Ch. Ausoni, M. Röer WWU Münster, Sommersemester 2010

ÜBUNGEN ZUR DIFFERENTIALFORMEN UND MANNIGFALTIGKEITEN

Blatt 12*, 02.07.2010

Aufgabe 12.1. Sei $0 \to C \to D \to E \to 0$ eine kurze exakte Folge von Kokettenkomplexen von $\mathbb{R}$-Vektorräumen. Beweise, dass die lange exakte Folge

$$\cdots \to H^{p-1}(E) \to H^p(C) \to H^p(D) \to H^p(E) \to \cdots$$

in $H^p(C)$ und $H^p(D)$ für alle $p \geq 0$ exakt ist.

Aufgabe 12.2. Sei $C^\infty(M,N)$ die Menge aller C^∞ Abbildungen $f : M \to N$. Beweise, dass $f_0 \simeq f_1$ eine Äquivalenzrelation auf $C^\infty(M,N)$ ist. Ferner seien $g \in C^\infty(P,M)$ und $h \in C^\infty(N,Q)$. Zeige, dass falls $f_0 \simeq f_1$, so gilt auch $hf_0g \simeq hf_1g$ in $C^\infty(P,Q)$.

Aufgabe 12.3. Seien $n, k \geq 1$ und $a_1, \ldots, a_k$ verschiedene Punkte in $\mathbb{R}^{n+1}$. Berechne

$$H^p(\mathbb{R}^{n+1} \setminus \{a_1, \ldots, a_k\})$$

für alle $p \geq 0$.

Aufgabe 12.4. Betrachte den Torus $T = S^1 \times S^1$. Berechne $H^*(T)$ unter der Annahme, dass $H^2(T) \neq 0$.

Aufgabe 12.5. Sei

$$\begin{array}{ccccccccc}
0 & \longrightarrow & A & \longrightarrow & B & \longrightarrow & C & \longrightarrow & 0 \\
 & & \downarrow f & & \downarrow g & & \downarrow h & & \\
0 & \longrightarrow & A' & \longrightarrow & B' & \longrightarrow & C' & \longrightarrow & 0
\end{array}$$

ein kommutatives Diagramm von $\mathbb{R}$-Vektorräumen mit exakten Zeilen. Beweise, dass eine exakte Folge

$$0 \to \mathrm{Kern}(f) \to \mathrm{Kern}(g) \to \mathrm{Kern}(h) \to \mathrm{Kokern}(f) \to \mathrm{Kokern}(g) \to \mathrm{Kokern}(h) \to 0$$

existiert.

*Abgabe: Montag 12.07.2010 vor der Vorlesung. Die Aufgabe 12.5 wird nicht bewertet.
`http://www.math.uni-muenster.de/u/ausoni/manifolds-SS10.html`