Ch. Ausoni, M. Röer WWU Münster, Wintersemester 2010/11

ÜBUNGEN ZUR TOPOLOGIE

Blatt 3*, 22.10.2010

Aufgabe 3.1. Seien $(X, x_0), (Y, y_0) \in \mathbf{Top}_*$, und seien $i_1 : (X, x_0) \to (X \vee Y, *)$ und $i_2 : (Y, y_0) \to (X \vee Y, *)$ die Inklusionen. Beweise, dass $\big((X \vee Y, *), i_1, i_2\big)$ das kategorische Koprodukt von (X, x_0) und (Y, y_0) in $\mathbf{Top}_*$ ist.

Aufgabe 3.2. Seien $(X, x_0), (Y, y_0) \in \mathbf{Top}_*$. Sei $W = (X \times \{y_0\}) \cup (\{x_0\} \times Y) \subset X \times Y$, mit der Teilraumtopologie der Produkttopologie auf $X \times Y$ versehen. Beweise, dass die natürliche Abbildung $X \vee Y \to W$ ein Homöomorphismus ist.

Aufgabe 3.3. Sei gegeben ein adjungiertes Paar (L, R) von Funktoren $L : \mathbf{C} \to \mathbf{D}$, $R : \mathbf{D} \to \mathbf{C}$. Beweise die folgenden Aussagen.

(a) L erhält Koprodukte.
(b) R erhält Produkte.

Aufgabe 3.4. Sei $(X, x_0) \in \mathbf{Top}_*$, so dass die Inklusion $(\{x_0\}, x_0) \to (X, x_0)$ eine punktierte Homotopie-Äquivalenz ist. Sei U eine Umgebung von x_0 in X. Beweise, dass eine Umgebung V von x mit $V \subset U$ existiert, so dass die Inklusion $V \subset U$ null-homotop ist.

Aufgabe 3.5. Finde ein Beispiel $(X, x_0) \in \mathbf{Top}_*$ mit X zusammenziehbar, wobei die Inklusion $(\{x_0\}, x_0) \to (X, x_0)$ keine punktierte Homotopie-Äquivalenz ist.

*Abgabe: Dienstag 2.11.2010 in der Vorlesung.
`http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie-WS10.html`