

Rapport d'activité

Nom : Boyer Prénom : Pascal

Synthèse de la carrière :

- Je suis membre et directeur de l'équipe *Arithmétique et géométrie algébrique* du LAGA.
- **2015-** Président du département de maths de l'Institut Galilée
 - **2010-2015** Professeur à l'université Paris 13 (PES : 2012-2016)
 - **2015-2019** coordinateur du projet ANR-14-CE25 *PerCoLaTor : PERFectoides, CORrespondance de LANglands et TORsion dans la cohomologie*
 - **2010-2014** membre de l'ANR : *ArShiFo : Arithmétique des variétés de Shimura et Formes automorphes*
 - **2012-2014 puis 2015-2019** membre du GDR TLAG
 - **10 décembre 2008** Habilitation à diriger des recherches : *Cohomologie de la tour de Lubin-Tate et de quelques variétés de Shimura unitaires*, soutenue à l'université Paris 6 devant le jury composé de : Carayol Henri (Président et rapporteur), Harris Michael, Lafforgue Laurent, Laumon Gérard, Nekovář Jan, Ngô Bao Châu (rapporteur) et Rapoport Michael (rapporteur)
 - **2006-2010** membre de l'ANR-06-BLAN-0365 *Représentations galoisiennes et représentations automorphes*
- 1999-2010** Maître de conférences à l'université de Paris 6 (PEDR 2000-2004 et 2008-2012)
- 1998** Thèse *Mauvaise réduction des variétés de Drinfeld et correspondance de Langlands* soutenue à Orsay sous la direction de M. Laumon Gérard et devant le jury composé de MM. Carayol H., Harris M. (Pr), Henniart G., Laumon G., Rapoport M. : Mention très honorable avec félicitations du jury
- 1995-1999** Agrégé préparateur (caïman) à l'ENS Cachan
- 1990-1995** élève à l'ENS Ulm (Agrégation en 1993)

Activité scientifique

1) *Présentation des thématiques de recherche*

La motivation première de mes travaux concerne la théorie de Lubin-Tate non abélienne ainsi baptisée par Carayol, laquelle vise à réaliser des cas de fonctorialité de Langlands locale dans la cohomologie de certains espaces de groupes p -divisibles. L'angle d'attaque est par voie globale via l'étude de la cohomologie l -adique de certaines variétés, dites de Drinfeld dans le cas où K est un corps local complet d'égalité caractéristiques $p \neq l$, ou de Shimura dans le cas d'inégales caractéristiques.

a) Dans ma thèse, sous la direction de G. Laumon, j'ai traité le cas cuspidal pour K d'égalité caractéristiques, cf. [1]. Ces résultats ont ensuite été repris puis étendus dans le cas des corps de nombres par Harris et Taylor ce qui leur a permis de donner la première démonstration complète de la correspondance de Langlands locale dans ce cadre.

b) De 2000 à 2008, je me suis ensuite attaqué, dans le cas des corps de nombres d’Harris-Taylor, au cas non supercuspidal. La principale difficulté réside en ce que les classiques arguments de formule des traces utilisés par Harris et Taylor, sont insuffisants puisque ces nouvelles représentations ne sont plus concentrées en un unique degré de la cohomologie. Le nouvel ingrédient introduit dans [3] était d’utiliser la nature perverse du complexe des cycles évanescents Ψ de la variété de Shimura, ce qui m’a permis

- d’explicitier la bifiltration de monodromie de Ψ en termes d’extensions intermédiaires des systèmes locaux construits par Harris et Taylor,
- puis de décrire la suite spectrale associée à cette bifiltration calculant les faisceaux de cohomologie perverse.

Au final, en utilisant un analogue du théorème de Serre-Tate et le théorème de comparaison de Berkovich, j’en déduis *une description complète de la cohomologie des espaces de Lubin-Tate* résolvant au passage une conjecture formulée par Harris au congrès international de 2000.

Ces résultats ont aussi un aspect global puisqu’ils m’ont permis dans [4], d’explicitier la cohomologie des variétés de Shimura étudiées et en particulier de prouver *la conjecture de monodromie-poids* dans ce cas. En particulier on notera que les techniques utilisées permettent de calculer chacun des groupes de cohomologie et donc d’aller au delà de ce que peut donner la formule des traces.

c) Depuis 2010, j’ai entrepris d’étudier les versions à *coefficients entiers* des travaux précédents et donc en particulier de comprendre *la torsion* dans la cohomologie des espaces de Lubin-Tate et des variétés de Shimura utilisées. *Le versant local de ce programme*, i.e. l’étude de la torsion dans la cohomologie des espaces de Lubin-Tate est finalisé et a donné lieu à un papier [8] soumis début 2014. La stratégie est basée sur l’observation suivante : sur \mathbb{Q}_l , la suite spectrale associée à la filtration par les noyaux itérés de la monodromie, qui calcule les faisceaux de cohomologie perverse, dégénère en E_1 . L’opérateur de monodromie n’est pas a priori entier, mais le principe de la preuve consiste tout de même à construire une filtration entière du faisceau pervers des cycles évanescents Ψ telle que :

- sur \mathbb{Q}_l , elle coïncide avec celle par les noyaux itérés de la monodromie ;
- les faisceaux de cohomologie de ses gradués sont sans torsion.

La construction d’une telle filtration est décrite dans [6] à l’aide de la stratification de Newton de l’espace. Le procédé est général et sa nature géométrique le rend insensible aux anneaux de coefficients considérés ; sa formulation utilise la catégorie quasi-abélienne des faisceaux pervers « libres » et les notions de morphismes stricts. On vérifie ensuite que dans le cadre des variétés de Shimura étudiées, sur \mathbb{Q}_l , elle coïncide effectivement avec la filtration par les noyaux itérés de la monodromie.

Il reste alors à étudier les faisceaux de cohomologie des gradués de cette filtration et à montrer qu’ils sont sans torsion. Pour ce faire on est amené à étudier « le procédé de saturation » dans la définition des filtrations construites. Cette étude est relativement complexe et constitue l’aboutissement faisceautique du projet : l’article [8] a été soumis en janvier 2014.

Dans l’optique *du lemme d’Ihara*, au delà de la torsion dans la cohomologie des espaces

de Lubin-Tate, je me suis aussi intéressé aux réseaux. Pour ce faire j'ai étudié dans [5] *la réduction modulo l des représentations de Steinberg généralisées* et en ai construit certains réseaux stables appelés *réseaux d'induction* qui apparaissent naturellement dans la cohomologie des espaces de Lubin-Tate.

La partie globale du projet consiste à étudier la torsion dans la cohomologie des variétés de Shimura selon deux axes suivant que l'on cherche à construire de la torsion ou au contraire à la faire disparaître. Pour la construction de classes de cohomologie de torsion dans le cadre des variétés de Shimura de Kottwitz-Harris-Taylor

- dans le preprint [9], j'ai tout d'abord élucidé les différentes notions d'extensions intermédiaires des systèmes locaux d'Harris-Taylor.
- Je construis dans [7] des congruences entre représentations automorphes ce qui me permet d'obtenir des classes de cohomologie de torsion à coefficients dans les systèmes locaux d'Harris-Taylor.

A l'opposé, on peut chercher des conditions pour tuer les classes de cohomologie de torsion. Dans le cas général d'une variété de Shimura PEL compact Sh_K de niveau fini K et d'un système local $V_{\mathbb{Z}_l, \mu}$ associé à un paramètre μ , Lan et Suh ont traité le cas où la composante K_l de K à la place l est maximale avec μ régulier, l -petit et où l est assez grand. Leur stratégie consiste à étudier la fibre spéciale en l de la variété de Shimura. Mon premier projet consiste à reprendre cette étude en utilisant la fibre spéciale en une place $p \neq l$, le but étant d'enlever les conditions superflues du résultat de Lan et Suh, à savoir les hypothèses l -petit avec l grand.

Un deuxième projet consiste à reprendre les résultats de Emerton et Gee pour les variétés de Shimura dite de Kottwitz-Harris-Taylor relativement à un niveau ramifié en l . Pour faire disparaître la torsion, on peut, comme dans Emerton-Gee, localiser la cohomologie, ou bien considérer la cohomologie complétée. J'ai déjà obtenu des résultats encourageants en ce sens donnant lieu au preprint [10] qui devrait permettre de prouver la partie poids de Serre de la conjecture de Herzig pour $U(n-1, 1)$.

2) Publications :

- 1- Boyer, P. : **Mauvaise réduction des variétés de Drinfeld et correspondance de Langlands locale**, Invent. Math. 138 pp 573-629 (1999)
Je prouve la conjecture de Deligne-Carayol, i.e. que la cohomologie des espaces de Lubin-Tate en degré médian, réalise les correspondances de Langlands et Jacquet-Langlands dans le cas cuspidal.
- 2- Boyer, P. : **Faisceau pervers des cycles évanescents des variétés de Drinfeld et filtration de monodromie-locale du modèle de Deligne-Carayol**, Mémoires de la SMF 116 (2009)
Je reprends tout d'abord, dans le cadre des variétés de Drinfeld, les résultats de Harris-Taylor sur le calcul de la somme alternée des groupes de cohomologie des systèmes locaux d'Harris-Taylor. J'explique ensuite la bifiltration de monodromie du complexe des cycles évanescents et en déduit la partie non cuspidale de la cohomologie des espaces de Lubin-Tate en égales caractéristiques.
- 3- Boyer, P. : **Monodromie du faisceau pervers des cycles évanescents de**

quelques variétés de Shimura simples, *Inventiones Mathematicae* 2009 **177**, pp. 239-280.

Je décris la bifiltration de monodromie du faisceau pervers des cycles évanescents et prouve la version faisceautique de la conjecture de monodromie-poids dans cette situation.

- 4- Boyer, P. : **Conjecture de monodromie-poids pour quelques variétés de Shimura unitaires**, *Compositio Mathematica* (2010) vol. 146 part 2, pp. 367-403.
Je prouve la conjecture de monodromie-poids pour les variétés de Shimura unitaires simples en calculant explicitement chacun des groupes de cohomologie ainsi que l'action de la monodromie. J'obtiens, en passant, une correspondance globale de Jacquet-Langlands entre certaines formes tordues de groupes unitaires.
- 5- Boyer, P. : **Réseaux d'induction des représentations elliptiques de Lubin-Tate**, *Journal of Algebra* 336 (2011), pp. 28-52
Je décris la réduction modulo l d'une représentation de Steinberg généralisée ainsi que la construction de certains réseaux de celles-ci. L'intérêt est double : cela nous permet d'une part de construire dans [7] des classes de cohomologie de torsion et d'autre part nous espérons utiliser ces réseaux pour obtenir de nouveaux cas du lemme d'Ihara.
- 6- Boyer, P. : **Filtrations de stratification de quelques variétés de Shimura simples**, *Bull de la SMF* 2014, 34 pages
*La filtration de monodromie-poids n'étant pas entière, je développe un formalisme général sur les filtrations dites de stratification d'un faisceau pervers sans torsion. J'explique ensuite ces constructions au cas des variétés de Shimura unitaires simples ce qui me permet de simplifier l'étape la plus complexe de mon papier à *Inventiones* en 2009.*
- 7- Boyer, P. : **Torsion dans la cohomologie d'un système local d'Harris-Taylor**, *Ann. de l'Inst. Fourier* 2014, 42 pages.
À l'aide de certaines congruences entre représentations automorphes j'exhibe des classes de cohomologie de torsion à coefficients dans les systèmes locaux d'Harris-Taylor. Ces résultats seront utilisés, dans un article en cours de rédaction, pour construire des classes de torsion dans la cohomologie de la variété de Shimura.
- 8- Boyer, P. : **La cohomologie des espaces de Lubin-Tate est sans torsion**, soumis janvier 2014, 37 pages.
*Il s'agit de l'aboutissement faisceautique de mon projet sur la torsion dans la cohomologie des variétés de Shimura d'Harris-Taylor. J'y étudie la saturation dans la construction des filtrations de stratification. On peut dire que cet article est la version entière de mon papier à *Inventiones* en 2009.*
- 9- Boyer, P. : **Sur les extensions intermédiaires des systèmes locaux d'Harris-Taylor**, preprint janvier 2014, 24 pages
J'étudie les différences entre les p et $p+$ extensions intermédiaires des systèmes locaux d'Harris-Taylor. Le résultat s'exprime à l'aide des résultats de [5] sur la réduction modulo l d'une représentation de Steinberg généralisée.
- 10- Boyer, P. : **Sur la torsion dans la cohomologie des variétés de Shimura de**

Kottwitz-Harris-Taylor, preprint février 2015, 15 pages

Lorsque le niveau en l d'une variété de Shimura de Kottwitz-Harris-Taylor n'est pas maximal, sa cohomologie à coefficients dans un $\overline{\mathbb{Z}}_l$ -système local n'est en général pas libre. Afin d'obtenir des énoncés d'annulation de la torsion, on localise en un idéal maximal \mathfrak{m} de l'algèbre de Hecke. Nous prouvons alors deux énoncés d'annulation de la torsion de ces localisés, le premier reposant sur l'existence d'une place où les paramètres de Satake modulo l associés à \mathfrak{m} vérifient une certaine hypothèse explicite, et le deuxième s'exprimant en termes d'une propriété vérifiée par la représentation galoisienne $\rho_{\mathfrak{m}}$ associée à \mathfrak{m} . Ces résultats devraient permettre de prouver la conjecture de Herzig sur les poids de Serre dans le cas $U(n-1, 1)$.

3) *Encadrement et animation recherche*

- Coordinateur du projet ANR-14-CE25 PerCoLaTor : *PERfectoïdes, CORrespondance de LANglands et TORsion dans la cohomologie*
- Directeur de l'équipe AGA depuis septembre 2014
- mai 2014 puis mai 2015 : Président du comité de sélection de Paris 13
- 2010-2013 membre du comité de sélection de Paris 13
- 2013-2015 membre du comité d'experts de Paris 13
- 2014 membre du comité de sélection de ENS Cachan
- 2015 membre du comité de sélection de Montpellier 2
- 2012-2014 puis 2015-2019, membre du GDR TLAG

Direction de thèses :

- en codirection avec Benoît Stroh : **Stéphane Bijakowski**, *Formes modulaires surconvergentes classiques sur une variétés de Shimura* inscription septembre 2011 (thèse soutenue en décembre 2014).

- **Taiwang Deng**, *Principe de Mazur pour les variétés de Shimura unitaires simples*, inscription septembre 2012 (soutenance prévue juin 2015).

Organisations colloques et conférences, journées d'étude

- co-organisateur avec Jacques Tilouine des mini-conférences
 - *Variétés de Shimura et Formes modulaires p -adiques*, 29-30 janvier 2013 ;
 - *Journée arithmétique à Villetaneuse* : 24 juin 2013 ;
 - *Journée arithmétique à Villetaneuse* : 7 février 2014 ;
 - *Journées arithmétiques à Villetaneuse* : 24-25 juin 2014.
 - *Journées arithmétiques à Villetaneuse* : 5 et 6 février 2015.
- Co-organisateur avec Jean-Benoît Bost, Alain Genestier, Laurent Lafforgue, Sergey Lysenko, Sophie Morel et Ngô Bao Châu : *De la géométrie algébrique aux formes automorphes : une conférence en l'honneur de Gérard Laumon*, du 25 au 29 juin 2012 à Orsay
- co-organisateur avec Wushi Goldring et Benoît Stroh de la conférence *Automorphic Forms and Galois Representations*, 13 juin 2012 à Villetaneuse ;
- co-organisateur avec Benoît Stroh du groupe de travail, *Perfectoïdes pour les nuls*, <http://www.math.univ-paris13.fr/~boyer/recherche/GT-Scholze.html>
- 2011-2014 responsable de l'organisation du *Séminaire de Géométrie Arithmétique*

et Motivique du LAGA, université Paris 13.

— 2005-2010 co-organisateur du *séminaire GRFA* de l'institut mathématique de Jussieu.

4) *Valorisation de la recherche*

- Referee pour les revues : *Inventiones Mathematicae*, *Duke Math.*, *Annales Scientifiques de l'ENS*, *Math Res. Letters.*, *Math Zeitschrift*, *Nagoya Mathematical Journal*, *Annales de l'institut Fourier*

- *webmestre* du site de l'équipe AGA et du site Percolator.

5) *Rayonnement*

— Invitation dans des conférences (sur l'année écoulée) : Oberwolfach décembre 2015, août 2015, CIRM juin 2014,

— Invitation dans les séminaires (sur l'année écoulée) : Rennes, Inst. Math. de Jussieu, Nancy ENS Lyon, Paris 13, Marseille, Strasbourg

— Jury de thèse de : Loïc Grenier (2000), MARJANE Abdelaziz (2011), Shane Kelly (octobre 2012), H. Wang (septembre 2013), Anis Rajhi (septembre 2014, rapporteur), Bijakowski (décembre 2014, codirecteur)

— Jury de HdR de : Farrell Brumley (décembre 2013), Stroh Benoît (décembre 2014)

6) *Autres :*

Livres d'enseignement

— 2014 *Algèbre et géométries* chez *Calvage & Mounet*, 800 pages, février 2015

— 2006 *Algèbre pour la licence 3 : Groupes, anneaux, corps* paru chez *Dunod*, en collaboration avec J.-J. Risler (210 pages)

Activités pédagogiques

1) *Présentation de l'activité d'enseignement*

Depuis janvier 2015, je suis président du département de Maths. De septembre 2011 à septembre 2014 j'ai été responsable de la mention *MFPI* du master de mathématiques

Enseignements : demi-service en 2011-2012 et en 2013-2014.

Les étudiants peuvent, systématiquement, trouver des notes de cours, les énoncés et corrigés des feuilles d'exercice sur ma page web. Certains de mes polycopiés ont servis de base à des livres.

Chaque semaine, je demande aux étudiants de préparer la démonstration d'un énoncé du cours, qu'ils viendront exposer à leurs camarades la semaine suivante.

Depuis deux ans, suite à un départ à la retraite, j'ai repris les cours de cryptographie dispensés en *M2 images et réseaux* et dans la mention *Télécom 3* de l'école d'ingénieur de l'institut Galilée. Le cours est dispensé à l'aide d'un vidéo projecteur à partir d'un document beamer. Les TPs informatiques sont écrits en java (suivant les compétences des étudiants concernés); les élèves sont invités à observer, à améliorer puis à modifier les programmes selon leur questionnement personnel.

Depuis la rentrée 2014, je donne des cours dans la préparation à l'agrégation externe de maths.

2) *Présentation synthétique des enseignements*

- *préparation à l'agrégation externe* : il s'agit de donner une vision d'ensemble de l'algèbre à des étudiants souhaitant passer le concours de l'agrégation. Partant d'une liste de leçons pour l'oral, je dresse un panorama d'une thématique (algèbre linéaire, théorie des groupes, arithmétique, géométrie...) mêlant les diverses notions au programme. Les cours sont agrémentés de développements préparés et présentés par les étudiants.
- en L3 : *Algèbres et géométries* jusqu'en 2013. Il s'agissait de présenter un panorama des différentes géométries, affine, euclidienne, inversive et projective en partant de l'algèbre linéaire et des considérations élémentaires en théorie des groupes. Le photocopié de cours a servi de base à un livre de 900 pages à paraître au printemps 2014 chez Calvage & Mounet.
- en M1 : *De l'arithmétique à la théorie des nombres*. On part de l'arithmétique élémentaire sur \mathbb{Z} jusque la théorie de Galois en passant par un tour d'horizon des connaissances actuelles sur les nombres premiers. Le photocopié de cours est à nouveau la base d'un projet de livre.
- en M2 images et réseaux et pour les troisième année en école d'ingénieurs : *Cryptographie*. Une présentation historique et moderne des techniques cryptographique (codes de permutation et substitution élémentaires jusque AES, puis les codes à clef publique (RSA, El Gamal)) jusqu'au protocoles actuels (SSL, PGP...). Des séances de TP sur ordinateur en java sont proposées afin d'illustrer certaines notions du cours.
- en M1 enseignement : *Compléments disciplinaires 2*. On passe en revue l'analyse de licence avec un point de vue savant (construction de \mathbb{R} , théorie de la mesure sur \mathbb{R} , comparatifs entre les intégrales de Riemann, Lebesgue, et la KH-intégrale de jauge).

3) *Direction de formation* : je suis depuis janvier 2015 président du département de maths. Précédemment de septembre 2011 à septembre 2014, j'ai été responsable de la mention MFPI du master de maths de l'institut Galilée. Avec J. Barral nous avons monté une nouvelle mouture du master mise en place à cette rentrée 2014 et qui se concentre sur une préparation diplômante à l'agrégation sur deux ans. Pédagogiquement, nous proposons une formation en particulier destinée aux travailleurs, qu'ils soient enseignants, ingénieurs ou en reconversion : la particularité tient à ce que les cours sont concentrés sur 3 jours de la semaine, du mardi au jeudi. Nous avons en particulier complètement remodelé l'offre de cours du M1 afin de préparer au mieux les candidats au concours.

- Avec l'aide de la FMSP, le LAGA a mis en place un système de bourses afin d'attirer en M2 les meilleurs étudiants étrangers. En fonction des candidatures retenues, nous ouvrons quatre ou cinq thématiques susceptibles d'intéresser ces futurs étudiants et leur proposons de compléter leur formation dans les autres universités parisiennes.

Responsabilités collectives

1) *Présentation générale*

- Depuis janvier 2015, président du département de Maths.
- Ancien responsable de la *mention MFPI du master de maths* de l'institut Galilée (cf. la

rubrique précédente).

- Coordinateur du projet ANR-14-CE25 *PerCoLaTor : PERfectoïdes, COrrispondance de LAnglands et TORsion dans la cohomologie*
- Directeur de l'équipe AGA
- Président du comité de sélection (en 2014 et 2015)

2) *Participation à des jury de concours :*

CAPES (1 an), Agreg (4 ans), concours X-Cachan option PSI (6 ans), les Mines (4 ans), HEC (2 ans)