Ch. Ausoni, F. Hebestreit WWU Münster, Sommersemester 2011

ÜBUNGEN ZUR ALGEBRAISCHEN TOPOLOGIE

Blatt 7*, 17.05.2011

Ziel dieses Blattes ist es, die Existenz von Projektiven Räumen über die Cayley Oktaven $\mathbb{O}$ zu untersuchen.

Aufgabe 7.1. Gibt es eine gute Definition einer oktavischen “Gerade” in $\mathbb{O}^n$? Zum Beispiel, gibt es zu jedem Punkt $y \in \mathbb{O}^n \setminus 0$ genau eine “Gerade” durch 0 und y ?

Aufgabe 7.2. Betrachte die Relation

$$(x, y) \sim (a, b) \Leftrightarrow \begin{cases} yx^{-1} = ba^{-1}, & \text{falls } x, a \neq 0, \\ xy^{-1} = ab^{-1}, & \text{falls } y, b \neq 0 \end{cases}$$

auf $\mathbb{O}^2 \setminus 0$. Zeige, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist (hier benutzt man, dass $\mathbb{O}$ eine alternative Algebra ist). Konstruiere damit die projektive Linie $\mathbb{O}P^1$, und beschreibe die entsprechende Quotienten-Abbildung $S^{15} \to \mathbb{O}P^1$.

Aufgabe 7.3. Beweise, dass eine projektive Ebene $\mathbb{O}P^2$ existiert. Hierzu betrachte man Punkte in $\mathbb{O}^3 \setminus \{0\}$, die mindestens eine reele Koordinate besitzen. Entsteht eine Quotienten-Abbildung $S^{23} \to \mathbb{O}P^2$?

Aufgabe 7.4. Finde CW-Zerlegungen von $\mathbb{O}P^1$ und $\mathbb{O}P^2$ und berechne ihre zellulärer Homologie.

*Abgabe: Montag, 23.05.2011 bis 12Uhr.
`http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ausoni/topologie2-SS11.html`