Ch. Ausoni, F. Hebestreit WWU Münster, Sommersemester 2012

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG "DIE STEENROD-ALGEBRA"

Blatt 3*, 24.04.2012

Aufgabe 3.1. Ist die natürliche Transformation $\lambda : H^n(-;\mathbb{F}_p) \to H^{pn}(-;\mathbb{F}_p)$ additiv ?

Aufgabe 3.2. Sei gegeben eine punktierte Abbildung $f : S^n \to S^m$ und sei $C(f)$ die Homotopie-Kofaser (Abbildungskegel) von f. Beweise die folgenden Aussagen:

(a) Falls es eine nicht triviale Kohomologie-Operation $H^m(C(f);A) \to H^{n+1}(C(f);A)$ gibt, dann ist f nicht nullhomotop.

(b) Folgere aus (a), dass keine Einhängung der Hopf-Abbildung

$$\eta : S^3 \to S^2$$

nullhomotop ist.

(c) Folgere aus (b) und Aufgabe III.7.3 ($\pi_4(S^3)$ hat Ordnung ≤ 2), dass wir einen Isomorphismus $\pi_1^s \cong \mathbb{Z}/2$ haben.

Aufgabe 3.3. Sei X ein Raum. Bestimme $\mathrm{Sq}^k(u^n)$, wobei $u \in H^1(X;\mathbb{F}_2)$. Analog, bestimme $\mathrm{Sq}^k(u^n)$ für $u \in H^2(X;\mathbb{F}_2)$ mit $\mathrm{Sq}^1(u) = 0$.

Aufgabe 3.4. Beweise die folgenden Aussagen.

(a) Wir haben einen Isomorphismus $\mathcal{O}^0(\mathbb{Z},\mathbb{Z}) \cong \mathbb{Z}$. Für $d \geq 1$ ist $\mathcal{O}^d(\mathbb{Z},\mathbb{Z})$ endlich.

(b) Die p-Torsionsuntergruppe von $\mathcal{O}^d(\mathbb{Z},\mathbb{Z})$ ist null falls $1 \leq d \leq 2p-2$ und ist isomorph zu $\mathbb{Z}/p$ falls $d = 2p-1$.

---

*Abgabe: Dienstag 02.05.2012.
`http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie3-WS11-12.html`