

ÜBUNGEN ZUR LINEAREN ALGEBRA I

Blatt 14*, 24.01.2008

Aufgabe 14.1. Berechne die Determinante der folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 6 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix} \in M_5(\mathbb{F}_7), \quad B = \begin{pmatrix} -8 & -7 & -6 & -5 \\ -4 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Q}).$$

Aufgabe 14.2. Sei $n \geq 1$ und $A_n = (a_{ij}) \in M_n(\mathbb{R})$ mit $a_{ij} = |i - j| + 1$. Berechne $\det(A_n)$.

Aufgabe 14.3. Sei K ein Körper, $n \geq 1$ und Sei $N = (n_{ij}) \in M_n(K)$ mit

$$n_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls } i + 1 = j, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Sei $1_n \in M_n(K)$ die Einheitsmatrix. Berechne $\det(B_n)$, wobei $B_n = 1_n + N + {}^tN$.

Aufgabe 14.4. Sei $\phi : GL_n(K) \rightarrow K^\times$ ein Homomorphismus von Gruppen. Zeige: Es existiert ein Homomorphismus von Gruppen $\eta : K^\times \rightarrow K^\times$, so dass $\phi(A) = \eta(\det(A))$ für alle $A \in GL_n(K)$.

Aufgabe 14.5. Sei $\psi : GL_n(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbb{C}^\times$ ein Homomorphismus von Gruppen, so dass $\psi(\gamma 1_n) = \gamma^n$ für alle $\gamma \in \mathbb{C}^\times$ gilt, wobei $1_n \in GL_n(\mathbb{C})$ die Einheitsmatrix ist.

- Beweise: $\psi(A) = \det(A)$ für alle $A \in GL_n(\mathbb{C})$.
- Gilt dies noch, wenn man \mathbb{C} mit \mathbb{R} ersetzt?

Hinweise zur Klausur am 8. Februar 2008

Über die **Zulassung** zur Klausur informiert das Servicebüro durch Aushang (vor dem Servicebüro und im Glaskasten vor dem Großen Hörsaal).

Die Klausur findet am 8. Februar 2008 von 10 Uhr (s.t.) bis 12 Uhr im Wolfgang-Paul-Hörsaal statt. Bitte finden Sie sich 10 Minuten vor Beginn der Klausur vor Ort ein.

Mitzubringen sind Stifte (blau oder schwarz, kein Bleistift) und der **Personalausweis** oder Reisepass. Jacken und Taschen dürfen nicht mit in den Hörsaal genommen werden; wir werden für eine Aufsicht im Foyer sorgen. **Nicht zugelassen** sind Hilfsmittel wie Lehrbücher, Vorlesungsmitschriften, Notizen und Taschenrechner sowie Mobiltelefone. Das Mitführen eines nicht zugelassenen Gegenstands gilt als Betrugsversuch, unabhängig davon, ob dieser benutzt wurde oder nicht.

Die **Klausurergebnisse** werden vom Servicebüro durch Aushang (vor dem Servicebüro und im Glaskasten vor dem Großen Hörsaal) bekannt gegeben.

Diese Regeln gelten sinngemäß auch für die **Nachklausur**, die am Freitag, den 28. März 2008, von 10:00 - 12:00 stattfinden wird.

*Abgabe: **Freitag (!)** 01.02.2008, vor der Vorlesung.