CONTRÔLE CONTINU N° 2

NOM Prénom : ....

Numéro d'étudiant : ....

Barème : Ex1-10 points, Ex2-10 points.

Répondre aux questions en justifiant la réponse. La qualité de la rédaction sera prise en compte.

Exercice 1. *Soit* $A_k = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -1 & k-1 & 2 \\ 4 & k-5 & -k+1 \end{bmatrix} \in \mathrm{Mat}_3(\mathbb{R})$.

a) *Montrer que* A_k *est triangularisable si et seulement si* $k \leq -3$ *ou* $k \geq 3$.
b) *Pour quelles valeurs* $k \in \mathbb{R}$ *la matrice* A_k *est diagonalisable ?*
c) *Pour* $k = 5$*, donner une base de* $\mathbb{R}^3$ *formée de vecteurs propres de* A_k.
d) *Donner le polynôme minimal de* A_k *pour les différentes valeurs de* $k \in \mathbb{R}$.

NOM Prénom : .... Numéro d'étudiant : ....

NOM Prénom : .... Numéro d'étudiant : ....

Exercice 2. *Soit*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 & a^4 \\ 1 & b & b^2 & b^3 & b^4 \\ 1 & c & c^2 & c^3 & c^4 \\ 1 & d & d^2 & d^3 & d^4 \\ 1 & e & e^2 & e^3 & e^4 \end{bmatrix},$$

avec $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$.

a) *Montrer que*

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & b-a & b(b-a) & b^2(b-a) & b^3(b-a) \\ 1 & c-a & c(c-a) & c^2(c-a) & c^3(c-a) \\ 1 & d-a & d(d-a) & d^2(d-a) & d^3(d-a) \\ 1 & e-a & e(e-a) & e^2(e-a) & e^3(e-a) \end{vmatrix}.$$

b) *En déduire que*

$$\det A = (b-a)(c-a)(d-a)(e-a) \begin{vmatrix} 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \\ 1 & e & e^2 & e^3 \end{vmatrix}.$$

c) *Est-ce que la matrice* A *est inversible si* $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$, $d = -4$ *et* $e = 17$ *?*

d) *Est-ce que la matrice* A *est inversible si* $a = 2$, $b = 4$, $c = -13$, $d = 11$ *et* $e = 19$ *?*

NOM Prénom : .... Numéro d'étudiant : ....