Ch. Ausoni, M. Röer WWU Münster, Wintersemester 2010/11

ÜBUNGEN ZUR TOPOLOGIE

Blatt 6*, 12.11.2010

Aufgabe 6.1. Sei Y ein Raum. Beweise, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind.

(a) Y ist einfach-zusammenhängend.

(b) Y ist nicht leer, und für jedes Paar von stetigen Abbilungen $f, g : S^1 \to Y$ gilt, dass f und g homotop sind.

Aufgabe 6.2. Sei G eine topologische Gruppe mit neutralem Element e, und sei $\Gamma \subset G$ eine Teilgruppe.

(a) Beweise, dass Γ genau dann eine diskrete Teilmenge von G ist, wenn es eine offene Umgebung U von e in G mit $U \cap \Gamma = \{e\}$ gibt.

(b) Sei angenommen, dass Γ eine diskrete Teilgruppe von G ist. Die Gruppe Γ wirkt rechts (bzw. links) auf G durch Multiplikation, und sei G/Γ (bzw. $\Gamma\backslash G$) die Menge der Bahnen dieser Wirkung, mit der Quotiententopologie versehen. Beweise, dass die kanonischen Projektionen $G \to G/\Gamma$ und $G \to \Gamma\backslash G$ Überlagerungen sind.

(c) Sei $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Beweise, dass die Abbildung $d_k : S^1 \to S^1$, $z \mapsto z^k$ eine Überlagerung ist.

Aufgabe 6.3. Sei $p : E \to M$ eine Überlagerung mit $p^{-1}(x)$ abzählbar für alle $x \in M$. Ist M eine Mannigfaltigkeit, so ist E auch eine Mannigfaltigkeit.

Aufgabe 6.4. Sei $X = S^1 \vee S^2$.

(a) Berechne $\pi_1(X, *)$.

(b) Finde eine Überlagerung $p : E \to X$ wobei E einfachzusammenhängend ist.

---

*Abgabe: Montag 22.11.2010 **bis 12 Uhr**.
`http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie-WS10.html`