

ÜBUNGEN ZUR TOPOLOGIE

Blatt 13*, 14.01.2011

Aufgabe 13.1. Bestimme, welche Abelsche Gruppe A (bis auf Isomorphismus) in den folgenden kurzen exakten Folgen auftauchen kann:

- (a) $0 \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow A \rightarrow \mathbb{Z}/n \rightarrow 0$, $n \in \mathbb{N}$,
- (b) $0 \rightarrow \mathbb{Z}/n \rightarrow A \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow 0$, $n \in \mathbb{N}$,
- (c) $0 \rightarrow \mathbb{Z}/p^m \rightarrow A \rightarrow \mathbb{Z}/p^n \rightarrow 0$, wobei p eine Primzahl ist.

Aufgabe 13.2. Sei $\Sigma'X$ die unreduzierte Einhängung von einem Raum X . Konstruiere ein Morphismus von Kettenkomplexen $f_* : S_*(X; \mathbb{Z}) \rightarrow S_{*+1}(\Sigma'X; \mathbb{Z})$, der ein Isomorphismus $\tilde{H}_*(X; \mathbb{Z}) \rightarrow \tilde{H}_{*+1}(\Sigma'X; \mathbb{Z})$ induziert.

Aufgabe 13.3. Beweise, dass für $n \geq 1$ eine stetige Abbildung $g : S^{2n-1} \rightarrow \mathbb{C}P^{n-1}$ existiert mit $\mathbb{C}P^n \cong \mathbb{C}P^{n-1} \sqcup_g D^{2n}$. Berechne dann $H_*(\mathbb{C}P^n; \mathbb{Z})$.

Aufgabe 13.4. Sei K die Kleinsche Flasche. Beweise, dass $K \cong (S^1 \vee S^1) \sqcup_f D^2$ für eine Abbildung $f : S^1 \rightarrow S^1 \vee S^1$, und berechne $H_*(K; \mathbb{Z})$.

*Abgabe: Montag 24.01.2011 bis 12 Uhr.

<http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie-WS10.html>