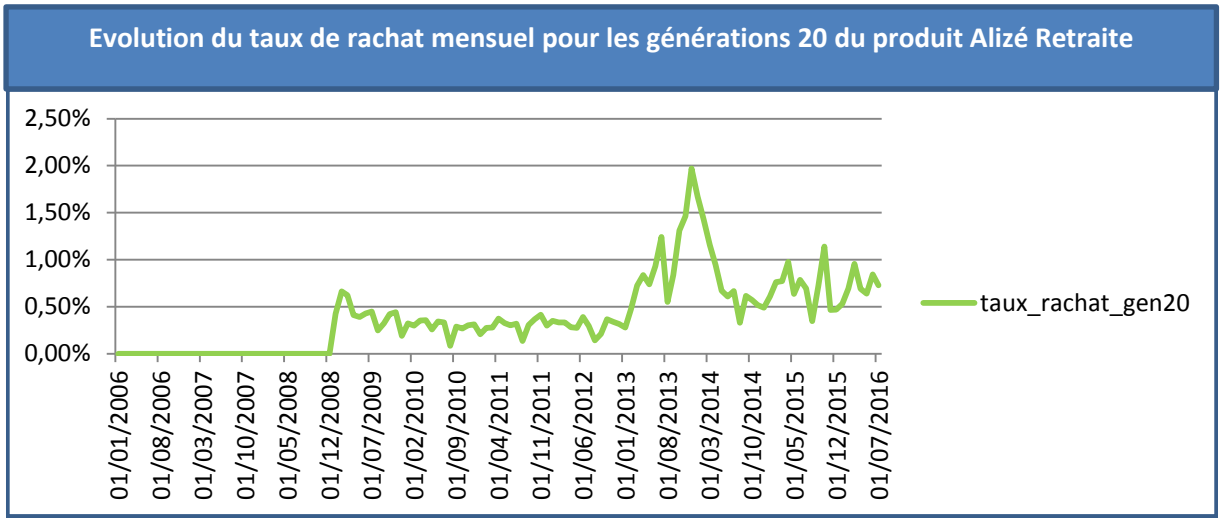
On obtient les taux de rachats suivants :



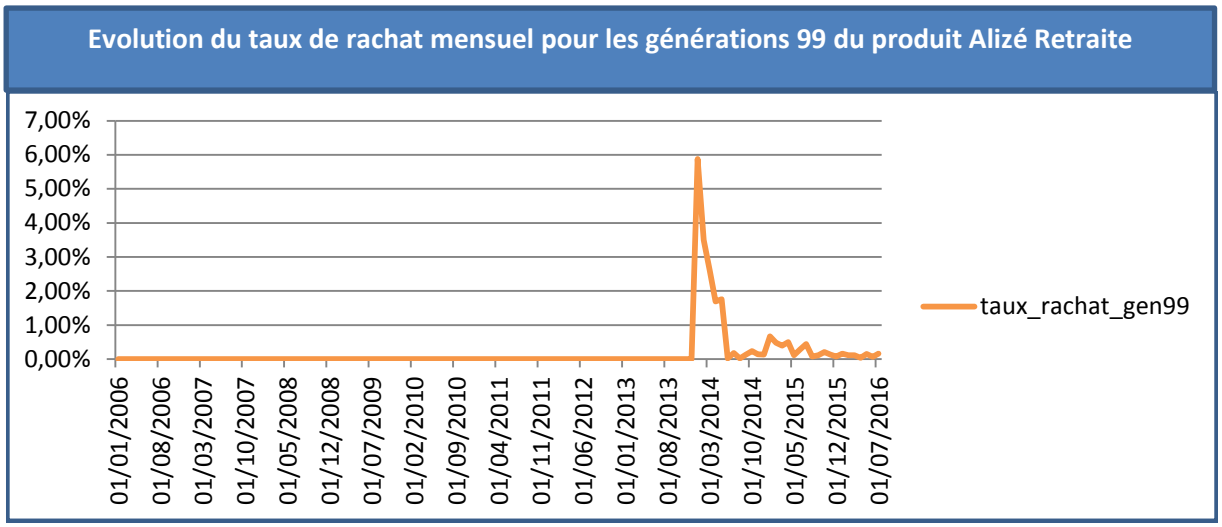
Typiquement, la génération de 10 ans, arrive à échéance en janvier 2013, par conséquent cette génération ne fera pas l'objet de notre modélisation, par ailleurs on constate une vague de rachats entre janvier et juin 2012, ceci laisse penser que la plus part des clients de la génération 10 ans ont atteint la fin de leur durée de garantie, et donc ont touché l'ensemble de leur complément, pour ensuite racheter leur contrat, ceci est un exemple type du rachat conjoncturel.



On capture les effets de saisonnalités, vues dans la baisse des taux de rachats en mois d'aout, suivie d'une hausse en septembre, on remarque aussi que la série semble être stable en variant autour de 0,6%, avec un pic qui dépasse 1% en janvier 2014.



La génération de 20 ans démarre en janvier 2009 avec une faible fluctuation autour de 0,4%, pour capturer les pics des taux de rachats notamment en janvier 2014 et novembre 2015.



La génération 99 ne sera pas prise en compte dans la modélisation, étant donné qu'elle n'est pas assez importante en terme d'observations (prévisionnel fiable nécessite au moins 50 observation).

Seuls les générations 15 et 20 seront étudiées par la suite.

3. Etapes de Modélisation des taux de rachats mensuels pour le produit d'Alizé retraite

3.1 Généralités :

Un Modèle ARIMA s'exprime en fonction de la notation *ARIMA(p,d,q)* où *p, d, q* renvoient au nombre de termes autorégressif, et de différenciation et de moyenne mobile dans le modèle ARIMA finale.

L'analyse de séries temporelles par les modèles ARIMA repose sur 3 étapes : l'identification, la détermination et la vérification. La première étape de l'analyse consiste à identifier le modèle ARIMA qui pourrait générer la série temporelle étudiée. La seconde étape d'estimation consiste à déterminer les coefficients des termes de l'équation. Et enfin, la troisième étape, celle de la vérification consiste à contrôler le degré d'ajustement du modèle *ARIMA* à la série étudiée.

3.2 Différentiation

L'estimation des modèles ARIMA suppose que l'on travaille sur une série stationnaire. Ceci signifie que la moyenne de la série est constante dans le temps, ainsi que la variance.

La meilleure méthode pour éliminer toute tendance est de différencier, c'est-à-dire de remplacer la série originale par la série des différences adjacentes. Une série temporelle qui a besoin d'être différenciée pour atteindre la stationnarité est considérée comme une version intégrée d'une série stationnaire (d'où le terme *Integrated*).

La correction d'une non-stationnarité en termes de variance peut être réalisée par des transformations de type logarithmique (si la variance croît avec le temps) ou à l'inverse exponentielle. Ces transformations doivent être réalisées avant la différenciation.

Exemple :

Une différentiation d'ordre 1 suppose que la différence entre deux valeurs successives est constante.

$$y_t - y_{t-1} = \mu + \varepsilon_t$$

μ est la moyenne du modèle, et représente la différence moyenne en y. Un tel Modèle est un $ARIMA(0,1,0)$. Il peut être représenté comme un accroissement linéaire en fonction du temps.

3.3 Auto-régression

Les modèles autorégressifs supposent que y_t est une fonction linéaire des valeurs précédentes.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \cdots + \varphi_p y_{t-p}$$

Littérairement, chaque observation est constituée d'une composante aléatoire (bruit ε) et d'une combinaison linéaire des observations précédentes. $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p$ sont les coefficients d'auto-régression.

3.4 Moyenne Mobile

Les modèles à moyenne mobile suggèrent que la série présente des fluctuations autour d'une valeur moyenne. On considère alors que la meilleure estimation est représentée par la moyenne pondérée

d'un certain nombre de valeurs antérieures. Ceci revient en fait à considérer que l'estimation est égal à la moyenne vraie, auquel on ajoute une somme pondérée des erreurs ayant entaché les valeurs précédentes :

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_p \varepsilon_{t-p}$$

Littérairement, chaque observation est constituée d'une composante d'erreur aléatoire (bruit ε) et d'une combinaison linéaire des erreurs aléatoires passés. $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_p$ sont les coefficients de moyenne mobile du modèle.

3.5 Processus ARIMA :

Le processus ARIMA(p,d,q) sont des processus X_t du type :

$$(1-B)^d X_t = \mu + \frac{\theta_q(B)}{\varphi_p(B)} \varepsilon_t$$

Où $p, d, q \geq 0$, ε_t est un bruit blanc (d'écart type σ), μ est le terme constant.

$\theta_q(B)$ est l'opérateur moyenne-mobile, représenté par le polynôme: $\theta_q(B) = 1 - \sum_{i=1}^{q} \theta_i B^i$

$\varphi_q(B)$ est l'opérateur autorégressif, représenté par le polynôme: $\varphi_q(B) = 1 - \sum_{i=1}^{q} \varphi_i B^i$

B est l'opérateur retard tel que : $B.Y_t = Y_{t-1}$

Le processus $ARMA(p,q)$ est équivalent à un processus $ARIMA(p,0,q)$

La modélisation du taux de rachat pour le produit Alizé retraite se fait par l'intermédiaire de la procédure $PROC\ ARIMA$ de SAS. La date t représente un mois donné, il s'agit donc d'un processus à temps discret.

3.6 Test de Dickey Fuller

Le test de Dickey Fuller permet de déterminer si une série est stationnaire. Il teste les hypothèses suivantes :

- H_0 : La série n'est pas stationnaire.
- H_1 : La série est stationnaire.

La p-value correspond à la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle H_0, le seuil de confiance est fixé à 5%.

Si la série n'est pas stationnaire il est nécessaire de différencier afin d'obtenir un processus qui l'est.

On lance le test de Dickey Fuller jusqu'à l'ordre 12 pour les taux de rachats associés aux générations 15 et 20 ans, on se restreint aux 15 ans, l'autre cas étant similaire.

Code SAS

```
IDENTIFY VAR = taux_rachat_gen15 STATIONARITY=(
ADF=(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12) ); RUN;
```

Analyse de la sortie SAS

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Tests							
Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Zero Mean	1	-3.1091	0.2243	-1.26	0.1902		
	2	-1.1508	0.4463	-0.79	0.3731		
	3	-0.7661	0.5140	-0.65	0.4349		
	4	-0.8522	0.4977	-0.71	0.4094		
	5	-0.8928	0.4903	-0.71	0.4072		
	6	-0.6201	0.5431	-0.57	0.4685		
	7	-0.2683	0.6204	-0.36	0.5525		
	8	-0.2536	0.6238	-0.39	0.5411		
	9	-0.2798	0.6178	-0.40	0.5361		
	10	-0.2352	0.6279	-0.42	0.5285		
	11	-0.1367	0.6503	-0.38	0.5453		
	12	-0.1857	0.6391	-0.46	0.5146		
Single Mean	1	-91.7098	0.0011	-6.66	<.0001	22.19	0.0010
	2	-41.4472	0.0011	-4.10	0.0014	8.42	0.0010
	3	-32.0252	0.0011	-3.44	0.0114	5.93	0.0143
	4	-44.5918	0.0011	-3.63	0.0064	6.61	0.0010
	5	-86.9890	0.0011	-4.02	0.0019	8.07	0.0010
	6	-86.9978	0.0011	-3.71	0.0050	6.90	0.0010
	7	-26.0900	0.0018	-2.66	0.0835	3.55	0.1661
	8	-18.7267	0.0127	-2.24	0.1929	2.52	0.4292
	9	-29.1221	0.0011	-2.46	0.1285	3.03	0.2995
	10	-13.8712	0.0467	-1.84	0.3619	1.71	0.6359
	11	-3.4765	0.5943	-0.93	0.7749	0.47	0.9579
	12	-5.0526	0.4230	-1.07	0.7253	0.63	0.9120
Trend	1	-104.589	0.0001	-7.14	<.0001	25.55	0.0010
	2	-50.5447	0.0004	-4.52	0.0021	10.28	0.0010
	3	-41.4979	0.0004	-3.90	0.0148	7.72	0.0155
	4	-62.6284	0.0004	-4.12	0.0078	8.54	0.0010
	5	-168.146	0.0001	-4.61	0.0016	10.67	0.0010
	6	-266.440	0.0001	-4.48	0.0024	10.23	0.0010
	7	-57.1785	0.0004	-3.62	0.0324	7.12	0.0285
	8	-42.9083	0.0004	-3.22	0.0851	5.80	0.0786
	9	-102.250	0.0001	-3.57	0.0367	6.96	0.0330
	10	-41.8909	0.0004	-2.99	0.1401	5.19	0.1403
	11	-14.3022	0.1910	-2.53	0.3138	5.35	0.1076
	12	-18.2329	0.0846	-2.49	0.3343	4.49	0.2799

Les résultats de ce test indiquent qu'il est nécessaire de différencier au mois à 1 pas, au regard des p-values obtenues.

Code SAS

```
IDENTIFY VAR = taux_rachat_gen15(1) STATIONARITY=(
ADF=(2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12) ); RUN;
```

Analyse de la sortie SAS

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Tests							
Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Zero Mean	2	2312.000	0.9999	-11.40	<.0001		
	3	222.4075	0.9999	-11.19	<.0001		
	4	450.1499	0.9999	-6.87	<.0001		
	5	107.5828	0.9999	-7.89	<.0001		
	6	72.3165	0.9999	-7.89	<.0001		
	7	57.1678	0.9999	-7.48	<.0001		
	8	120.2892	0.9999	-4.54	<.0001		
	9	34.3086	0.9999	-8.78	<.0001		
	10	29.0312	0.9999	-9.15	<.0001		
	11	26.6116	0.9999	-7.99	<.0001		
	12	25.7263	0.9999	-6.33	<.0001		
Single Mean	2	2311.909	0.9999	-11.35	<.0001	64.38	0.0010
	3	222.3989	0.9999	-11.14	<.0001	62.09	0.0010
	4	449.6394	0.9999	-6.84	<.0001	23.40	0.0010
	5	107.5698	0.9999	-7.86	<.0001	30.88	0.0010
	6	72.3169	0.9999	-7.85	<.0001	30.83	0.0010
	7	57.1680	0.9999	-7.44	<.0001	27.72	0.0010
	8	120.3344	0.9999	-4.51	0.0004	10.20	0.0010
	9	34.3110	0.9999	-8.73	<.0001	38.14	0.0010
	10	29.0321	0.9999	-9.10	<.0001	41.41	0.0010
	11	26.6126	0.9999	-7.95	<.0001	31.63	0.0010
	12	25.7190	0.9999	-6.30	<.0001	19.82	0.0010
Trend	2	2310.899	0.9999	-11.30	<.0001	63.83	0.0010
	3	222.4708	0.9999	-11.09	<.0001	61.56	0.0010
	4	452.3261	0.9999	-6.81	<.0001	23.24	0.0010
	5	107.5916	0.9999	-7.82	<.0001	30.60	0.0010
	6	72.3144	0.9999	-7.82	<.0001	30.54	0.0010
	7	57.1716	0.9999	-7.41	<.0001	27.45	0.0010
	8	120.4169	0.9999	-4.49	0.0024	10.10	0.0010
	9	34.3065	0.9999	-8.69	<.0001	37.77	0.0010
	10	29.0290	0.9999	-9.06	<.0001	41.04	0.0010
	11	26.6052	0.9999	-7.93	<.0001	31.43	0.0010
	12	25.7264	0.9999	-6.28	<.0001	19.73	0.0010

On ne voit plus de racines à extraire de la série étudiée.

En guise de conclusion, l'étude des taux de rachats de la génération 15 ans porte sur le modèle suivant :

$$W_t = (1 - B)Y_t$$

Détermination des paramètres

$$W_t = \mu + \frac{\theta_q(B)}{\varphi_p(B)}\varepsilon_t$$

3.7 Choix du paramétrage

L'identification des paramètres repose sur plusieurs facteurs :

3.7.1 Les caractères ACF & PACF

L'étude des fonctions d'autocorrélations (ACF) et fonctions d'autocorrélations partielles (PACF) permet de mettre en évidence l'existence d'une relation d'inter-corrélation. Précisément, c'est la présence d'autocorrélations et d'autocorrélations partielles significatives qui apparaissent sous forme de pics dans les graphes des ACF et PACF qui la révèle.

Une ACF met en évidence le degré d'autocorrélation de la série en fonction de l'accroissement, du décalage (lag h) à pas de 1. Son étude est essentielle à la détermination du nombre de termes différentiation I(d) et de moyenne mobile MA(q).

La PACF de son côté met en évidence le degré de corrélation entre deux valeurs d'un décalage (lag h) alors que les valeurs intermédiaires sont contrôlées. La PACF est essentielle pour déterminer l'ordre du terme autorégressif AR(p).

Remarque

Par ailleurs visualiser les fonctions d'autocorrélation, simple et partielle, peut également nous permettre d'identifier le modèle :

- Si l'ACF s'écrase après le rang q, cela suggère une composante MA(q).
- Si la PACF ou IACF s'écrase après le rang p, cela suggère une composante AR(p).
- Si la décroissance de l'ACF est lente, penser à différentier plutôt qu'introduire un AR.
- Si le premier pic de l'ACF est < -0.5, la chronique est trop différentiée. Enlever un ordre de dérivation plutôt qu'introduire un MA.

Particularité : si la série initiale a été différenciée, il est possible qu'une composante MA(1) ou MA(2) soit alors présente.

3.7.2 Critères AIC/BIC

On peut également résonner à partir du critère BIC ou AIC qui permet d'estimer l'ordre des paramètres p et q, l'identification du modèle repose par conséquent sur les critères d'aide à la sélection de modèle suivants :

- Minimum Information Criterion (MINIC) ;
- ESCAF
- SCAN

Ces critères ont pour objectif de minimiser le BIC, ou encore appelé le critère de Schwartz.

3.7.3 Tests d'hypothèses

Test de Student (ou T-test)

Le test de Student permet de déterminer si une variable a une réelle influence. Le test se traduit comme suit :

- H_0 : Le coefficient de la $i^{ème}$ variable n'est pas significatif $y_i = 0$.
- H_1 : Le coefficient de la $i^{ème}$ variable est significatif $y_i \neq 0$.

La statistique de test est la suivante :

$$t = \frac{|y_i|}{S_i} \rightarrow Student(n-1)$$

Où n est la taille de l'échantillon et S_i est l'écart-type de l'échantillon.

La p-value correspond à la probabilité de rejeter à tort l'hypothèse nulle H_0. Le seuil de confiance est fixé à 5%.

Test de Box Pierce

Le test de Box Pierce permet de déterminer si les résidus d'un modèle suivent bien un bruit fort. Il teste les hypothèses suivantes :

- H_0 : Les résidus ε_i suivent un bruit blanc fort, i.e.,

$$\begin{cases} \forall t > 0, \quad E[\varepsilon_t] = 0 \; et \; Var[\varepsilon_t] = \sigma^2 \\ \forall t > 0, \;\; \forall h \neq 0, \;\; \varepsilon_t \; et \; \varepsilon_{t-1} \; sont \; indépendants \; et \; suivent \; la \; même \; lois \end{cases}$$

- H_1 : Les résidus ε_i ne suivent pas un bruit blanc fort.

La p-value correspond à la probabilité de rejeter à tort l'hypothèse nulle H_0. Le seuil de confiance est fixé à 5%.

3.8 Modélisation temporelle de la génération 15 ans

On se limitera aux taux de rachats de la génération 15 ans pour illustrer le processus de modélisation.

Code SAS

```
IDENTIFY VAR = taux_rachat_gen15(1) STATIONARITY=(
ADF=(2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12) ); RUN;
```

Analyse de la sortie SAS

Minimum Information Criterion						
Lags	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	-12.6349	-12.8513	-12.8683	-12.8459	-12.8291	-12.8368
AR 1	-12.6655	-12.8403	-12.8314	-12.8165	-12.8046	-12.8171
AR 2	-12.9149	-13.0076	-13.0231	-13.0256	-13.1634	-13.1292
AR 3	-12.9196	-12.9706	-12.9929	-13.0904	-13.1336	-13.0955
AR 4	-12.9056	-12.9717	-12.9748	-13.0848	-13.109	-13.0755
AR 5	-12.8726	-12.9353	-12.9403	-13.0742	-13.0855	-13.048

Error series model: AR(10)

Minimum Table Value: BIC(2,4) = -13.1634

ARMA(p+d,q) Tentative Order Selection Tests					
SCAN			ESACF		
p+d	q	BIC	p+d	q	BIC
2	1	-13.0076	3	0	-12.9196
3	0	-12.9196	2	1	-13.0076
1	5	-12.8171	5	1	-12.9353
			1	4	-12.8046

Les critères MINC, SCAN et ESACF préconisent des *ARMA(2,4), ARMA(2,1)* et *ARMA(3,0)* pour les taux de génération 15 ans.

Les tests sur les trois modèles ont été testés. Pour ne pas alourdir la lecture on se restreint au modèle *ARMA(2,1)* proposé comme le meilleur modèle par le caractère SCAN.

L'estimation de la série W_t par un modèle *ARMA(2,1).*

Code SAS

```
estimate p=2 q=1 NOINT ; RUN ;
```

Analyse de la sortie SAS

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > |t|	Lag
MA1,1	0.43621	0.14528	3.00	0.0032	1
AR1,1	-0.05193	0.14002	-0.37	0.7114	1
AR1,2	-0.40459	0.09926	-4.08	<.0001	2

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	14.54	3	0.0022	0.009	0.027	-0.016	-0.059	-0.209	-0.246
12	49.25	9	<.0001	-0.197	0.025	0.019	-0.099	0.027	0.444
18	60.51	15	<.0001	0.085	-0.056	0.050	0.048	-0.101	-0.225
24	97.18	21	<.0001	-0.169	-0.011	0.061	-0.036	0.133	0.427

Le test de Student sur la significativité des paramètres indique que le terme autorégressif φ_1n'est pas significatif. De plus le test de blancheur des résidus montre que ces derniers sont corrélés depuis le 6ème décalage.

Ceci permet de rejeter le modèle choisi ou du moins l'améliorer. Puisque le terme autorégressif *AR(1)* n'est pas significatif, on relance le modèle avec les mêmes paramètres mais cette fois ci en gardant que le terme *AR(2)*.

Code SAS

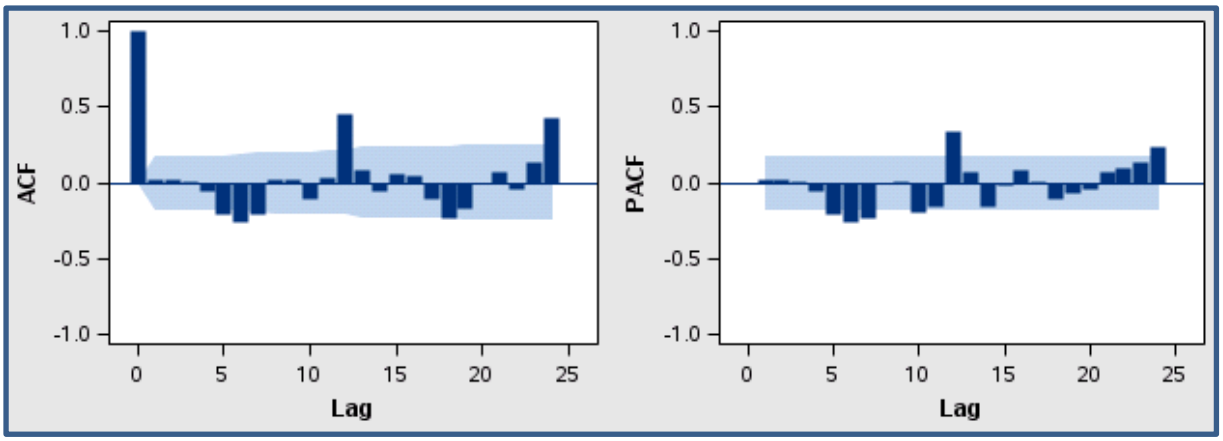
```
estimate p=(2) q=(1) NOINT ; RUN ;
```

Analyse de la sortie SAS

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > |t|	Lag
MA1,1	0.50011	0.08379	5.97	<.0001	1
AR1,1	-0.38001	0.09076	-4.19	<.0001	2

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	15.29	4	0.0041	0.018	0.024	0.003	-0.053	-0.214	-0.255
12	51.22	10	<.0001	-0.205	0.023	0.021	-0.104	0.028	0.449
18	63.10	16	<.0001	0.088	-0.058	0.055	0.051	-0.105	-0.229
24	100.32	22	<.0001	-0.170	-0.005	0.066	-0.041	0.133	0.429

Cette dois ci les 2 coefficients autorégressif et de le moyenne mobile sont significatifs, néanmoins on n'arrive toujours pas à améliorer les résultats du test de Box Pierce sur les résidus, par conséquent il est préférable de changer les paramètres de modèles.



Les critères ACF et PACF confirment aussi ces résultats à travers les diagrammes d'autocorrélations, puisque les pics d'autocorrélation à l'ordre 6 et 12 dépassent le seuil de signification.

On rajoute l'ordre 12 au paramètre autorégressif ceci pourra améliorer les résultats des tests de blancheur des résidus.

Code SAS

```
estimate p=(2,12) q=(1,12) NOINT ; RUN ;
```

Analyse de la sortie SAS

Conditional Least Squares Estimation

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > |t|	Lag
MA1,1	0.02924	0.06845	0.43	0.6701	1
MA1,2	0.83532	0.07155	11.67	<.0001	12
AR1,1	0.82586	0.05804	14.23	<.0001	2
AR1,2	0.0015199	0.06347	0.02	0.9809	12

Autocorrelation Check of Residuals

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	2.73	4	0.6044	0.038	-0.059	-0.010	-0.093	-0.090	0.033
12	12.46	10	0.2554	-0.082	0.068	0.076	-0.179	-0.113	-0.120
18	15.55	16	0.4846	0.025	0.055	-0.056	-0.064	0.103	0.036
24	29.62	22	0.1280	-0.054	0.060	0.147	-0.049	0.048	-0.253

Les résultats du test de Box Pierce prouvent que les résidus ne sont plus corrélés depuis le 6ème décalage, par contre rajouter le terme autorégressif au 12ème décalage a rendu le coefficient φ_2 non significatif.

Code SAS

```
estimate p=(2) q=(12) NOINT ; RUN ;
```

Analyse de la sortie SAS

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > |t|	Lag
MA1,1	0.86758	0.05924	14.64	<.0001	12
AR1,1	0.68973	0.06822	10.11	<.0001	2

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	3.39	5	0.6395	-0.109	-0.054	0.003	-0.081	-0.072	0.045
12	12.21	11	0.3484	-0.089	0.073	0.074	-0.158	-0.085	-0.136
18	16.19	17	0.5102	0.115	0.046	-0.067	-0.044	0.087	0.025
24	30.56	23	0.1339	-0.053	0.029	0.154	-0.077	0.089	-0.240

Maintenant que les résidus sont indépendants et que les paramètres sont significatifs, le modèle choisi est un *ARIMA(2,1,12).*

$$(1-B)^1 X_t = \mu + \frac{1-\theta_{12}B^{12}}{1-\varphi_2 B^2}\varepsilon_t \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases}\theta_{12} = 0{,}86758 \\ \varphi_2 = 0{,}68973\end{cases}$$

Où X_t est le taux de rachat au mois t, ε_t est un bruit blanc, et B l'opérateur du retard.

<u>Vérification :</u>

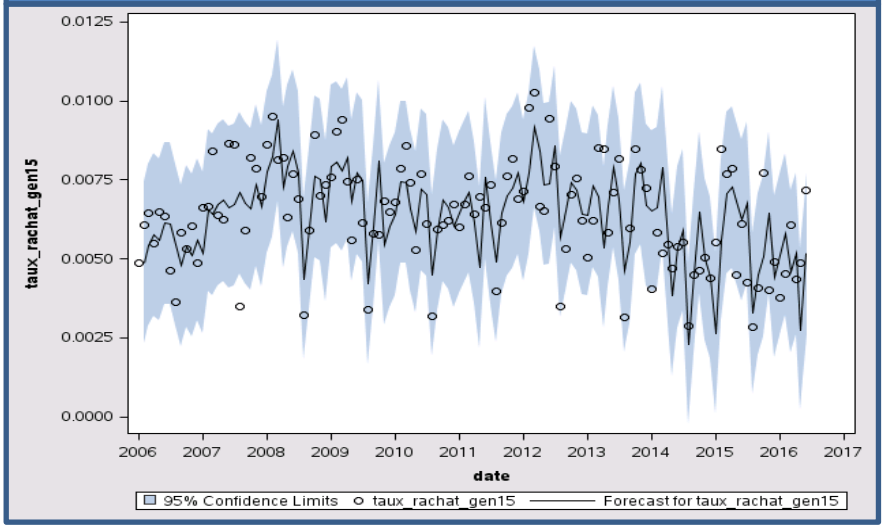
Critères de Qualité

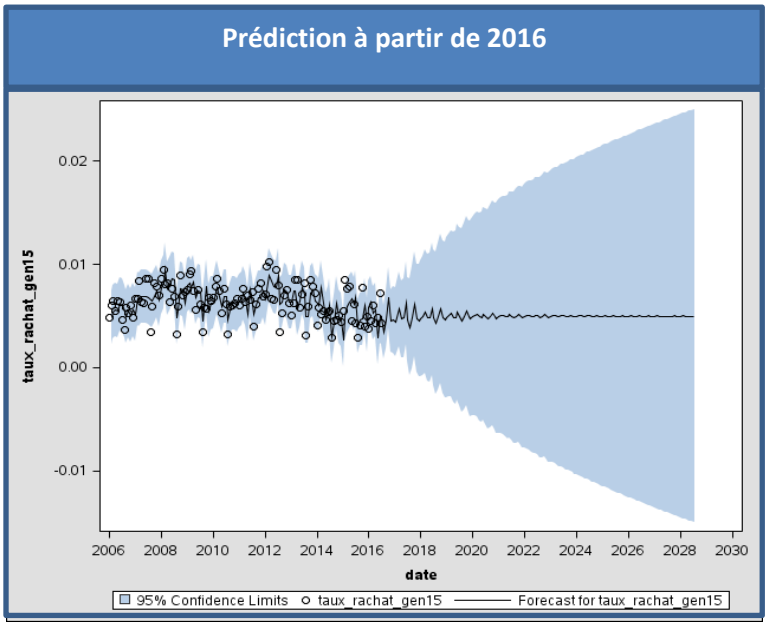
Afin d'évaluer la qualité de ce modèle et de pouvoir le comparer avec d'autres, les points suivants sont mis à disposition pour assurer la qualité du modèle :

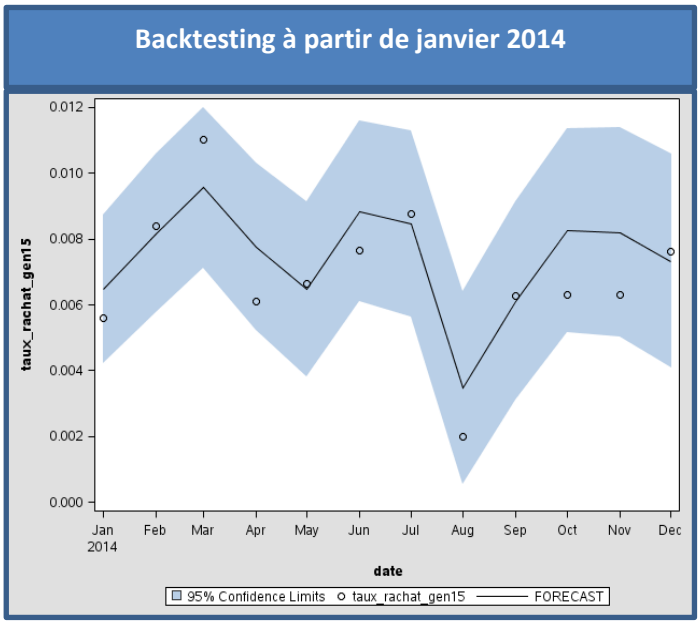
- Ecart type (STD error) : 0.001318
- Akaike Information Criterion (AIC) : -1310,64

La comparaison repose sur le fait qu'un bon modèle minimise ces deux caractères.

Adéquation visuelle du modèle avec l'historique sur 2006-2016







Le taux de rachat des générations 15 ans converge vers une valeur limite, on tente par conséquent de corriger ceci en introduisant la saisonnalité au modèle, et vérifier si les prédictions sont meilleures.

3.9 Principe de saisonnalité

Dans cette section, nous allons introduire un effet saison dans le processus *ARIMA* afin de vérifier si, d'une part, les critères de qualité obtenus sont meilleurs, et si, d'autre part, le modèle est en mesure de prédire un taux de rachat mensuel ne convergeant pas vers une valeur limite. Le processus *SARIMA* sera utilisé pour la modélisation.

Processus *SARIMA*

Les processus $SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_\tau$ sont des processus X_t du type :

$$(1-B)^d.(1-B^\tau)^D X_t = \mu + \frac{\theta_q(B).\theta_Q(B^\tau)}{\varphi_p(B).\varphi_P(B^\tau)}\varepsilon_t$$

Où $p,d,q,P,D,Q \geq 0$, τ est la période de saisonnalité et ε_t est un bruit blanc.

Code SAS

```
IDENTIFY VAR=taux_rachat_gen15(12) ESACF SCAN MINIC;
```

Analyse de la sortie SAS

Minimum Information Criterion						
Lags	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	-13.0047	-13.0793	-13.0994	-13.1048	-13.0896	-13.0703
AR 1	-13.1929	-13.1812	-13.1495	-13.1139	-13.1062	-13.08
AR 2	-13.1764	-13.1509	-13.1097	-13.0768	-13.0709	-13.0453
AR 3	-13.1404	-13.1223	-13.0985	-13.2391	-13.2284	-13.2061
AR 4	-13.1235	-13.1352	-13.1726	-13.2321	-13.1921	-13.1738
AR 5	-13.0944	-13.1105	-13.1617	-13.216	-13.1749	-13.1675

Error series model: AR(10)

Minimum Table Value: BIC(3,3) = -13.2391

ARMA(p+d,q) Tentative Order Selection Tests					
SCAN			ESACF		
p+d	q	BIC	p+d	q	BIC
1	0	-13.1929	1	1	-13.1812
0	3	-13.1048	3	0	-13.1404
			4	0	-13.1235
			0	3	-13.1048
			5	0	-13.0944

Cette fois ci le test de Dickey Fuller sur la stationnarité de la série n'est pas nécessaire, on passe directement à l'étude des critères MINIC, SCAN et ESACF préconisent respectivement des *ARMA(3,3), ARMA(1,0)* et *ARMA(1,1)*.

On se focalise sur le modèle *ARMA(1,1)* pour ne pas alourdir l'étude.

Nous avons vu précédemment que la série avait un aspect saisonnier. Par conséquent, on conserve le processus ARMA(1,1) auquel on ajoute la saisonnalité (retard 12).

Code SAS

```
estimate p=(1)(12) q=(1)(12) NOINT ; RUN ;
```

Analyse de la sortie SAS

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > |t|	Lag
MA1,1	0.62079	0.11325	5.48	<.0001	1
MA2,1	0.71619	0.09847	7.27	<.0001	12
AR1,1	0.92301	0.05712	16.16	<.0001	1
AR2,1	-0.05713	0.14422	-0.40	0.6928	12

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	1.80	2	0.4071	0.041	-0.085	0.040	0.028	-0.060	0.005
12	9.02	8	0.3408	-0.081	0.084	0.095	-0.111	-0.147	-0.000
18	13.85	14	0.4613	0.059	0.015	0.026	0.158	0.076	0.019
24	19.54	20	0.4872	-0.141	0.049	0.099	0.046	0.076	-0.003

Tous les résultats des tests sur la blancheur des résidus et sur la significativité des coefficients sont valides, sauf le coefficient autorégressif φ_{12} qui dépasse le seuil de signification.

On enlève le caractère non significatif et on relance le modèle pour avoir les résultats suivants :

Code SAS

```
estimate p=(1) q=(1)(12) NOINT ; RUN ;
```

Analyse de la sortie SAS

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > |t|	Lag
MA1,1	0.61148	0.11299	5.41	<.0001	1
MA2,1	0.74278	0.06986	10.63	<.0001	12
AR1,1	0.91708	0.05882	15.59	<.0001	1

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	1.72	3	0.6330	0.040	-0.083	0.040	0.023	-0.060	0.007
12	8.80	9	0.4556	-0.070	0.086	0.094	-0.108	-0.149	-0.023
18	13.91	15	0.5324	0.058	0.015	0.031	0.164	0.076	0.019
24	19.56	21	0.5495	-0.137	0.054	0.099	0.044	0.078	0.013

Tous les paramètres étant significatifs, les tests sur la blancheur des résidus permettent de valider le modèle.

Le modèle final s'écrit : $SARIMA(1,0,1) \times (0,0,1)_{12}$

$$X_t = \mu + \frac{(1-\theta_1(B))}{(1-\varphi_1(B)).(1-\varphi_1'(B^{12}))}\varepsilon_t$$

Avec :

Coefficient	*Estimateur*
θ_1	0,61148
φ_1	0,74278
φ_1'	0,91708

Où X_t est le taux de rachat mensul des générations de 15 ans au mois t, ε_t est un bruit blanc et B est l'opérateur retard.

Vérification :

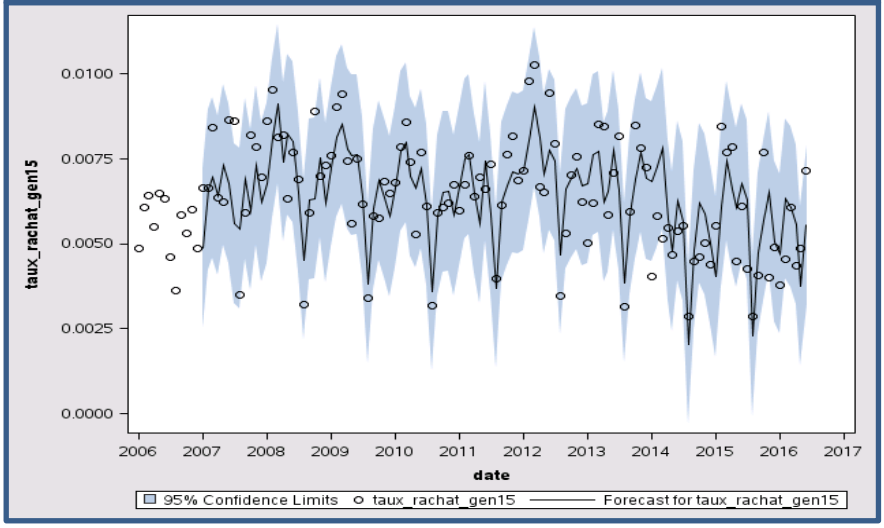
Critères de Qualité

Les résultats du modèle saisonnier sont bien meilleurs.

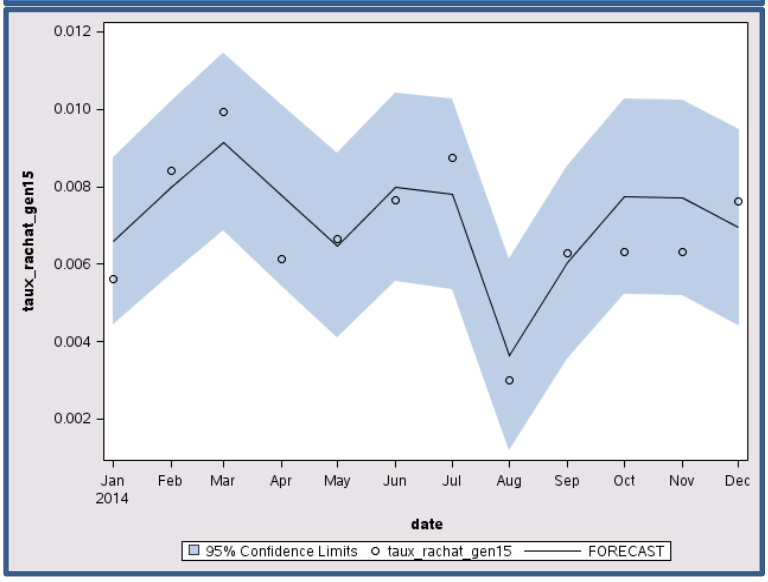
- Ecart type (STD error) : 0.001216
- Akaike Information Criterion (AIC) : -1216,9

De plus le modèle atteint les chocs saisonniers de 2,2%, chose que l'ancien modèle n'arrivait pas à reproduire.

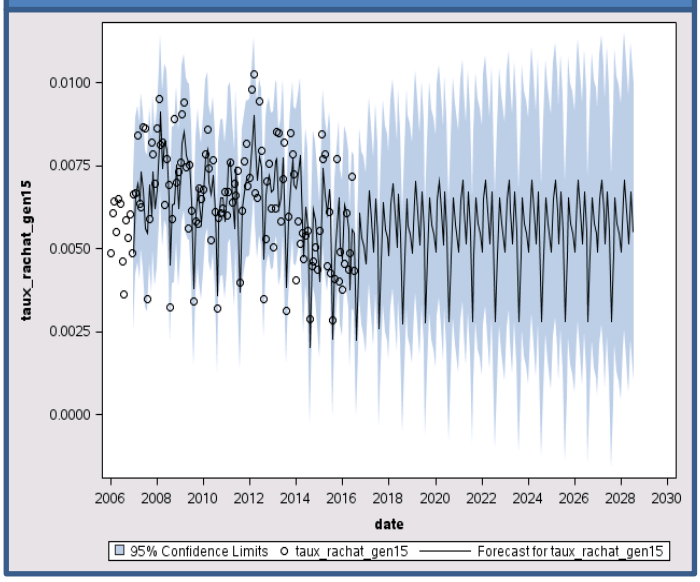
Adéquation visuelle du modèle avec l'historique sur 2006-2016



Backtesting à partir de janvier 2014



Prédiction à partir de 2016



Les prédictions sont meilleures car le modèle ne converge pas vers une valeur constante et se rapproche ainsi de la réalité observé jusqu'à présent. Néanmoins, le modèle converge vers une saison limite.

3.10 Modélisation temporelle de la génération de 20 ans

On représente uniquement les résultats des générations 20 pour ne pas alourdir la lecture.

La modélisation des générations de 20 ans se caractérise par un modèle *SARIMA,* étant donné qu'on a observé les mêmes évènements de saisonnalité sur les chocs de rachat des générations 15 ans, le modèle final est représenté comme suit :

Résumé SAS

```
PROC arima DATA=RACHATS_GEN_20(WHERE = ("01DEC2008"d< date));
      identify var=taux_rachat_gen20(12) ESACF SCAN MINIC;  RUN;
      estimate  p=(1) q=(12)  NOINT; RUN;
      FORECAST id=DATE INTERVAL=MONTH LEAD=120 ALPHA=0.05; RUN;
quit;
```

Analyse de la sortie SAS

Minimum Table Value: BIC(2,0) = -12.1378

ARMA(p+d,q) Tentative Order Selection Tests					
SCAN			ESACF		
p+d	q	BIC	p+d	q	BIC
1	1	-12.0875	3	1	-12.0734
0	3	-11.1705	4	1	-12.0137
			0	3	-11.1705
			5	1	-11.9825

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > |t|	Lag
MA1,1	0.67341	0.10877	6.19	<.0001	12
AR1,1	0.89829	0.05550	16.19	<.0001	1

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	2.83	4	0.5862	0.078	0.042	0.038	-0.155	0.075	-0.019
12	10.21	10	0.4220	0.062	0.037	0.115	-0.178	-0.164	-0.121
18	16.46	16	0.4214	-0.090	-0.013	-0.063	0.144	-0.118	0.148
24	19.23	22	0.6309	-0.004	-0.091	0.050	-0.059	0.056	0.098

L'équation du modèle $SARIMA(1,0,0) \times (0,0,12)_{12}$

Coefficient	*Estimateur*
θ_{12}	0,67341
φ_1	0,89829

$$X_t = \mu + \frac{(1-\theta'_{12}(B^{12}))}{(1-\varphi_1(B))}\varepsilon_t$$

Avec :

Où X_t est le taux de rachat mensul des générations de 20 ans au mois t, ε_t est un bruit blanc et B est l'opérateur retard.

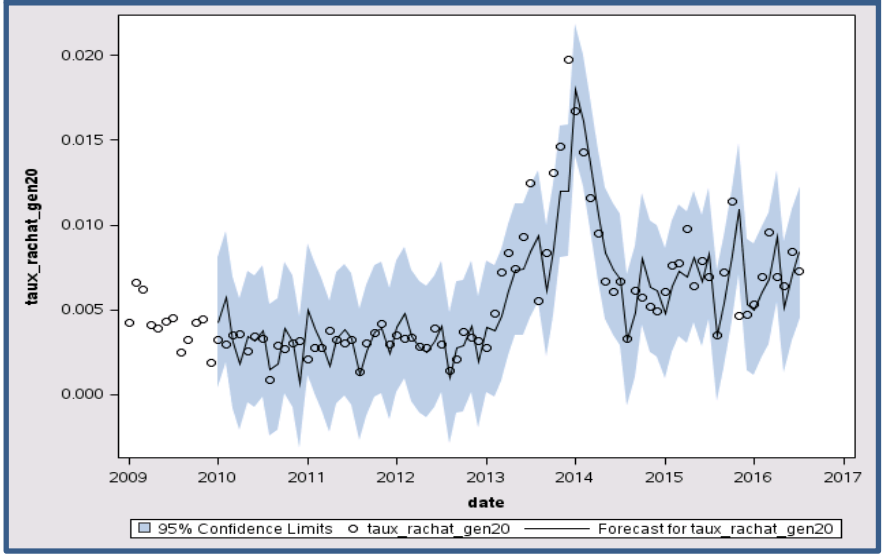
Vérification :

Critères de Qualité

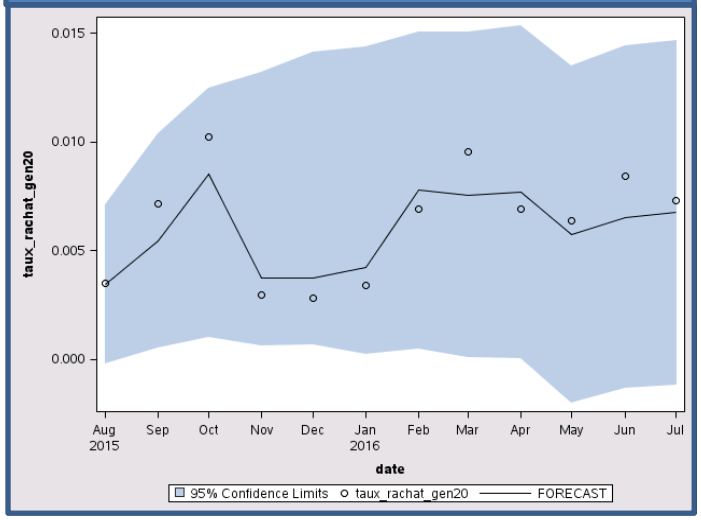
Les résultats du modèle saisonnier se présentent comme suit.

- Ecart type (STD error) : 0.001976
- Akaike Information Criterion (AIC) : -757,63

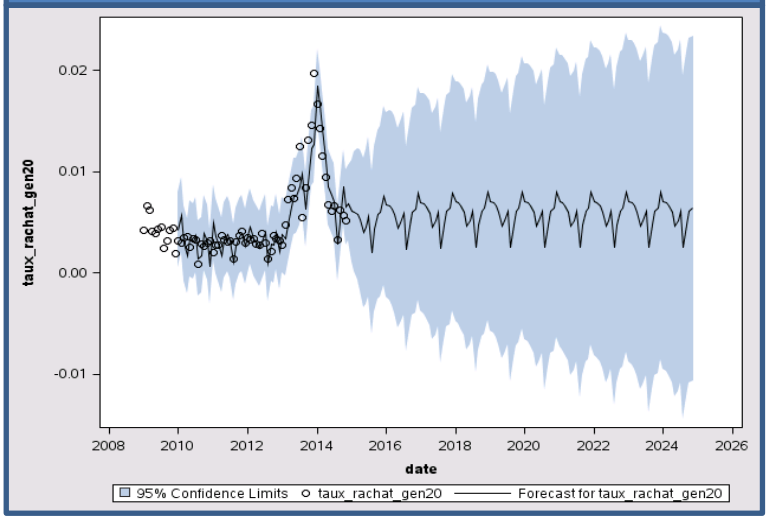
Adéquation visuelle du modèle avec l'historique sur 2006-2016



Backtesting à partir de janvier 2014



Prédiction à partir de 2016



4. Intégration des taux de rachats aux projections :

Lors des visées et plan, il est nécessaire d'estimer au mieux les compléments futures. Comme indiqué précédemment le programme de projection ne prends pas en compte les taux de chutes, ce qui peut entrainer des écarts importants entre les compléments réels observés et les estimations qui avaient été faites.

L'objectif a donc été d'intégrer dans le programme de projection les taux de rachats obtenus, puisque maintenant on dispose des taux estimés sous la maille générations fiables à appliquer dans la projection des garanties de fidélité.

La difficulté est d'appliquer au programme existant les taux de rachats, avec une qualité de projection tout en conservant un délai de traitement des données faible.

4.1 Principe de projection :

L'idée est d'effectuer des projections mensuelles des montants de compléments depuis le mois réel (dernière base connu) et ceci sur un horizon de 5 ans (Visée & Plan), pour ensuite appliquer le taux mensuel diminuant ainsi les montants de compléments projetés des rachats courus.

Soit *i* le mois de projection pour lequel le complément Net des rachats est calculé.

$\left(cplt_{proj}\right)_i$: le complément projeté à la date *i* par le programme et qui n'est pas diminué des rachats courus.

$(Rachats_{courus})_i$: Le montant des rachats qui ont eu lieu depuis le premier mois de projection jusqu'au mois *i*.

$$(Cplt_{Net})_i = (1 - r_i).\left[\left(cplt_{proj}\right)_i - (Rachats_{courus})_{i-1}\right].$$

$$\begin{aligned}(Rachats_{courus})_i &= (Rachats_{courus})_{i-1} + r_i.\left[\left(cplt_{proj}\right)_i - (Rachats_{courus})_{i-1}\right] \\ &= (1 - r_i).(Rachats_{courus})_{i-1} + r_i.\left(cplt_{proj}\right)_i\end{aligned}$$

L'exemple ci-dessous permet d'illustrer le principe de calcul :

- Le calcul du complément net des rachats au 1er mois de projection :

$$(cplt_{Net})_1 = (1 - r_1).\left(cplt_{proj}\right)_1$$
$$(Rachats)_1 = r_1.\left(cplt_{proj}\right)_1$$

- Le calcul du complément net des rachats au 2ème mois de projection :

$$(cplt_{Net})_2 = (1 - r_2).\left(cplt_{proj}\right)_2 - r_1.(1 - r_2).\left(cplt_{proj}\right)_1$$
$$(Rachats)_2 = r_2.\left(cplt_{proj}\right)_2 + r_1.(1 - r_2).\left(cplt_{proj}\right)_1$$

Le calcul du complément Net des projections en 3ème mois de projection :

$$(cplt_{Net})_3 = (1 - r_3).\left(cplt_{proj}\right)_3 - r_2.(1 - r_3)\left(cplt_{proj}\right)_2 - r_1.(1 - r_2).(1 - r_3)\left(cplt_{proj}\right)_1$$

4.2 Principe de validation

On réalise une projection à la date d'aujourd'hui et on procède à une vérification du complément réel qui représente le complément actuel net des rachats en cours (existant dans les bases infocentres), avec le complément Net projeté à la date d'aujourd'hui.

Ce back-testing a permis de valider le programme et servira dorénavant au bon atterrissage des compléments projetés avec les valeurs réelles.

Conclusion :

La première partie de ce rapport de stage a permis d'auditer les méthodes de provisionnement des garanties de fidélité appliqués dans le système de gestion NOVA et de les comparer à un provisionnement actuariel.

Il apparaît certaines différences entre les deux calculs sur certaines familles de garanties de fidélité. Elles s'expliquent de deux manières :

L'introduction en 1997 par la Commission de Contrôle des Assurances, de contraintes réglementaires (différence de calcul entre le provisionnement avec et sans taux minimum garanti).

Des limites ou des insuffisances des bases infocentres et/ou du système de gestion.

Ces risques ont été chiffrés de façon à en mesurer toute l'ampleur. Des préconisations d'amélioration du calcul dans les bases et dans le système de gestion ont été formulées.

L'étude sur différent scénario (rachat partiel, réduction…) a permis d'identifier les anomalies figurant dans le système de gestion ou dans les bases infocentres, et aussi d'assurer le bon fonctionnement des programmes de calcul de compléments.

Grace à la maitrise des compléments de provision technique, il a été mis en place des programmes de projections plus fiable que celle existante, notamment sur les produits de majoration de primes.

La seconde partie du rapport a apporté des réponses concernant la vision prospective des garanties de fidélité.

La modélisation de la loi de rachat a permis de prévoir les taux de rachats en réalisant des prévisions par génération, à un horizon fini.

Grace à des études statistiques, nous avons déterminé des lois de rachats sur le produit Alizé Retraite, il a donc été possible d'anticiper les chutes de garanties de fidélités à un horizon déterminé.

Les estimations avec les taux de rachats ont permis de calculer la « valeur économique » probable des engagements de la société et d'évaluer les provisions techniques nécessaires à la compagnie pour couvrir ces derniers.

Provisions Mathématique ouvertures

Il s'agit de l'engagement de l'assureur au début de l'année civile vis-à-vis de l'assuré. Elle est égale à la Provision Mathématique Zillmérisée constatée au 31/12 de l'année précédente.

Provision Mathématiques clôtures

Elle correspond à l'engagement de l'assureur à la date d'inventaire ou de l'arrêté des comptes. Elle est le reflet des mouvements effectués sur un contrat depuis le début de l'année civile. En effet, la PM clôture peut se résumer ainsi :

	PM ouverture
+	Flux en entrée
-	Flux en sortie
=	**PM clôture**

Primes

Les primes sont les versements effectués par l'assuré sur son contrat. L'assureur peut prélever des frais sur les cotisations.

On peut classer les primes en quatre grandes catégories :

- Les affaires nouvelles
- Les primes périodiques (PP)
- Les primes uniques (PU)
- Les versements libres (VL)

Sinistres survenus

Ce poste correspond au décès de l'assuré avant le terme de son contrat. Côté technique, il est comptabilisé à la survenance. Une fois que l'acte est saisi dans le système de gestion, il remonte dans les bases techniques.

Echus survenus

Arrivée à l'échéance du contrat. Idem que pour les sinistres survenus, le flux d'échu sera comptabilité côté technique une fois l'acte saisi par les gestionnaires.

Rachats survenus

Sortie du capital décidé par l'assuré. Il existe plusieurs types de rachats :

- Rachat total : l'assuré rachète l'intégralité de son contrat
- Rachat partiel : l'assuré rachète une partie de son contrat
- Rachat partiel programmé : l'assuré rachète tout ou une partie de son contrat mais en échelonnant ce rachat dans le temps

Idem que pour les sinistres et les échus, les rachats sont comptabilisés à la survenance.

Intérêts Crédités

Les intérêts crédités (IC) permettent la revalorisation minimum des contrats. Ils concernent principalement les contrats en euros, mais certains contrats en unités de compte à distribution font l'objet de garantie de taux. Le taux d'intérêt est spécifié dans les Conditions Générales des contrats.

Participation aux bénéfices

La Participation aux Bénéfices (PB) est un autre moyen de revalorisation des contrats. Il s'agit d'une rémunération complémentaire, accordée par l'assureur en fonction des résultats obtenus.

L'incorporation de la PB s'effectue à une date précise. Sur notre périmètre, la PB de l'année N est incorporée en N+1. Il faut distinguer l'incorporation sur les supports en € et celle sur les supports en Unités de Compte (UC) :

- la date d'incorporation des contrats en € est différente selon le type de contrat.
  Elle est stipulée dans les Conditions Générales des contrats. Par exemple, elle peut avoir lieu en date anniversaire.

- la date d'incorporation des contrats en UC à distribution, correspond à la date du détachement du coupon. Pour les supports UC en capitalisation, il n'y a pas d'incorporation.

Arbitrages

Les arbitrages ne concernent que les contrats multi supports, c'est à dire les contrats ayant différents supports tels que de l'euro, des actions, des obligations…

Ils correspondent à des virements de PM par les assurés entre les différents supports de son contrat d'assurance. Les arbitrages ne peuvent se réaliser qu'au sein d'un même contrat. La somme des arbitrages doit absolument être égale à zéro sur le contrat.

Les arbitrages correspondent donc à :

+	Arbitrage en entrée
-	Arbitrage en sortie
=	**0**

Ajustements sur PM

Les ajustements techniques concernent les supports en unités de comptes. Ils mesurent l'évolution de la valeur des PM en euros due aux évolutions des valeurs liquidatives des UC, selon les engagements clients. Les ajustements techniques permettent donc de justifier le calcul des PM en euros (passage d'un nombre de parts à une PM en euros) et de suivre au fil de l'eau l'évolution des engagements client au passif. Ils peuvent être positifs ou négatifs puisqu'ils sont liés aux valeurs liquidatives. Ils sont calculés avec les VL au passif, celles qui sont présentes dans nos bases techniques et arrêtées en fin de mois.

Un ajustement ACAV est aussi effectué côté Actif. Sans écart de date d'investissement l'ajustement technique devrait être égal à l'ajustement ACAV.

Ils se calculent comme suit :

PM parts ouverture * (VL clôture – VL ouverture) } Ajustements sur stocks
+
Flux en parts * (VL clôture – VL du flux) } Ajustements sur flux

Ajustements techniques

Chargements sur primes

Pourcentage de frais prélevés sur les primes versées par l'assuré. Il ne doit pas dépasser les 5% sur une année depuis l'amendement Marini « L'amendement du sénateur Philippe Marini de la loi du 15 décembre 2015, plafonne à 5% de la valeur de rachat le montant des frais de versements pouvant être prélevés par l'assureur, ce quelle que soit la date de sortie. »

Frais

Frais d'arbitrage : Certains arbitrages sont soumis à des prélèvements de frais sur le ou les fonds en sortie. Ils sont calculés en fonction du montant de virement de PM et du taux indiqué dans les CG.

Les frais sur encours ne concernent que les fonds UC et sont déterminés mensuellement en fonction de la PM. Le taux de prélèvement est déterminé dans les CG.

Résultat de mortalité

Le bénéfice de mortalité est l'écart entre la provision pour risque de décès (mortalité théorique) et la réalisation du risque (mortalité observée). Seuls les contrats mixtes ou de prévoyance sont concernés par cet élément technique.

Variation de l'écart de zillmérisation

La zillmérisation consiste à échelonner les frais de gestion, afin de se prémunir contre la perte des frais de commissions.
A la souscription d'un contrat, pour les contrats d'assurance vie à primes périodiques, les frais de commission sont plus élevés que la première prime versée par l'assuré, l'assureur devant rémunérer les commerciaux, avance les frais. Il se rembourse ensuite, pendant toute la durée de paiement des primes, en prélevant des chargements. Si l'assuré rachète son contrat avant la fin de paiement des primes, l'assureur perd une partie des frais avancés. Pour dissuader l'assuré de racheter son contrat, la PM est diminuée via la zillmérisation.

Ainsi, on distingue deux types de PM :

- la PM Zillmérisée (PMZ)
- la PM Non Zillmérisée (PMNZ)

L'écart de Zillmérisation, noté Ez correspond au montant de frais d'acquisition non encore payés par le client et avancés par l'assureur pour le paiement des commissions. Il est calculé par différence des 2 PM :

$$\text{Ecart de Zillmérisation} = \text{PMNZ} - \text{PMZ}$$

On parle de variation d'écart de Zillmérisation car il s'agit d'une provision pour l'assureur. Il existe donc un écart de Zillmérisation ouverture et un écart de Zillmérisation clôture :

$$\text{Variation Ecart de Zillmérisation} = Ez_{\text{Ouverture}} - Ez_{\text{Clôture}}$$

Variation de provisions

La variation de provision regroupe différentes provisions, la principale étant la provision pour échu. En effet, lorsqu'un contrat arrive à échéance, la prestation n'est pas réglée tout de suite par la comptabilité. Côté technique, il faut constituer une provision qui sera égale à l'épargne présente sur le contrat à date d'échéance.

Cette provision est réalisée par une correction automatique dans les bases Inpact 1 uniquement sur les contrats non reconductibles. La correction va donc mettre le montant de PM à la date d'échéance en provision échu.

Marge sur IC

Les contrats arrivés à échéance continuent à être revalorisé tant que le règlement du capital n'a pas été effectué. La marge sur IC constitue donc la rémunération des fonds euros entre la date de fin de garantie du contrat et la date de règlement de l'échéance. Cette rémunération n'est pas attribuée au client et est mise en mage sur IC (c'est de la marge positive pour AXA).

Une correction automatique dans les bases Inpact 1 fait passer les IC accumulés entre la date d'effet de l'échéance et la date de saisie du flux en marge sur IC.

Cette correction fonctionne aussi pour les contrats du produit AGEPLAN. En effet, ils peuvent être rachetés avec une pénalité ou sinistrés/échus de manière rétroactive. Cela signifie que le flux de rachat/sinistre/échu aura une valeur liquidative inférieure à celle d'ouverture. Les intérêts crédités sur la provision mathématique ne sont donc pas remis aux clients mais intégrés au poste de la marge sur IC.

Ecart de PM ouverture

La réalisation de l'arrêté de compte de fin d'année est anticipée. Les données techniques réelles sont arrêtées à fin novembre et celles de décembre sont estimées. A l'issue de l'arrêté, la comptabilité calcule une PM clôture en utilisant des flux comptables et des estimations techniques notamment les intérêts crédités, les ajustements ou encore la participation au bénéfice. La provision mathématique clôture n'est donc pas réelle, la PM réelle étant celle issue du système de gestion. Il demeure un écart entre ces deux PM. Ce dernier est expliqué par :

- des écarts de flux technico-comptables sur la période
- des écarts technico-comptables sur les éléments de revalorisation des provisions mathématiques

L'écart inexpliqué entre la PM comptable ouverture et la PM technique ouverture constitue l'écart de PM ouverture.

Résilié sans valeur

Certains contrats sont souscrits avec l'obligation contractuelle de verser des primes périodiques. Il arrive dans certains cas que le client ne respecte pas cet engagement. Le contrat est alors clôturé à fonds perdus et le montant des fonds va alimenter la variable résilié sans valeur.

Frais de dossier

Les frais de dossiers sont prélevés à la souscription lors du premier versement. Il concerne les produits PERP.