

**ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN TOPOLOGIE**

Blatt 4\*, 19.04.2011

**Definition.** Einen 1-dimensionalen CW-Komplex  $X$  nennt man einen *Graph*. Die 0-Zellen in  $X$  heißen *Ecken*, die 1-Zellen heißen *Kanten*. Ein *Untergraph* von  $X$  ist ein Unterkomplex. Ein *Baum* ist ein zusammenziehbarer Graph.

**Aufgabe 4.1.** Sei  $X$  ein zusammenhängender Graph. Beweise die folgenden Aussagen.

- (a) Ein Unterbaum  $T \subset X$  ist genau dann maximal (in der Menge der Unterbäume von  $X$ , bezüglich der Inklusion), wenn  $T^{(0)} = X^{(0)}$ .
- (b) Der Graph  $X$  besitzt einen maximalen Unterbaum.

**Aufgabe 4.2.** Sei  $X$  ein zusammenhängender Graph und sei  $T \subset X$  ein maximaler Unterbaum. Sei  $C$  die Menge der Kanten in  $X$ , die nicht in  $T$  liegen, und sei  $x_0$  eine Ecke von  $X$ . Dann ist  $\pi_1(X, x_0)$  isomorph zur freien Gruppe auf  $C$ .

**Aufgabe 4.3.** Beweise die folgende Aussage:

**Theorem.** *Jede Untergruppe einer freien Gruppe ist frei.*

**Aufgabe 4.4.** Sei  $F_2$  eine freie Gruppe auf zwei Erzeugern. Beweise, dass  $F_2$  eine Untergruppe besitzt, die nicht endlich erzeugt ist.

*Hinweis:* Benutze eine geeignete Überlagerung von  $S^1 \vee S^1$ .

---

\*Abgabe: Freitag, 29.04.2011.

<http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie2-SS11.html>