

$$E = \{1, 2, \dots, 52\}$$

$$E_1 = \{1, \dots, \overbrace{13}^{1 \times 13}\}$$

$$E_2 = \{14, \dots, \overbrace{26}^{2 \times 13}\}$$

$$E_3 = \{27, \dots, \overbrace{39}^{3 \times 13}\}$$

$$E_4 = \{40, \dots, \overbrace{52}^{4 \times 13}\}$$

Propriétés

$$(a) \quad E = \bigcup_{i=1}^4 E_i \quad (b) \quad \forall (i, j) \in \{1, 2, 3, 4\}^2, \quad i \neq j \Rightarrow E_i \cap E_j = \emptyset \quad (c) \quad \forall i \in \{1, \dots, 4\}, \quad \underbrace{\# E_i}_{\text{cardinal}} = 13$$

Q₁

Soit $i \in \{1, \dots, 4\}$,

- a) quel est le plus grand élément de E_i ? $\bar{i} \times 13$
- b) quel est le plus petit élément de E_i ? $(\bar{i}-1) \times 13 + 1$
- c) En déduire $E_i = \{ \overbrace{13(\bar{i}-1)+1}^{(\bar{i}-1) \times 13 + 1}, \dots, \overbrace{13(\bar{i}-1)+12}^{(\bar{i}-1) \times 13 + 12}, \overbrace{13 \times \bar{i}}^{\bar{i} \times 13} \}$

$$E_1 = \{1, \dots, 13\}$$

$$E_2 = \{14, \dots, 26\}$$

$$E_3 = \{27, \dots, 39\}$$

$$E_4 = \{40, \dots, 52\}$$

division ^{entière} euclidienne de a par b
 $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$
 $\exists (q, r) \in \mathbb{N}^2$, $r < b$, tel que
 $a = b \times q + r$

Q_2 Soient $i \in \{1, \dots, 4\}$ et $k \in E_i$

a) Etudier la division entière de k par 13

k	$13(i-1)+1$	$13(i-1)+2$	...	$13(i-1)+12$	$13(i-1)+13$
q	$i-1$	$i-1$		$i-1$	i
r	1	2		12	0

$$k = 13q + r$$

avec $0 \leq r < 13$

b) Etudier la division entière de $k-1$ par 13

$k-1$	$13(i-1)$	$13(i-1)+1$	...	$13(i-1)+11$	$13(i-1)+12$
q	$i-1$	$i-1$		$i-1$	$i-1$
r	0	1		11	12

$$k-1 = 13q + r$$

avec $0 \leq r < 13$

$h-1$	$13(i-1)$	$13(i-1)+1$	$\dots$	$13(i-1)+11$	$13(i-1)+12$
q	$i-1$	$i-1$		$i-1$	$i-1$
r	0	1		11	12

Q₃ a) Soit $s \in E$, déterminer $i \in \{1, \dots, 4\}$ tel que $s \in E_i$ à l'aide d'une instruction Python

$$((s-1) // 13) + 1$$

b) Soient $(s, t) \in E^2$, donner une condition en Python donnant **True** si s et t appartiennent à un même sous-ensemble (E_1, E_2, E_3 ou E_4) et **False** sinon.

$$((s-1) // 13) + 1 == ((t-1) // 13) + 1$$

$$\Leftrightarrow ((s-1) // 13) == ((t-1) // 13)$$