Travaux dirigés - 1

Exercice 1

On cherche les solutions réelles de l'équation

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1.1}$$

en supposant que $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$ sont donnés.
Ecrire un algorithme permettant de résoudre cette équation.

Exercice 2

Ecrire un algorithme permettant de calculer

$$S(x) = \sum_{k=1}^{n} k \sin(2 * k * x)$$

Exercice 3

Ecrire un algorithme permettant de calculer

$$P(z) = \prod_{n=1}^{k} sin(2 * k * z/n)^k$$

Exercice 4

Soit la série de Fourier

$$x(t) = \frac{4A}{\pi}\left\{\cos\omega t - \frac{1}{3}\cos 3\omega t + \frac{1}{5}\cos 5\omega t - \frac{1}{7}\cos 7\omega t + \cdots\right\}.$$

1. Ecrire un algorithme permettant de calculer $x(t)$ tronquée au trois premiers termes, avec $\omega = 2\pi$ et $A = 1$.
2. Même question avec une troncature au n-ième terme.

Exercice 5

Reprendre les quatre exercices précédants en utilisant les boucles «tant que».

Exercice 6

Ecrire une fonction **polynome** permettant de calculer

$$y = \sum_{i=1}^{n} a_i x^i.$$

Exercice 7

Ecrire une fonction **PM** permettant de calculer

$$y = \prod_{i=1}^{m} a_i \sin(x^i)$$

Exercice 8

Ecrire les fonctions **PS** et **SP** permettant de calculer respectivement

$$y = \prod_{i=1}^{m} a_i \sum_{j=1}^{n} b_j \sin((2j\pi/n)x^i)$$

et

$$y = \sum_{i=1}^{m} a_i \prod_{j=1}^{n} b_j \sin((2j\pi/n)x^i)$$

Exercice 9

On veut calculer

$$I = \prod_{k=0}^{n} \left(\alpha_k \sum_{i=0}^{p} \cos(\frac{2\pi}{k+i}x) + \beta_k \sum_{i=0}^{q} \prod_{\substack{j \neq k \\ j=0}}^{q} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right)$$

Q. 1 *Quelles sont les données minimales permettant de calculer I* ▪

Q. 2 *Ecrire en langage algorithmique la fonction* `calculI` *permettant de calculer I* ▪

Exercice 10

Soit le polynôme $P_n(x)$ défini par :

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n \tag{10.1}$$

Q. 1

1. *Ecrire une fonction permettant de calculer $P_n(x)$ en utilisant (10.1).*
2. *Evaluer le nombre d'opérations élémentaires.* ▪

Le polynôme $P_n(x)$ peut aussi s'écrire sous la forme :

$$P_n(x) = ((\ldots((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})\ldots)x + a_1)x + a_0 \tag{10.2}$$

Q. 2

1. *Ecrire une fonction permettant de calculer $P_n(x)$ en utilisant (10.2).*
2. *Evaluer le nombre d'opérations élémentaires.* ▪

Q. 3 *A partir de (10.1), écrire une fonction permettant de calculer $P_n^{(k)}$ dérivée k-ième de $P_n(x)$.* ▪

Exercice 11

Q. 1 *Ecrire une fonction **ProdConsVec** permettant d'effectuer le produit d'un vecteur par une constante.* ▪

Q. 2 *Ecrire une fonction **PS** permettant d'effectuer le produit scalaire de deux vecteurs.* ▪

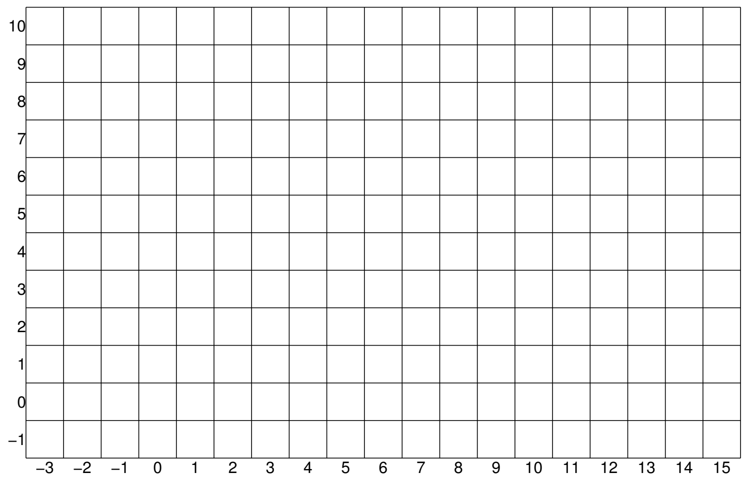
Q. 3 *Ecrire une fonction* ***ProdMatVec*** *permettant d'effectuer le produit d'une matrice par un vecteur.* ▪

Q. 4 *Ecrire une fonction* ***ProdMatMat*** *permettant d'effectuer le produit de deux matrices.* ▪

Exercice 12

On dispose d'un quadrillage quelconque généré par la fonction `quadrillage(imin,imax,jmin,jmax)` dont voici un exemple d'utilisation

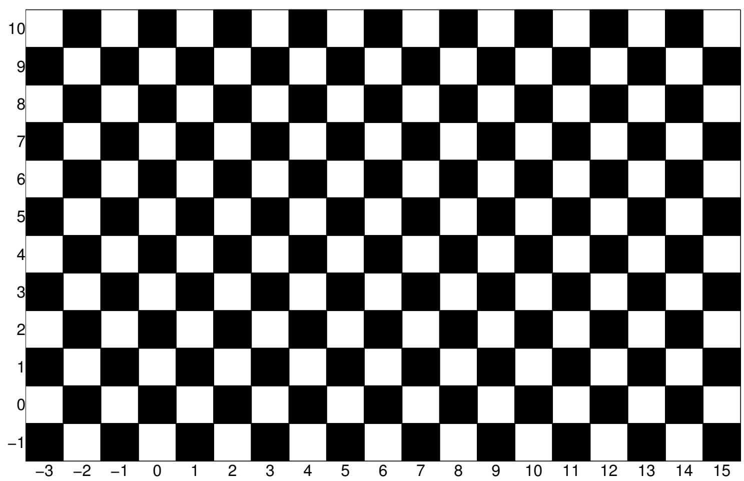
Quadrillage(−1,10,−3,15)



On dispose de plus d'une fonction `black(i,j)` qui dessine un pavé noir en ligne i et colonne j d'un quadrillage.

Q. 1 *Ecrire une fonction* `Damier` *permettant de créer un damier quelconque sachant que le pavé en bas à gauche d'un quadrillage est noir. Voici une représentation pour le quadrillage précédent :*

Damier(−1,10,−3,15)



▪