Ch. Ausoni, F. Hebestreit WWU Münster, Sommersemester 2011

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN TOPOLOGIE

Blatt 2*, 08.04.2011

Aufgabe 2.1. Bestimme eine CW-Zerlegung des Torus und der Kleinschen Flasche.

Aufgabe 2.2. Zeige, dass ein CW-Komplex X genau dann zusammenhängend ist, wenn $X^{(1)}$ zusammenhängend ist.

Aufgabe 2.3. In dieser Aufgabe bearbeiten wir eine Umkehrung von Satz 1.15 aus der Vorlesung. Sei (X, K, Φ) ein CW-Komplex.

(a) Sei $K_n = \{e \in K \mid \dim(e) = n\}$, versehen mit der diskreten Topologie. Die Familie von Abbildungen Φ definiert eine surjektive Abbildung

$$\phi : \coprod_{n \in \mathbb{N}} D^n \times K_n \to X\,.$$

Beweise, dass die Bedingung, X habe die schwache Topologie bezüglich $\{\bar{e} \mid e \in K\}$, äquivalent ist zur Bedingung, ϕ sei eine Quotienten-Abbildung.

(b) Sei $n \geq 1$. Beweise, dass man $X^{(n)}$ durch Anheften von n-Zellen an $X^{(n-1)}$ erhalten kann.

Aufgabe 2.4. Sei (X, K, Φ) ein CW-Komplex und sei ϕ die Abbildung aus Aufgabe 2.3.(a). Zeige, dass die folgenden Eigenschaften äquivalent sind:

(a) ϕ ist eine eigentliche Abbildung (sie ist abgeschlossen, und Urbilder von Punkten sind kompakt);

(b) X ist lokal kompakt (jeder Punkt in X besitzt eine kompakte Umgebung);

(c) Jeder Punkt in X besitzt eine Umgebung, die ein endlicher Unterkomplex von X ist.

*Abgabe: Montag 19.04.2011.

http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie2-SS11.html