CONTRÔLE CONTINU N° 1

NOM Prénom : ....

Numéro d'étudiant : ....

Barême : Ex1-10 points, Ex2-10 points.

Exercice 1.

a) *Soit* $c(x) \in \mathbb{F}_q[x]$ *non nul. Montrer que le polynôme générateur d'un code cyclique* $\mathcal{C} = \langle c(x) \rangle \subseteq \mathbb{F}_q[x]/\langle x^n - 1 \rangle$ *est égal au* $\operatorname{pgcd}(c(x), x^n - 1)$ *dans* $\mathbb{F}_q[x]$ *(en le supposant unitaire).*

b) *Donner une matrice génératrice de* $\mathcal{C} = \langle x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \rangle \subseteq \mathbb{F}_3[x]/\langle x^8 + 2 \rangle$. *Calculer son polynôme de contrôle et sa distance minimale.*

Exercice 2. *On veut étudier les codes cycliques de longueur* 6 *sur* $\mathbb{F}_5$.

a) *Quel est l'ordre* m *de* 5 *dans* $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z})^*$ *?*

b) *Soit* α *une racine du polynôme irréductible* $x^2 + x + 1 \in \mathbb{F}_5[x]$. *Montrer que* $\beta = 4\alpha$ *est une racine primitive* 6*-ième de l'unité dans* $\mathbb{F}_{25} = \mathbb{F}_5[\alpha] = \mathbb{F}_5[x]/\langle x^2 + x + 1\rangle$.

c) *Donner les classes cyclotomiques modulo* 6 *sur* $\mathbb{F}_5$ *et les polynômes minimaux correspondants.*

d) *Combien de codes cycliques de longueur* 6 *sur* $\mathbb{F}_5$ *y a-t-il ? Montrer que pour tout* $i \in \{0, \ldots, 6\}$ *il existe un code cyclique de longueur* 6 *sur* $\mathbb{F}_5$ *de dimension* i.