
CONTRÔLE CONTINU N° 1

NOM Prénom :

Numéro d'étudiant :

Barème : Ex1-10 points, Ex2-10 points.

Exercice 1. *Donner la liste des codes cycliques binaires de longueur 8, en précisant leurs paramètres. Parmi ces codes, y en a-t-il un qui est autodual ?*

Exercice 2. On veut factoriser $x^5 - 1$ sur $\mathbb{F}_4 = \{0, 1, \alpha, \alpha + 1\}$ (avec $\alpha^2 = \alpha + 1$).

a) Quel est l'ordre m de 4 dans $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^*$?

b) Soit β une racine du polynôme irréductible $x^2 + \alpha x + 1 \in \mathbb{F}_4[x]$. Montrer que β est une racine primitive 5-ième de l'unité dans

$$\mathbb{F}_{16} = \mathbb{F}_4[\beta] = \mathbb{F}_4[x]/\langle x^2 + \alpha x + 1 \rangle.$$

c) Donner les classes cyclotomiques modulo 5 sur \mathbb{F}_4 et les polynômes minimaux correspondants.