Ch. Ausoni, M. Röer WWU Münster, Wintersemester 2010/11

ÜBUNGEN ZUR TOPOLOGIE

Blatt 7*, 19.11.2010

Aufgabe 7.1. Sei $\sim$ die Äquivalenzrelation auf $\mathbb{R}^2$, die von

$$(x,y) \sim (x,y+1) \quad \text{und} \quad (x,y) \sim (x+1,-y)$$

erzeugt ist. Sei K der Quotientenraum $\mathbb{R}^2/\sim$ und sei $p : \mathbb{R}^2 \to K$ die kanonische Quotientenabbildung. Beweise, dass p eine Überlagerung ist.

Definition: Der Raum K heißt die *Kleinsche Flasche*.

Aufgabe 7.2. Sei $p : E \to X$ eine Überlagerung mit X kompakt, so dass $p^{-1}(\{x\})$ endlich und nicht leer ist für alle $x \in X$. Beweise, dass E kompakt ist.

Aufgabe 7.3. Sei G eine topologische Gruppe mit neutralem Element 1, und sei

$$p : E \to G$$

eine Überlagerung mit E zusammenhängend und lokal weg-zusammenhängend. Sei $e \in p^{-1}(\{1\})$ gewählt. Beweise, dass es auf E eine einzige Gruppenstruktur mit e als neutralem Element gibt, so dass E mit seiner Topologie eine topologische Gruppe ist, und p ein Homomorphismus von Gruppen ist. Ist G Abelsch, so ist E auch Abelsch.

Aufgabe 7.4. Sei X ein zusammenhängender und lokal weg-zusammenhängender Raum. Seien $p : E \to X$ und $p' : E' \to X$ zwei Überlagerungen von X, und sei $\phi : E \to E'$ ein Morphismus von Überlagerungen. Beweise, dass ϕ eine Überlagerung ist.

---

*Abgabe: Montag 29.11.2010 **bis 12 Uhr**.
http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie-WS10.html