

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN TOPOLOGIE

Blatt 5*, 29.04.2011

Aufgabe 5.1. Sei $X \subset \mathbb{R}^3$ die Vereinigung von S^2 mit $\{(t, 0, 0) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leq t \leq 1\}$.

- (a) Finde eine CW-Zerlegung von X und berechne die Zelluläre Homologie von X .
- (b) Beweise, dass $X \simeq S^1 \vee S^2$. Ist die obige Berechnung von $H_*^{CW}(X; \mathbb{Z})$ damit verträglich?

Aufgabe 5.2. Sei $\mathbb{H}P^n$ der quaternionische projektive Raum, definiert als Quotient von

$$\mathbb{H}^{n+1} \setminus \{0\}$$

durch die Relation $x \sim y$ falls $\lambda \in \mathbb{H}$ existiert, mit $\lambda x = y$. Beweise, dass $\mathbb{H}P^n$ Hausdorff ist. Finde eine CW-Zerlegung von $\mathbb{H}P^n$ und berechne $H_*(\mathbb{H}P^n; \mathbb{Z})$.

Aufgabe 5.3. Seien X, Y CW-Komplexe. Beweise die folgenden Aussagen.

- (a) Eine zelluläre Abbildung $f : X \rightarrow Y$ induziert ein Homomorphismus

$$f_* : H_*^{CW}(X; \mathbb{Z}) \rightarrow H_*^{CW}(Y; \mathbb{Z})$$

zwischen den zellulären Homologiegruppen.

- (b) Der in der Vorlesung definierte Isomorphismus

$$\theta : H_*^{CW}(-; \mathbb{Z}) \rightarrow H_*(-; \mathbb{Z})$$

ist natürlich bezüglich zellulärer Abbildungen.

Aufgabe 5.4. Berechne $H_*(\mathbb{F}P^m/\mathbb{F}P^n; \mathbb{Z})$ für $m \geq n$ und $\mathbb{F} = \mathbb{R}, \mathbb{C}$ und \mathbb{H} .

*Abgabe: Freitag, 06.05.2011.

<http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie2-SS11.html>