

TRAVAUX DIRIGÉS - 3

1 Intégration numérique¹

EXERCICE 1

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[a, b]$. Ecrire la fonction QUADPM permettant de calculer une approximation de l'intégrale de f sur $[a, b]$ par la méthode composite des points milieux.

EXERCICE 2

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[a, b]$. Ecrire la fonction QUADTRAPEZE permettant de calculer une approximation de l'intégrale de f sur $[a, b]$ par la méthode composite des trapèzes.

EXERCICE 3

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[a, b]$. Ecrire la fonction QUADSIMPSON permettant de calculer une approximation de l'intégrale de f sur $[a, b]$ par la méthode composite de Simpson.

EXERCICE 4

En utilisant les 3 fonctions précédentes, écrire un programme Matlab permettant d'obtenir la figure 1 sachant qu'ici $f(x) = \sin(x)$, $a = 0$ et $b = \pi$.

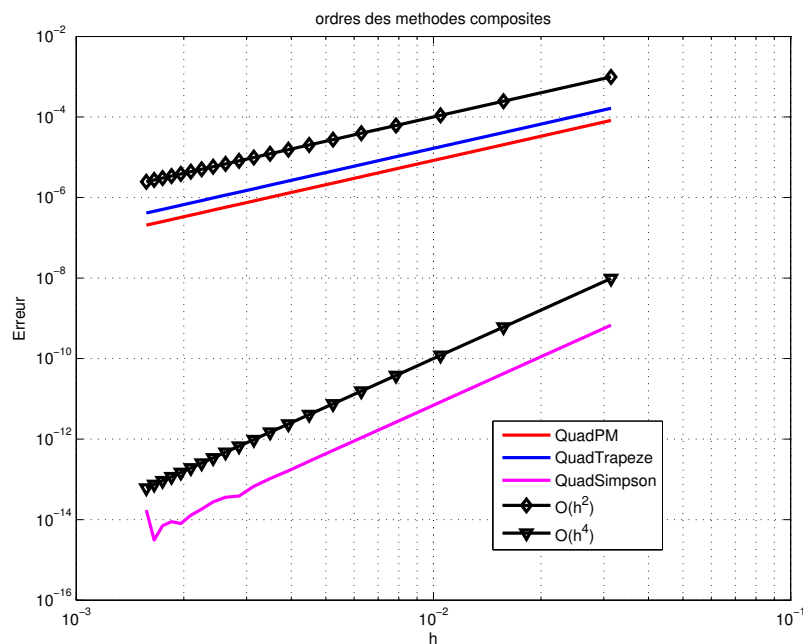


Figure 1: Ordre des méthodes composites

¹Exercices associés à la présentation sur les méthodes d'intégration numérique

2 Algèbre linéaire²

EXERCICE 5

Soient \mathbf{x} et \mathbf{y} deux vecteurs de \mathbb{R}^n et $\alpha \in \mathbb{R}$. Ecrire la fonction `VECAXPY` permettant de calculer $\mathbf{z} = \alpha\mathbf{x} + \mathbf{y}$.

EXERCICE 6

Soient \mathbf{x} et \mathbf{y} deux vecteurs de \mathbb{R}^n .

1. Ecrire la fonction `VECDOT` permettant de calculer le produit scalaire entre les vecteurs \mathbf{x} et \mathbf{y} .
2. Ecrire la fonction `VECNORM1` permettant de calculer

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \quad (6.1)$$

3. Ecrire la fonction `VECNORM2` permettant de calculer

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{1/2}, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n.$$

EXERCICE 7

Soient \mathbb{X} et \mathbb{Y} deux matrices de $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ et $\alpha \in \mathbb{R}$. Ecrire la fonction `MATAXPY` permettant de retourner $\mathbb{Z} = \alpha\mathbb{X} + \mathbb{Y}$.

EXERCICE 8

Ecrire la fonction `MATTRANSPOSE` permettant de retourner la transposé d'une matrice.

EXERCICE 9

Ecrire la fonction `MATMULT` permettant de retourner le produit d'une matrice par un vecteur.

EXERCICE 10

Ecrire la fonction `MATMATMULT` permettant de retourner le produit de deux matrices.

EXERCICE 11

Ecrire la fonction `MATNORM1` permettant de retourner la norme d'une matrice $\mathbb{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$

$$\|\mathbb{A}\|_1 = \max_{j \in [1,n]} \left(\sum_{i=1}^m |A_{i,j}| \right).$$

²Exercices associés à la présentation sur la résolution de systèmes linéaires