Ch. Ausoni, M. Joachim WS 2010-11, WWU Münster

DIE THEORIE DER FASERBÜNDEL

SEMINAR TOPOLOGIE

Veranstaltungsseite mit aktualisierten Informationen:

`http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/faserbuendelsem-ws10.html`

Fasebündel tauchen in vielen Gebieten der Mathematik auf, und spielen eine wichtige Rolle in der Topologie, in der differential Geometrie und in der algebraischen Geometrie. Grob gesehen ist ein Faserbündel eine stetig parametrisierte Familie von mathematischen Objekten F_x, die man Fasern nennt. Hier haben alle Fasern dieselbe Struktur: sie sind zum Beispiel Vektorräume, Gruppen, Sphären, etc. Der Parameter x läuft über alle Punkten eines topologischen Raumes X. Ein wichtiges Ziel der Theorie der Faserbündel ist es, Faserbündel mit einer gegebenen Struktur auf jeder Faser F_x zu klassifizieren.

In diesem Seminar werden wir zuerst Faserbündel einführen und viele Beispiele bearbeiten. Insbesondere werden wir die sogenannten universellen Beispiele studieren, die uns dann zu Klassifikationsergebnisse führen. Am Ende werden wir die topologische K-Theorie einführen: es handelt sich um eine Kohomologietheorie, die sich auf Vektorbündel basiert.

Es besteht die Möglichkeit, in Verbindung mit dem Thema dieses Seminares eine Bachelorarbeit zu schreiben.

Vorläufiges Vortragsprogramm

13.10.10: Homotopie Theorie (P. Larysch).
Topologische Räume, Homotopie, Abbildungsräume, Homotopie Gruppen als Funktor.
Literatur: [Hus94, S. 1-7],[Hat02],[Mun75]

20.10.10: Faserbündel (M. Espendiller).
Definitionen, Konstruktionen, Morphismen, Schnitte, lokal-triviale Bündel, Überlagerungen.
Literatur: [Hus94, S. 11-19], [FR04, 265-269]

27.10.10: Faserungen (M. Joachim).
Homotopie-Liftungseigenschaft, Serre- und Hurewicz-Faserungen, lokal-triviale Bündel sind Faserungen, Äquivalenz der Fasern.
Literatur: [FR04, S. 269-275]

3.11.10: Vektorbündel I (Ch. Bönicke).
Definitionen und Grundeigenschaften, Beispiele, kanonische Bündel über Grassmanscher Mannigfaltigkeiten, Schnitte, Whitney-Summe, Homotopie-Eigenschaft.
Literatur: [Hus94, S. 23-29], [Hat]

10.11.10: VEKTORBÜNDEL II (S. Sabin).
Linear unabhängige Schnitte und Trivialität, Konstruktion von Gauss-Abbildungen, Klassifikationssätze.
Literatur: [Hus94, 29-33], [Hat]

17.11.10: TOPOLOGISCHE GRUPPEN (A.-Ch. Söhling).
Definitionen, Untergruppen und Quotienten, Homomorphismen, Produkte, Homöomorphismengruppen, Klassische Gruppen.
Literatur: [FR04, S. 276-284]

24.11.10: STETIGE WIRKUNGEN (A. Goertsches).
Definitionen, äquivariante Abbildungen, homogene Räume, Beispiele, Stiefel- und Grassmansche Mannigfaltigkeiten als homogene Räume.
Literatur: [FR04, S. 285-294]

1.12.10: PRINZIPALBÜNDEL I (T. Radtke).
F-Strukturen, Steenrod-Bündel, F-Abbildungen, Prinzipalbündel, Beispiele.
Literatur: [Hus94, IV:§1-4], [FR04, S. 297-304]

8.12.10: PRINZIPALBÜNDEL II (M. Holl).
Assoziierte Bündel, Funktorialität, lokale Trivialität, Beschreibung der Schnitte von assoziierten Bündeln.
Literatur: [Hus94, IV:§5-8], [FR04, S. 304-308]

15.12.10: KLASSIFIKATION I (A. Dalinger).
Isomorphieklassen, Homotopie-Invarianz, Milnor's Konstruktion eines universellen Beispiels.
Literatur: [Hus94, IV:§9-11], [FR04, S. 311-321 teilweise]

22.12.10: KLASSIFIKATION II (S. Isenberg).
Klassifikationssatz für prinzipale Bündel; der Fall von CW-Komplexen als Basisraum.
Literatur: [Hus94, IV:§12,13], [FR04, S. 316-321 teilweise]

12.01.11: LOKALE BESCHREIBUNG I (T. Fiele).
Automorphismen von trivialen Bündeln, Übergangsfunktionen, Äquivalenzkriterion. Konstruktion aus lokalen Daten, lokale Beschreibung von induzierten Bündeln und Morphismen.
Literatur: [Hus94, V:§1-6.]

19.01.11: LOKALE BESCHREIBUNG II (J. Janzen).
Operationen auf Bündeln, insbesondere auf Vektorbündeln. Das Wechsel von Strukturgruppe.
Literatur: [Hus94, V:§6,7; VI], [FR04, S. 321-323]

26.01.11: EINFÜHRUNG IN DER K-THEORIE (J. Köster).
Stabilitätseigenschaften für Vektorbündeln, Homotopie-Klassifikation, der Funktor K, Beispiele und Ergebnisse (ohne Beweis).
Literatur: [Hus94, VIII], [Hat], [Ati89]

Literatur

[Ati89] M. F. Atiyah, *K-theory*, 2nd ed., Advanced Book Classics, Addison-Wesley Publishing Company Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989. Notes by D. W. Anderson.

[FR04] D. B Fuks and V. A. Rokhlin, *Beginner's course in topology*, Universitext, Springer, 2004.

[Hat02] A. Hatcher, *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, 2002. Book project, available from the author's web page http://www.math.cornell.edu/ hatcher/.

[Hat] A. Hatcher, *Vector bundles and K-theory.* Book project, available from the author's web page http://www.math.cornell.edu/ hatcher/.

[Hus94] D. Husemoller, *Fibre bundles*, 3rd ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 20, Springer-Verlag, New York, 1994.

[HJJS08] D. Husemöller, M. Joachim, B. Jurčo, and M. Schottenloher, *Basic bundle theory and K-cohomology invariants*, Lecture Notes in Physics, vol. 726, Springer, Berlin, 2008. With contributions by S. Echterhoff, S. Fredenhagen and B. Krötz.

[Mun75] J. R. Munkres, *Topology: a first course*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1975.

[Ste99] N. Steenrod, *The topology of fibre bundles*, Princeton Landmarks in Mathematics, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1999. Reprint of the 1957 edition; Princeton Paperbacks.

Kontakt:
ausoni@math.uni-muenster.de
joachim@math.uni-muenster.de