

TRAVAUX PRATIQUES - E.D.O.

Groupe 1
3ème partie : le pendule pesant

Travail individuel et personnel

1 Position du problème et équations différentielles

On considère un pendule de masse M , fixé à une tige rigide de longueur L et de masse négligeable, dans un milieu visqueux dont le coefficient de viscosité vaut k . On note θ l'angle formé par le pendule et l'axe verticale : il vérifie l'équation différentielle suivante (principe fondamental de la dynamique) :

$$\theta''(t) = -\frac{g}{L} \sin(\theta(t)) - \frac{k}{ML^2} \theta'(t), \quad \forall t \geq 0 \quad (1.1)$$

avec les conditions initiales

$$\theta(0) = \theta_0 \text{ et } \theta'(0) = \theta'_0. \quad (1.2)$$

θ_0 est l'angle initial en radian et θ'_0 la vitesse angulaire initiale en radian/seconde.

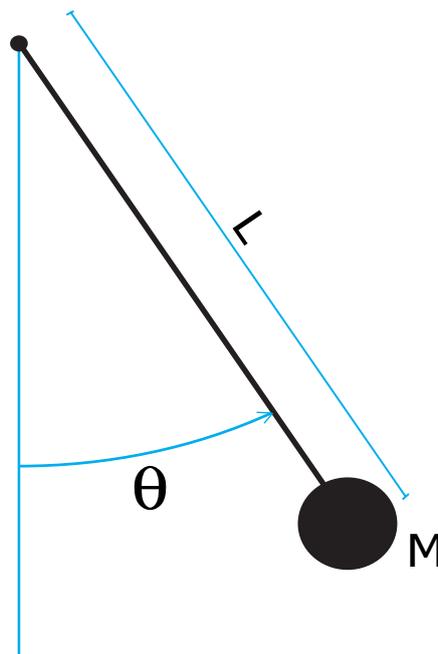


FIGURE 1 – Pendule pesant

On peut prendre, par exemple, $M = 1kg$, $L = 1m$, $g = 9.8m.s^{-2}$ et $k = 0.5USI$.

L'E.D.O. (1.1-1.2) ne peut être résolue de manière exacte. On se propose d'utiliser une méthode d'ordre 3 au moins pour l'étude des différents types de mouvements possibles, suivant les conditions de l'expérience (dans le vide $k = 0$, dans l'air $k = 0.1$, dans l'eau $k = 0.5, \dots$) et les conditions initiales imposées (pendule lancé, lâché, ...). On souhaite ensuite tracer les deux courbes discrètes $\theta(t)$ et $\theta'(t)$.

2 Résolution numérique

- Q. 1 (Matlab)**
1. *Ecrire la fonction Matlab `fCauchy` (fichier `fCauchy.m`) correspondant à la fonction f du problème de Cauchy associé à (1.1-1.2). (On pourra utiliser des variables globales pour les paramètres physiques M, k, L et g . Voir l'aide sur `global` de Matlab. Toutefois il y a mieux en utilisant les fonctions anonymes générées avec `@`)*
 2. *Reprendre une des fonctions de résolution des EDO d'ordre 3 au moins (déjà écrite dans le cas 1d) et la modifier si besoin pour l'adapter à la résolution de problèmes de Cauchy correspondant à des systèmes de d E.D.O. du premier ordre, $d > 1$.*
 3. *Ecrire le programme `prgPendule` (fichier `prgPendule.m`) permettant de représenter la position et la vitesse du pendule au cours du temps.*
 4. *En s'aidant du programme `PenduleMovie.m` et de la fonction `PlotPendule.m` (voir archive fournie), écrire le programme `PenduleVideo.m` permettant de réaliser une vidéo représentant le pendule en mouvement au cours du temps.*

A faire en 2h00 (temps indicatif)

- ◇ Créer une archive compressée nommée `<NOM>-TP1-Q1` contenant les fichiers `fCauchy.m`, `prgPendule.m`, `red???.m` et `PenduleMovie.m`, ainsi que tout autre code nécessaire à l'exécution de `prgPendule` et `PenduleMovie`. Ici `<NOM>` correspond évidemment à votre nom.
- ◇ Envoyer un mail à `cuvelier@math.univ-paris13.fr` ayant pour **sujet** "`<NOM> TP1 Q1`" et en fichier joint l'archive compressée créée précédemment.