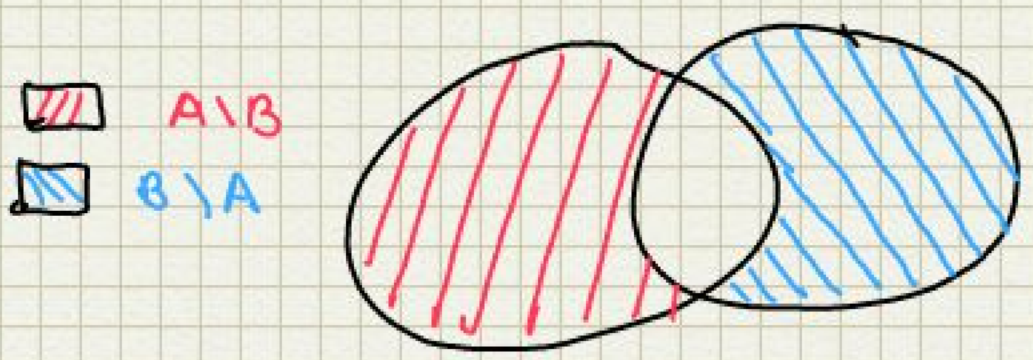
Exo 1.11

(1) $A \neq B$ (2) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \neq \emptyset$

Diagramme de Venn



- $\boxed{\text{Montrons que } (A \neq B) \Rightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \neq \emptyset}$. C'est à dire : montrons que si $(A \neq B)$ alors $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \neq \emptyset$.
  Supposons $A \neq B$, c'est à dire qu'il existe un élément qui est dans l'un des 2 ensembles et qui n'est pas dans l'autre :
  $$\exists x \in E \quad tq \ (x \in A \text{ et } x \notin B) \text{ ou } (x \in B \text{ et } x \notin A)$$
  C'est à dire $x \in (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ donc $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \neq \emptyset$ ■

- $\boxed{\text{Montrons que } (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \neq \emptyset \Rightarrow A \neq \emptyset}$
  Supposons $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \neq \emptyset$, c'est à dire
  $$\exists x \in (A \setminus B) \cup (B \setminus A), \text{ alors}$$
  $$x \in A \setminus B \text{ ou } x \in B \setminus A \Leftrightarrow [x \in A \text{ et } x \notin B] \text{ ou } (x \in B \text{ et } x \notin A)$$
  $$\Rightarrow A \neq B \ ■$$

- On vient de démontrer l'équivalence par double implication et donc
  $$A \neq B \Leftrightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \neq \emptyset \ ■$$